This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

3 2044 010 628 139

LSoc 1721.14

BOUGHT WITH

THE INCOME FROM THE

SUBSCRIPTION FUND

BEGUN IN 1858.

24 May, 1881.

# ABHANDLUNGEN

DER

## KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

---

SECHSUNDZWANZIGSTER BAND

VOM JAHRE 1880.

---

GÖTTINGEN,

IN DER DIETERICHSCHEN BUCHHANDLUNG.

1880.

~~VIII. 3~~
LSoc 1721.14

MAY 24 1881
Subscription Fund.
(~~XXVI~~.)

Göttingen,
Druck der Dieterichschen Univ.-Buchdruckerei.
W. Fr. Kästner.

# Inhalt.

Vorrede.

Verzeichniss der Mitglieder der K. Gesellschaft der Wissenschaften.

Mathematische Classe.

*M. Stern*, Beiträge zur Theorie der Bernoullischen und Eulerschen Zahlen.

*A. Enneper*, Untersuchungen über die Flächen mit planen und sphärischen Krümmungslinien.

Historisch-philologische Classe.

*F. Wüstenfeld*, das Heerwesen der Muhamedaner, nach dem Arabischen.

*Th. Benfey*, die Quantitätsverschiedenheiten in den Saṁhitâ- und Pada-Texten der Veden. 5te Abhandlung.

*Derselbe*, zweite Abtheilung dieser Abhandlung.

*F. Wüstenfeld*, die Arabische Uebersetzung der Taktik des Aelianus.

*Derselbe*, Geschichte der Fatimiden-Chalifen.

*P. de Lagarde*, Erklärung hebräischer Wörter.

*Derselbe*, über den Hebräer Ephraims von Edessa.

*C. Klein*, zur Erinnerung an Karl von Seebach.

LSoc 1721.14

BOUGHT WITH

THE INCOME FROM THE

SUBSCRIPTION FUND

BEGUN IN 1858.

24 May 1881.

*v. Brunn*, zur Kenntniss der physiologischen Rückbildung der Eierstockseier bei Säugethieren. (Vorgel. v. Henle.) 155.

*Bezzenberger*, die verwandtschaftliche Gruppirung der altgermanischen Dialecte. (Vorgel. von Benfey.) 152.

*Berthold*, Mittheilung der Untersuchungen über die Fortpflanzung einer Algen-Gattung. (Vorgel. v. Graf Solms.) 157.

Am 6. März. *Benfey*, die Quantitätsverschiedenheiten in den Saṁhitâ- und Pada-Texten der Veden. 5te Abh. 2te Abth. XXVI.

*Derselbe*, Vam, im Rigveda X. 7. S. 193.

*Derselbe*, Ergänzung zu dem Aufsatz 'D statt N' in den Nachrichten 1877. 573. S. 299.

*de Lagarde*, über den Hebräer Ephraims von Edessa. XXVI.

*Königsberger*, Corresp., über die Erweiterung des Abel'schen Theorems auf Integrale beliebiger Differentialgleichungen. 288.

*Krankenhagen*, zur Theorie der partiellen linearen Differential-Gleichungen. 197. (Vorgel. von Schering.)

*Lang*, über die Bedingungen der Geysir. 225. (Vorgel. von Wöhler.)

74 Originalbriefe von Gauss an Bessel. Geschenk der K. Akademie der Wiss. in Berlin.

Am 1. Mai. *Klein*, zur Erinnerung an C. v. Seebach. XXVI.

*Stern*, Beiträge zur Theorie der Bernoullischen u. Eulerschen Zahlen. XXVI.

*Pauli*, über ein Rechnungsbuch zur zweiten Kreuzfahrt des Grafen Heinrich von Derby, nachmaligen Königs Heinrichs IV. von England, aus den Jahren 1392/93. S. 329.

*de Lagarde*, Erklärung hebräischer Wörter. XXVI.

*von Mueller*, Corresp., Notizen über einige Australische flüchtige Oele. 340.

*Schering*, Geschenk für die Gauss-Bibliothek von Boncompagni. 342.

*Holtz*, Corresp., zur Analyse elektrischer Entladungen. 345.

Am 5. Juni. *Bollensen*, die Recensionen der Sakuntala. (Vorgel. von Benfey.) 365.

*Erman*, Bruchstücke der ober-ägyptischen Uebersetzung des alten Testaments. (Vorgel. von de Lagarde.) 401.

*Schubert*, über dreipunktige Berührung von Curven. (Vorgel. von Stern.) 369.

*Hettner*, über diejenigen algebraischen Gleichungen zwischen zwei veränderlichen Grössen, welche eine Schaar rationaler eindeutig umkehrbarer Transformationen in sich selbst zulassen. (Vorgel. von Schwarz.) 386.

*Schering*, Photographien von Briefen der Sophie Germain an Gauss. (Geschenk von Boncompagni.) 367.

Am 3. Juli. *Wöhler*, Voltai'sches Element aus Aluminium. 441.

*Wüstenfeld*, Geschichte der Fatimiden Chalifen. 443.

*Fuchs*, ausw. Mitgl., über die Functionen, welche durch Umkehrung der Integrale von Lösungen der linearen Differentialgleichungen entstehen. 445.

*Enneper*, über die Flächen mit planen und sphärischen Krümmungslinien. II. Abh. XXVI.

*Königsberger*, Corresp., über algebraisch-logarithmische Integrale nicht homogener linearer Differentialgleichungen. 553.

*K. Schering*, über eine neue Anordnung der Magnete eines Galvanometers. (Vorgel. von E. Schering.) 455.

*Lang*, über Flussspath im Granit von Drammen. 477.

Am 7. August. *Wüstenfeld*, Geschichte der Fatimiden-Chalifen. 2te Abth. XXVII.

*Benfey*, die Quantitätsverschiedenheiten in den Samhitâ- und Pada-Texten der Veden. 6te und letzte Abhandl.: Unzusammengesetzte Wörter oder einfache Theile von Zusammensetzungen, welche im Anlaut oder Inhalt a, i, u in der Samhitâ lang, im Pada kurz zeigen. Erste Abth. XXVI.

*Derselbe*, Behandlung des auslautenden *ă* in *nă* 'wie' und *nă* 'nicht' im Rigveda, mit einigen Bemerkungen über die Umwandlung der ursprünglichen Aussprache und Accentuirung der Wörter im Veda. XXVI.

*Schering*, über literar. Geschenke, welche die K. Societät erhalten hat. 489.

*Himstedt*, Einige Versuche über Induction in körperlichen Leitern. 491.

Am 6. Novemb. *Klein*, über eine Vermehrung der Meteoriten-Sammlung der Universität. 565.

*Wüstenfeld*, Geschichte der Fatimiden-Chalifen. XXVI.

*Pauli*, die Chroniken des Radulfus niger. 569.

*Lipschitz*, Corresp., Mittheilung bei Gelegenheit der Herausgabe seines Lehrbuchs der Analysis. 589.

*Holtz*, Corresp., Elektrische Schattenbilder. 545.

*Haupt*, über einen Dialekt der sumerischen Sprache. (Vorgel. von de Lagarde.) 513.

*Förster*, Corresp., schenkt der K. Gesellschaft Briefe von Gauss an Encke.

Am 4. Decbr. Oeffentliche Sitzung.

*P. de Lagarde*, zum ersten Briefe des Clemens. XXVII.

Jahresbericht des Secretärs.

---

Die für den November d. J. von der historisch-philologischen Classe gestellte historische Preisfrage hat einen Bearbeiter nicht gefunden. Sie wird nicht von Neuem aufgegeben.

Für die nächsten drei Jahre werden von der K. Societät folgende Preisfragen gestellt:

Für den November 1881 von der physikalischen Classe:

*Die K. Societät verlangt eine auf neue Untersuchungen gestützte Darstellung derjenigen Entwicklungsvorgänge, durch welche die Gestaltung des ausgebildeten Echinodermenleibes herbeigeführt wird. Es soll darin, in Anschluss an die gesicherten Kenntnisse von der Embryonenentwicklung der Echinodermen, besonders*

*gezeigt werden, in welcher Weise das Thier aus der Larvenform bis zur völligen Anlage sämmtlicher Organsysteme erwächst. Dabei bleibt es der Untersuchung überlassen, ob an einer characteristischen Art der Entwicklungsgang in allen Einzelnheiten erforscht wird, oder ob durch die Feststellung der Entwicklung verschiedener Formen ein für den ganzen Kreis geltendes Verhalten dargelegt wird; in letzterem Falle müsste aber die Untersuchung soweit eindringen, dass die hauptsächlichsten Uebereinstimmungen und Abweichungen in der Ausbildung der Organsysteme bei den verschiedenen Echinodermenformen von ihrem frühsten Auftreten an gekennzeichnet werden.*

Für den November 1882 von der mathematischen Classe (wiederholt):

*Während in der heutigen Undulationstheorie des Lichtes neben der Voraussetzung transversaler Oscillationen der Aethertheilchen das mechanische Princip der Coëxistenz kleiner Bewegungen zur Erklärung der Polarisations- und der Interferenz-Erscheinungen genügt, reichen diese Unterlagen nicht mehr aus, wenn es sich um die Natur des unpolarisirten oder natürlichen Lichtes, oder aber um den Conflict zwischen Wellenzügen handelt, welche nicht aus derselben Lichtquelle stammen. Man hat dem Mangel durch die Voraussetzung einer sogenannten grossen Periode von innerhalb gewisser Grenzen regelloser Dauer abzuhelfen gesucht, ohne nähere erfahrungsmässige Begründung dieser Hülfsvorstellung. Die K. Societät wünscht die Ausstellung neuer auf die Natur des unpolarisirten Lichtstrahls gerichteter Untersuchungen, welche geeignet seien, die auf natürliches Licht von beliebiger Abkunft bezüglichen Vorstellungen hinsichtlich ihrer Bestimmtheit denen nahe zu bringen, welche die Theorie mit den verschiedenen Arten polarisirten Lichtes verbindet.*

Für den November 1883 von der historisch-philologischen Classe:

*Die Aramäer haben im Laufe der Zeiten ihre Grenzen mehrfach verlegen müssen: sie sind durch Erobrer semitischer und nicht-semitischer Herkunft in nicht wenigen Gegenden um ihre Nationalität gebracht worden.*

*Die K. Gesellschaft der Wissenschaften wünscht eine vollständige Uebersicht über die Veränderungen, welche das aramäische Gebiet in Hinsicht auf seinen Umfang nach aussen und innen erlitten hat.*

*Eine Zusammenstellung der Gründe, welche in Betreff gewisser Landstriche anzunehmen zwingen oder rathen, dass dieselben von einer ursprünglich aramäischen Bevölkerung bewohnt sind, wird sich nicht ohne Rücksicht auf die ver-*

*gleichende Grammatik der semitischen Sprachen und nicht ohne Eingehn auf die Ortsnamen des zu behandelnden Districts geben lassen: die K. Gesellschaft der Wissenschaften erwartet, dass diese beiden Gesichtspunkte die leitenden der Untersuchung sein werden: sie würde es für ausserordentlich nützlich erachten, wenn eine vollständige Liste aller aramäischen Ortsnamen als Anhang zu der verlangten Abhandlung vorgelegt würde.*

Die Concurrenzschriften müssen, mit einem Motto versehen, vor Ablauf des Septembers des bestimmten Jahres an die K. Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden, begleitet von einem versiegelten Zettel, welcher den Namen und Wohnort des Verfassers enthält und auswendig mit dem Motto der Schrift versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt mindestens funfzig Ducaten.

* * *

Die Preisaufgaben der Wedekind'schen Preisstiftung für deutsche Geschichte für den Verwaltungszeitraum vom 14. März 1876 bis zum 14. März 1886 finden sich in den „Nachrichten" 1879 S. 225 veröffentlicht.

---

Das Directorium der Societät ist zu Michaelis d. J. von Herrn Wüstenfeld in der historisch-philologischen Classe auf Herrn Henle in der physikalischen Classe übergegangen.

---

Durch den Tod verlor die K. Societät in diesem Jahre wieder zwei ihrer ordentlichen Mitglieder, den Director des geologisch-paläontologischen Museums, *K. von Seebach*, und den Geographen Professor *J. E. Wappäus*. Ersterer starb im 41., letzterer im 68. Lebensjahre.

Von ihren auswärtigen Mitgliedern und Correspondenten verlor sie durch den Tod:

*W. Sharpey*, Professor der Anatomie in London, im 76. J.

*C. A. F. Peters*, Director der Sternwarte in Kiel, im 74. J.

*W. Hallows Miller*, Professor der Mineralogie in Cambridge, im 79. J.

*C. W. Borchardt*, Mitglied der Königlichen Akademie der Wissenschaften in Berlin, im 64. Jahre.

*W. Ph. Schimper*, Professor der Naturgeschichte in Strassburg, im 74. J.

*W. Nitzsch*, Professor der Geschichte in Berlin, im 61. J.

---

Von der K. Societät neu erwählt wurden:

Zum hiesigen ordentlichen Mitgliede:

Hr. *Hermann Wagner*.

Zum Ehrenmitgliede:

Hr. *Baldassare Boncompagni* in Rom.

Zu auswärtigen Mitgliedern:

Hr. *August Kekulé* in Bonn,
Hr. *Luigi Cremona* in Rom, } seither Correspondenten.
Hr. *Werner Siemens* in Berlin.

Zu Correspondenten:

Hr. *Gerhard vom Rath* in Bonn.
Hr. *Friedrich Beilstein* in St. Petersburg.
Hr. *Friedrich Merkel* in Rostock.
Hr. *Wilhelm His* in Leipzig.
Hr. *Ulisse Dini* in Pisa.
Hr. *Eduard Winkelmann* in Heidelberg.

Göttingen, im November 1880.

*Wöhler.*

# Verzeichniss der Mitglieder

der

# Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Januar 1881.

---

## Ehren-Mitglieder.

Peter Merian in Basel, seit 1862.
Adolf von Warnstedt in Göttingen, seit 1867.
Johann Jacob Baeyer in Berlin, seit 1867.
Freiherr F. H. A. von Wangenheim auf Waake, seit 1868.
Graf Sergei Stroganoff in St. Petersburg, seit 1870.
Ignatz von Döllinger in München, seit 1872.
Michele Amari in Rom, seit 1872.
Joachim Barrande in Prag, seit 1873.
Giuseppe Fiorelli in Neapel, seit 1873.
Nicolai von Kokscharow in St. Petersburg, seit 1879. (Corresp. seit 1859.)
Adolf Erik Nordenskiöld in Stockholm, seit 1879. (Corresp. seit 1871.)
Principe Baldassare Boncompagni in Rom, seit 1880.

## Ordentliche Mitglieder.

### Physikalische Classe.

F. Wöhler, seit 1837. Beständiger Secretär seit 1860.
F. G. J. Henle, seit 1853.
G. Meissner, seit 1861.
E. Ehlers, seit 1874.
H. Hübner, seit 1876. (Assessor seit 1871.)
W. Henneberg, seit 1877. (Assessor seit 1867.)
C. Klein, seit 1877.
H. Graf zu Solms-Laubach, seit 1879.

### Mathematische Classe.

W. E. Weber, seit 1831.
J. B. Listing, seit 1861.
M. Stern, seit 1862.
E. Schering, seit 1862. (Assessor seit 1860.)
H. A. Schwarz, seit 1875. (Corresp. seit 1869.)
E. Riecke, seit 1879. (Assessor seit 1872.)

### Historisch-philologische Classe.

H. F. Wüstenfeld, seit 1856. (Assessor seit 1841.)
H. Sauppe, seit 1857.
Th. Benfey, seit 1864.
F. Wieseler, seit 1868.
G. Hanssen, seit 1869.
G. R. Pauli, seit 1875.
P. de Lagarde, seit 1876.
J. Weizsäcker, seit 1879.
H. Wagner, seit 1880.

## Assessoren.

### Physikalische Classe.

E. F. G. Herbst, seit 1835.
C. Boedeker, seit 1857.
W. Krause, seit 1865.
W. Marmé, seit 1871.

### Mathematische Classe.

E. F. W. Klinkerfues, seit 1855.
A. Enneper, seit 1865.

### Historisch-philologische Classe.

A. Fick, seit 1869.

## Auswärtige Mitglieder.

### Physikalische Classe.

Jean Baptiste Dumas in Paris, seit 1851. (Correspondent seit 1849.)
Robert Bunsen in Heidelberg, seit 1855.
Richard Owen in London, seit 1859.
August Wilh. Hofmann in Berlin, seit 1860.
H. Milne Edwards in Paris, seit 1861.
Hermann Kopp in Heidelberg, seit 1863. (Corresp. seit 1855.)
Carl Theodor von Siebold in München, seit 1864. (Corresp. seit 1850.)
Michel Eugène Chevreul in Paris, seit 1865.
Joseph Dalton Hooker zu Kew bei London, seit 1865.
Theod. Ludw. Wilh. Bischoff in München, seit 1866. (Corresp. seit 1853.)

Hermann Helmholtz in Berlin, seit 1868. (Corresp. seit 1856.)
Henri Sainte Claire Deville in Paris, seit 1869. (Corresp. seit 1856.)
Franz von Kobell in München, seit 1870. (Corresp. seit 1861.)
Ernst Heinrich Carl von Dechen in Bonn, seit 1871.
Carl Claus in Wien, seit 1873. (Zuvor hies. ordentl. Mitgl. seit 1871.)
Eduard Frankland in London, seit 1873.
Max von Pettenkofer in München, seit 1874.
Alex. William Williamson in London, seit 1874.
James Dwight Dana in Newhaven, seit 1874.
Joh. Jap. Sm. Steenstrup in Kopenhagen, seit 1876. (Corr. seit 1860.)
Gabriel August Daubrée in Paris, seit 1876.
A. L. Descloizeaux in Paris, seit 1877. (Corr. seit 1868.)
Carl von Nägeli in München, seit 1877.
Theodor Schwann in Lüttich, seit 1878. (Corr. seit 1853.)
August Kekulé in Bonn, seit 1880. (Corr. seit 1869.)

## Mathematische Classe.

George Biddel Airy in Greenwich, seit 1851.
Joseph Liouville in Paris, seit 1856.
E. Kummer in Berlin, seit 1856. (Corresp. seit 1851.)
Franz E. Neumann in Königsberg, seit 1856.
Edward Sabine in London, seit 1862. (Corresp. seit 1823.)
Richard Dedekind in Braunschweig, seit 1862. (Corresp. seit 1859.)
Gustav Robert Kirchhoff in Berlin, seit 1862.
William Thomson in Glasgow, seit 1864. (Corresp. seit 1859.)
Ferdinand Reich in Freiberg, seit 1864.
Carl Weierstrass in Berlin, seit 1865. (Corresp. seit 1856.)
Enrico Betti in Pisa, seit 1865.
Leopold Kronecker in Berlin, seit 1867. (Corresp. seit 1861.)
Carl Neumann in Leipzig, seit 1868. (Corresp. seit 1864.)
Francesco Brioschi in Rom, seit 1870. (Corresp. seit 1869.)
Arthur Cayley in Cambridge, seit 1871. (Corresp. seit 1864.)
Charles Hermite in Paris, seit 1874. (Corresp. seit 1861.)
Ludwig Fuchs in Heidelberg, seit 1875. (Zuvor hies. ord. Mitgl. seit 1874.
Rudolph Jul. Emmanu. Clausius in Bonn, seit 1877. (Corresp. seit 1866.)
John Couch Adams in Cambridge, seit 1877. (Corresp. seit 1851.)
Heinrich Eduard Heine in Halle, seit 1878. (Corresp. seit 1865.)

Friedrich Kohlrausch in Würzburg, seit 1879. (Assessor seit 1867.)
Joseph Anton Plateau in Gent, seit 1879. (Corresp. seit 1876.)
Luigi Cremona in Rom, seit 1880. (Corresp. seit 1869.)
Werner Siemens in Berlin, seit 1880.

### Historisch-philologische Classe.

Leopold von Ranke in Berlin, seit 1851.
Justus Olshausen in Berlin, seit 1853.
Samuel Birch in London, seit 1864.
Theodor Mommsen in Berlin, seit 1867. (Corresp. seit 1857.)
Richard Lepsius in Berlin, seit 1867. (Corresp. seit 1860.)
Ernst Curtius in Berlin, seit 1868. (Zuvor hies. ordentl. Mitglied seit 1856.)
George Bancroft in Washington, seit 1868.
Franz Miklosich in Wien, seit 1868.
Ludolph Stephani in St. Petersburg, seit 1869.
Wilhelm von Giesebrecht in München, seit 1871. (Corresp. seit 1863.)
Carl Hegel in Erlangen, seit 1871. (Corresp. seit 1857.)
Heinrich von Sybel in Berlin, seit 1871. (Corresp. seit 1863.)
Johann Nicolaus Madvig in Kopenhagen, seit 1871.
Rudolph von Roth in Tübingen, seit 1872. (Corresp. seit 1853.)
August Dillmann in Berlin, seit 1872. (Corresp. seit 1857.)
Sir Henry Rawlinson in London, seit 1872.
Alfred Ritter von Arneth in Wien, seit 1874. (Corresp. seit 1870.)
Max Duncker in Berlin, seit 1874.
Heinrich Lebrecht Fleischer in Leipzig, seit 1875.
Georg Waitz in Berlin, seit 1876. (Zuvor hies. ord. Mitgl. seit 1849.)
Theodor Bergk in Bonn, seit 1876. (Corresp. seit 1860.)
August Friedrich Pott in Halle, seit 1876.
Charles Newton in London, seit 1877.
Heinrich Brugsch in Graz, seit 1878. (Zuvor hies. ord. Mitgl. seit 1869.)
Heinrich Ludolf Ahrens in Hannover, seit 1879. (Corresp. seit 1861.)

## Correspondenten.

### Physikalische Classe.

Hermann Stannius in Rostock, seit 1850.
Wilhelm Duncker in Marburg, seit 1853.
L. Zeuschner in Warschau, seit 1857.

Johannes Hyrtl in Wien, seit 1859.
Rudolph Leuckart in Leipzig, seit 1859.
F. H. Bidder in Dorpat, seit 1860.
Carl Schmidt in Dorpat, seit 1860.
F. C. Donders in Utrecht, seit 1860.
Bernhard Studer in Bern, seit 1860.
Heinrich Limpricht in Greifswald, seit 1860. (Assessor seit 1857.)
Ernst Brücke in Wien, seit 1861.
Emil du Bois Reymond in Berlin, seit 1861.
Carl Ludwig in Leipzig, seit 1861.
Archangelo Scacchi in Neapel, seit 1861.
Quintino Sella in Rom, seit 1861.
Thomas H. Huxley in London, seit 1862.
Albert Kölliker in Würzburg, seit 1862.
Ferdinand Römer in Breslau, seit 1862.
Charles Upham Shepard in Amherst, V. St., seit 1862.
Alexander Ecker in Freiburg, seit 1863.
Alvaro Reynoso in Havanna, seit 1865.
Ferdinand von Müller in Melbourne, seit 1867.
Anton Geuther in Jena. seit 1867.
Asa Gray in Cambridge, V. St., seit 1868.
Jean Charles Marignac in Genf, seit 1868.
Alex Theodor von Middendorff auf Hellenorm bei Dorpat, seit 1868.
Adolph Wurtz in Paris, seit 1868.
Robert Mallet in London, seit 1869.
Carl Friedrich Rammelsberg in Berlin, seit 1870.
Anton de Bary in Strassburg, seit 1872.
Eduard Pflüger in Bonn, seit 1872.
J. S. Stas in Brüssel, seit 1873.
Henry Enfield Roscoe in Manchester, seit 1874.
Johann Strüver in Rom, seit 1874.
Ferdinand von Hochstetter in Wien, seit 1875.
Ferdinand von Richthofen in Berlin, seit 1875.
Wyville Thomson in Edinburgh, seit 1875.
Ignacio Domeyko in Santjago de Chile, seit 1876.
Lawrence Smith in Louisville, V. St., seit 1877.
Edmond Boissier in Genf, seit 1877.
Wilhelm Waldeyer in Strassburg, seit 1877.

Ernst Heinrich Beyrich in Berlin, seit 1878.
Joseph von Lenhossek in Pest, seit 1878.
Alexander Agassiz in Cambridge, Ver. St., seit 1879.
Adolf Baeyer in München, seit 1879.
Carl von Voit in München, seit 1879.
Gerhard vom Rath in Bonn, seit 1880.
Friedrich Beilstein in St. Petersburg, seit 1880.
Friedrich Merkel in Rostock, seit 1880.
Wilhelm His in Leipzig, seit 1880.

## Mathematische Classe.

Humphrey Lloyd in Dublin, seit 1843.
Thomas Clausen in Dorpat, seit 1854.
Ludwig Seidel in München, seit 1854.
Georg Rosenhain in Königsberg, seit 1856.
Peter Riess in Berlin, seit 1856.
John Tyndall in London, seit 1859.
Julius Schmidt in Athen, seit 1862.
Wilhelm Gottlieb Hankel in Leipzig, seit 1864.
Philipp Gustav Jolly in München, seit 1864.
Carl Hermann Knoblauch in Halle, seit 1864.
Georg Gabriel Stokes in Cambridge, seit 1864.
James Joseph Sylvester in Baltimore, seit 1864.
Erik Edlund in Stockholm, seit 1866.
Georg Quincke in Heidelberg, seit 1866.
Charles Briot in Paris, seit 1867.
Benj. Apthorp Gould in Cambridge, V. St., seit 1867.
Rudolph Lipschitz in Bonn, seit 1867.
Benjamin Peirce in Cambridge, V. St., seit 1867.
Siegfried Aronhold in Berlin, seit 1869.
E. B. Christoffel in Strassburg, seit 1869.
Wilh. Theod. Bernhard Holtz in Greifswald, seit 1869.
Georg Salmon in Dublin, seit 1869.
Paul Gordan in Erlangen, seit 1870.
Ludwig Schlaefli in Bern, seit 1871.
Arthur Auwers in Berlin, seit 1871.
Felix Klein in München, seit 1872.

Sophus Lie in Christiania, seit 1872.
Adolph Mayer in Leipzig, seit 1872.
Carl Anton Bjerknes in Christiania, seit 1873.
J. Thomae in Jena, seit 1873.
Leo Königsberger in Wien, seit 1874.
Wilhelm Förster in Berlin, seit 1874.
Bernhard Minnigerode in Greifswald, seit 1874.
Eugenio Beltrami in Pavia, seit 1875.
August Kundt in Strassburg, seit 1875.
Carl Malmsten in Mariestad, Schwed. seit 1875.
Heinrich Weber in Königsberg, seit 1875.
William Huggins in London, seit 1876.
Joseph Norman Lockyer in London, seit 1876.
Theodor Reye in Strassburg, seit 1877.
Pierre Ossian Bonnet in Paris, seit 1877.
Franz Carl Joseph Mertens in Krakau, seit 1878.
Felice Casorati in Pavia, seit 1877.
Gösta Mittag-Leffler in Helsingfors, seit 1878.
Georg Cantor in Halle, seit 1878.
W. Hittorf in Münster, seit 1879.
Hugo Gyldén in Stockholm, seit 1879.
Ulisse Dini in Pisa, seit 1880.

## Historisch-philologische Classe.

Adolph Friedr. Heinr. Schaumann in Hannover, seit 1853.
Joh. Gust. Droysen in Berlin, seit 1857.
Wilh. Henzen in Rom, seit 1857.
G. C. F. Lisch in Schwerin, seit 1857.
A. B. Rangabé in Berlin, seit 1857.
B. von Dorn in St. Petersburg, seit 1859.
L. P. Gachard in Brüssel, seit 1859.
Johann Gildemeister in Bonn, seit 1859.
Carl Bötticher in Berlin, seit 1860.
Georg Curtius in Leipzig, seit 1860.
Giovanni Battista de Rossi in Rom, seit 1860.
Leonhard Spengel in München, seit 1860.
Max Müller in Oxford, seit 1861.
Arnold Schäfer in Bonn, seit 1861.

Friedr. Ferdin. Carlson in Stockholm, seit 1863.
Ludwig Lange in Leipzig, seit 1863.
Theodor Nöldeke in Strassburg, seit 1864. (Assessor seit 1860.)
Hermann Bonitz in Berlin, seit 1865.
Jacob Burckhard in Basel, seit 1865.
Adolph Kirchhoff in Berlin, seit 1865.
Leo Meyer in Dorpat, seit 1865. (Assessor seit 1861.)
Matthias de Vries in Leiden, seit 1865.
Wilhelm Wattenbach in Berlin, seit 1865.
Jean de Witte in Paris, seit 1865.
Leopold Victor Delisle in Paris, seit 1866.
Julius Ficker in Innsbruck, seit 1866.
Jacob Bernays in Bonn, seit 1867.
Ernst Dümmler in Halle, seit 1867.
Wilhelm Nassau Lees in Calcutta, seit 1868.
Theodor Sickel in Wien, seit 1868.
William Wright in Cambridge, seit 1868.
Theodor Aufrecht in Bonn, seit 1869.
Ulrich Köhler in Athen, seit 1871.
Ludwig Müller in Kopenhagen, seit 1871.
Carl Müllenhoff in Berlin, seit 1871.
E. A. Freemann zu Sommerleaze, Engl., seit 1872.
M. J. de Goeje in Leiden, seit 1872.
Giulio Minervini in Neapel, seit 1872.
William Stubbs in Oxford, seit 1872.
Xavier Heuschling in Brüssel, seit 1874.
Friedrich Stumpf in Innsbruck, seit 1874.
Alexander Conze in Berlin, seit 1875.
Ferdinand Justi in Marburg, seit 1875.
Heinrich Brunn in München, seit 1876.
Stephanos Cumanudes in Athen, seit 1876.
Reginald Stuart Poole in London, seit 1876.
Julius Oppert in Paris, seit 1876.
Ludwig Hänselmann in Braunschweig, seit 1878.
Adolf Michaelis in Strassburg, seit 1879.
Eduard Winkelmann in Heidelberg, seit 1880.

# ABHANDLUNGEN

DER

## MATHEMATISCHEN CLASSE

DER

## KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

SECHSUNDZWANZIGSTER BAND.

# Beiträge
# zur Theorie der Bernoulli'schen und Euler'schen Zahlen.

## Zweiter Beitrag*).

Von

*M. A. Stern.*

(Der Königl. Gesellsch. der Wissensch. vorgelegt am 1. Mai 1880.)

1.

Bei den folgenden Untersuchungen über die Bernoullischen Zahlen werde ich besonders die Entwickelung von $(e^x-1)^n$, wo $n$ eine ganze positive Zahl bedeutet, in eine nach aufsteigenden Potenzen von $x$ geordnete Reihe benutzen. Zwischen den Coefficienten dieser Reihen finden viele merkwürdige Beziehungen statt, von welchen ich hier hauptsächlich nur diejenigen zusammenstelle, die ich im Folgenden benutzen werde. Nur einzelne sind schon bekannt und diese meistens auf weniger einfachem Wege bewiesen, als es hier geschehen soll.

Man setze

$$(1)\quad (e^x-1)^n = \frac{A_{0,n}}{1.2..n}x^n + \frac{A_{1,n}}{1.2..(n+1)}x^{n+1} + \ldots = \sum_{0,\infty}^{m} \frac{A_{m,n}}{1.2..(n+m)}x^{n+m}$$

Ist $n = 0$, so ist mithin die Einheit statt $\frac{A_{0,n}}{1.2..n}$ zu setzen, sonst ist allgemein $A_{m,0} = 0$. Für jeden anderen Werth von $n$ ist ebenfalls $\frac{A_{0,n}}{1..n} = 1$, auch ist allgemein $A_{m,1} = 1$, dagegen ist $A_{m,n}$ immer Null, sobald $m$ negativ.

Bezeichnet man $\frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{1.2..m}$ durch $(n, m)$ so ist zugleich

*) Man vergleiche Abhandl. d. Königl. Ges. d. Wiss. Bd. 23, mathem. Classe.

$$(e^x-1)^n = e^{nx} - (n,\ 1)\, e^{(n-1)x} \ldots . + (-1)^n$$

Entwickelt man nun $e^{nx}$, $e^{(n-1)x}$ ... nach aufsteigenden Potenzen von $x$, so ergiebt sich als Werth des Coefficienten von $x^{n+m}$ in der Entwickelung von $(e^x-1)^n$ der Ausdruck

$$\frac{1}{1.2\ldots(n+m)}[n^{n+m} - (n,\ 1)(n-1)^{n+m} \ldots \pm (n,\ n-1)1^{n+m}]$$

Demnach hat man

$$(2) \qquad A_{m,n} = n^{n+m} - (n,\ 1)(n-1)^{n+m} \ldots + (-1)^{n-1}(n,\ n-1)\, 1^{n+m}$$

Nun ist dies, wie bekannt, zugleich der Werth des ersten Gliedes der $n$ten Differenzreihe der Reihe

$$0,\ 1^{n+m},\ 2^{n+m} \ldots .$$

bezeichnet man dieses Glied durch $\Delta^n 0^{m+n}$ so hat man mithin

$$(2') \qquad A_{m,n} = \Delta^n 0^{m+n}$$

so dass jede Beziehung zwischen den Grössen $A$ sich zugleich als ein Satz aus der Differenzenrechnung darstellen lässt.

Aus (2) folgt

$$nA_{m-1,n} = n^{n+m} - n(n,\ 1)(n-1)^{n+m-1} + n(n,\ 2)(n-2)^{n+m-1} \ldots .$$
$$nA_{m,n-1} = \qquad (n,\ 1)(n-1)^{n+m-1} - 2(n,\ 2)(n-2)^{n+m-1} \ldots .$$

also

$$(3) \qquad A_{m,n} = n(A_{m-1,n} + A_{m,n-1})$$

eine Beziehung die schon Euler bemerkt hat*). Es folgt hieraus, dass $A_{m,n}$ für alle Werthe $n \gtreqless 2$ eine gerade Zahl ist und für alle Werthe $n \gtreqless 5$ mit Null schliesst.

Setzt man $\frac{A_{m,n}}{1.2\ldots n} = h_{m,n}$, so dass $h_{0,n} = 1$ und $h_{m,1} = A_{m,1} = 1$ so folgt aus (3)

$$(4) \qquad \begin{aligned} h_{m,n} &= h_{m,n-1} + nh_{m-1,n} \\ h_{m-1,n} &= h_{m-1,n-1} + nh_{m-2,n} \\ &\ldots\ldots\ldots \\ h_{1,n} &= h_{1,n-1} + nh_{0,n} = h_{1,n-1} + n \end{aligned}$$

*) Instit. calc. diff. P. 2 § 172.

Demnach

$$(5) \qquad h_{m,n} = h_{m,n-1} + n h_{m-1,n-1} + n^2 h_{m-2,n-1} \ldots + n^{m-1} h_{1,n-1} + n^m$$

Ist also $h_{m,n-1}$ für alle ganzen positiven Werthe von $m$ eine ganze positive Zahl, so ist dasselbe bei $h_{m,n}$ der Fall. Da nun $h_{m,1} = 1$, so ist allgemein $h_{m,n}$ eine ganze positive Zahl, sobald $n$ eine solche ist. Mithin ist $A_{m,n}$ nicht blos eine ganze positive Zahl, sondern zugleich durch $1 \cdot 2 \ldots n$ theilbar.

Man kann $h_{m,n}$ in einer Weise definiren, aus welcher sich von selbst ergiebt, dass es eine ganze positive Zahl ist. Bezeichnet man nemlich durch $C_{m,n}$ die Summe der Combinationen mit unbeschränkter Wiederholung zur Classe $m$ aus den Elementen $1, 2 \ldots n$ unter der Voraussetzung, dass die Elemente in jeder Combinationsform als Faktoren betrachtet und die Combinationsformen addirt werden, so hat man

$$C(m, n) = C(m, n-1) + n\, C(m-1, n)$$

und demnach

$$C(1, n) = C(1, n-1) + n\, C(o, n)$$

aber auch $$C(1, n) = C(1, n-1) + n$$

Man muss also $C(o, n) = 1 = h_{o,n}$ nehmen und hat mithin der Formel (5) entsprechend

$$C(m, n) = C(m, n-1) + n\, C(m-1, n-1) + n^2 C(m-2, n-1) \ldots + n^m$$

Nun ist $C(m, 1) = 1 = h_{m,1}$ also allgemein

$$C(m, n) = h_{m,n}$$

Alle Beziehungen zwischen den Grössen $h_{m,n}$ oder $A_{m,n}$ können mithin auch als Beziehungen zwischen den Grössen $C(m, n)$ gedeutet werden*).

Aus (5) folgt unmittelbar

$$(6) \qquad A_{m,n} = n[A_{m,n-1} + n A_{m-1,n-1} + n^2 A_{m-2,n-1} + \ldots + n^m A_{o,n-1}]$$

Auch folgt aus (3)

$$(7) \qquad A_{m,n} = n A_{m-1,n} + n(n-1) A_{m-1,n-1} \ldots + n(n-1) \ldots 2 \cdot 1\, A_{m-1,1}$$

*) Ettingshausen combin. Analysis p. 203.

2.

Aus $(e^x-1)^n = (e^x-1)^{n-1}(x+\frac{x^2}{1.2}+\ldots)$

d. h.

$$\frac{A_{0,n}}{1.2..n}x^n+\ldots+\frac{A_{m,n}}{1.2..n+m}x^{n+m}\ldots$$
$$=\left[\frac{A_{0,n-1}}{1.2..n-1}x^{n-1}\ldots+\frac{A_{m,n-1}}{1..m+n-1}x^{n+m-1}\ldots\right]\left[x+\frac{x^2}{1.2}\ldots+\frac{x^{m+1}}{1.2..m+1}\ldots\right]$$

folgt, wenn man auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{n+m}$ nimmt,

(8) $A_{m,n} = (n+m,\,1)A_{m,n-1}+(n+m,\,2)A_{m-1,n-1}\ldots+(n+m,\,m+1)A_{0,n-1}$

Ebenso findet man aus

$$\frac{n(e^x-1)^n}{1.2..n} = (1-e^{-x})\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{(e^x-1)^n}{1.2..n}$$

indem man auf beiden Seiten den Coefficienten von $n+m$ bestimmt,

(9) $$mA_{m,n} = (n+m,\,2)A_{m-1,n}-(n+m,\,3)A_{m-2,n}\ldots$$
$$+(-1)^{m-1}(n+m,\,m+1)A_{0,n}$$

und aus

$$(e^x-1)\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{(e^x-1)^n}{1..n} = n\frac{(e^x-1)^n e^x}{1.2..n}$$

folgt

$$(n+m,\,1)A_{m,n}+(n+m,\,2)A_{m-1,n}\ldots+(n+m,\,m+1)A_{0,n}$$
$$= n[A_{m,n}+(n+m,\,1)A_{m-1,n}\ldots+(n+m,\,m)A_{0,n}]$$

d. h.

(10) $$mA_{m,n} = \frac{n+1-m}{2}(n+m,\,1)A_{m-1,n}+\frac{2(n+1)-m}{3}(n+m,\,2)A_{m-2,n}\ldots$$
$$+\frac{m(n+1)-m}{m+1}(n+m,\,m)A_{0,n}$$

3.

Aus Formel (3) folgt unmittelbar

(11) $$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-n,n+1}}{n+1} = \sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}+\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n-1,n+1}$$

nun ist $$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}=A_{m-1,1}+\sum_{2,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}$$

und $$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n-1,n+1}=-\sum_{2,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}$$

also

$$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-n,n+1}}{n+1}=A_{m-1,1}=1 \tag{12}$$

Entwickelt man aber in

$$1-(e^x-1)+(e^x-1)^2-\ldots+(-1)^m(e^x-1)^m\ldots=e^{-x}$$

auf beiden Seiten nach aufsteigenden Potenzen von $x$ und vergleicht die Coefficienten von $x^m$, so findet man

$$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}=(-1)^{m-1} \tag{12'}$$

Verbindet man dies mit (11), so ergiebt sich

$$\sum_{2,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}=(-1)^{m-1}-1$$

d. h. $$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n,n}=(-1)^{m-1}$$

oder, indem man mit $(-1)^{m-1}$ multiplicirt und $m-n=k$ setzt,

$$\sum_{0,\,m-1}^{k}(-1)^{k}A_{k,m-k}=1$$

Aus (3) folgt auch

$$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n}\underset{n}{A_{m-n,n}}=\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n}A_{m-n,n-1}+\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n}A_{m-n-1,n}$$

Unter der Voraussetzung, dass $m>1$, also $A_{m-1,0}=0$, ist aber

$$\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n}A_{m-n,n-1}=\sum_{1,\,m}^{n}(-1)^{n+1}A_{m-n-1,n}$$

mithin

$$(13) \qquad \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,\,n}}{n} = 0$$

wo man also auch $(-1)^{n-1}$ statt $(-1)^n$ schreiben kann.

Schreibt man statt dessen $\sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,n}}{n} = mA_{m-1,\,o}$ so umfasst die Formel zugleich den Fall wenn $m = 1$.

Nach Formel (3) ist

$$A_{m-n,\,n+1} = (n+1)[A_{m-n,\,n} + A_{m-n-1,\,n+1}]$$

also auch

$$\sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n,\,n+1}}{n} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot \frac{A_{m-n,\,n+1}}{n+1}$$

$$= \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n,\,n+1}}{n+1} + \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} [A_{m-n,\,n} + A_{m-n-1,\,n+1}]$$

oder (nach F. (12) und (13))

$$= 1 + \sum_{1,\,m-1}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n-1,\,n+1}}{n}$$

Setzt man $W_{m,\,k} = \sum_{1,\,m-k}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-(n+k),\,n+k}}{n}$ so ist mithin

$$W_{m+1,\,1} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m+1-n-1,\,n+1}}{n} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n,\,n+1}}{n}$$

also nach dem Vorhergehenden

$$W_{m+1,\,1} = 1 + W_{m,\,1}$$

und, indem man wieder $W_{m,\,1} = 1 + W_{m-1,\,1}$ u. s. w. setzt, schliesslich

$$W_{m+1,\,1} = m - 1 + W_{2,\,1}$$

Aber $W_{2,\,1} = A_{0,\,2} = 2$ also

$$W_{m+1,\,1} = m + 1$$

Hieraus folgt

$$(14) \qquad W_{m,1} = \sum_{1,\, m-1}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n-1,\, n+1}}{n} = m$$

und allgemeiner

$$\sum_{1,\, m-k}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-(n+k),\, n+1}}{n} = m-k+1$$

Diese Formeln sind aber nur specielle Fälle einer allgemeineren, welche heisst

$$(15) \qquad W_{m,k} = mA_{m-k-1,\, k}$$

Nach Formel (3) hat man nemlich

$$\frac{A_{m-(n+k),\, n+k}}{n} = \frac{n+k}{n} [A_{m-(n+k+1),\, n+k} + A_{m-(n+k),\, n+k-1}]$$

Nun ist

$$\sum_{1,\, m-k}^{n} (-1)^{n+1} A_{m-(n+k),\, n+k-1} = A_{m-k-1,\, k} + \sum_{1,\, m-k}^{n} (-1)^{n} A_{m-(n+k+1),\, n+k}$$

d. h.

$$\sum_{1,\, m-k}^{n} (-1)^{n+1} [A_{m-(n+k+1),\, n+k} + A_{m-(n+k),\, n+k-1}] = A_{m-k-1,\, k}$$

mithin

$$(16) \qquad W_{m,k} = A_{m-k-1,\, k} + kW_{m-1,\, k} + kW_{m-1,\, k-1}$$

Gesetzt, es sei bis zu einem gewissen $k$

$$(16') \qquad \begin{cases} W_{m-1,\, k-1} = (m-1) A_{m-k-1,\, k-1} \\ W_{m-1,\, k} = (m-1) A_{m-k-2,\, k} \end{cases}$$

so ist mithin $W_{m,k-1} = A_{m-k,\, k-1} + (k-1) W_{m-1,\, k-1} + (k-1) W_{m-1,\, k-2} = A_{m-k,\, k-1} + (m-1)(k-1)[A_{m-k-1,\, k-1} + A_{m-k,\, k-2}] = mA_{m-k,\, k-1}$ (nach F. (3)). Ebenso folgt $W_{m,k} = mA_{m-k-1,k}$. Nun ist in der That, wenn man $k = 1$ setzt, und wie früher $m > 1$ genommen wird, $W_{m-1,\, k-1} = W_{m-1,\, 0} = \sum_{1,\, m-1}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-1-n,\, n}}{n} = 0$ wofür man auch $W_{m-1,\, 0} = (m-1) A_{m-1,\, 0}$ schreiben

kann, da $A_{m-1,0} = 0$. Ferner $W_{m-1,k} = W_{m-1,1} = \sum_{1,\ m-2}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-(n+2),n+1}}{n}$ $= m-1$, wofür man auch $W_{m-1,1} = (m-1) A_{m-3,1}$ schreiben kann. Da mithin die Formeln (16′) für $k = 1$ richtig sind, so gelten sie allgemein, wodurch die allgemeine Richtigkeit von (15) bewiesen ist.

Aus

$$\frac{A_{m+1-n,n+1}}{n+1} = A_{m-n,n+1} + A_{m+1-n,n}$$

folgt

$$\sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n}}{n+1} = \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n+1}}{(n+1)^2} + \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-n,n+1}}{n+1}$$

oder, nach (12)

$$(17) \qquad \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n}}{n+1} = \sum_{0,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n+1}}{(n+1)^2}$$

ferner

$$(18) \qquad \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n}}{n+1} = \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^{n-1} \frac{A_{m+1-n,n}}{n(n+1)}.$$

da $\sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,n}}{n} = 0$ nach (13).

## 4.

Aus $e^{mx} = (1+e^x-1)^m = 1+(m,1)(e^x-1)+\ldots+(m,m)(e^x-1)^m$

folgt

$$1+mx+\frac{m^2x^2}{1.2}\ldots+\frac{m^rx^r}{1.2\ldots r} =$$

$$1+(m,1)\left[A_{0,1}x+\ldots A_{r-1,1}\frac{x^r}{1.2\ldots r}+\ldots\right]$$

$$+(m,2)\left[\frac{A_{0,2}}{1.2}x^2+\ldots A_{r-2,2}\frac{x^r}{1.2\ldots r}+\ldots\right]$$

$$+\ldots\ldots\ldots$$

mithin, indem man auf beiden Seiten die Coefficienten von $x^r$ vergleicht

$$(19) \qquad m^r = (m, 1) A_{r-1,1} + (m, 2) A_{r-2,2} \ldots + (m, r) A_{0,r}$$

Ist $r > m$ und $m$ eine ganze Zahl, so schliesst die Reihe mit $(m, m) A_{r-m,m}$; die folgenden Glieder fallen von selbst weg, so dass die Formel auch für diesen Fall ihre Geltung behält.

Man kann diese Formel auch leicht in eine andere verwandeln. Man hat nemlich

$$A_{r-1,1} = A_{r,1}$$
$$(m-1, 1) A_{r-1,1} + (m-1, 1) A_{r-2,2} = (m-1, 1) \frac{A_{r-1,2}}{2}$$
$$(m-1, 2) A_{r-2,2} + (m-1, 2) A_{r-3,3} = (m-1, 2) \frac{A_{r-2,3}}{3}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(m-1, r) A_{0,r} \qquad\qquad = (m-1, r) \frac{A_{0,r+1}}{r+1}$$

Addirt man auf beiden Seiten alle Glieder und bemerkt, dass

$$A_{r-1,1} + (m-1, 1) A_{r-1,1} = (m, 1) A_{r-1,1}$$
$$(m-1, 1) A_{r-2,2} + (m-1, 2) A_{r-2,2} = (m, 2) A_{r-2,2}$$
u. s. w.

so ergiebt sich

$$(20) \qquad m^r = A_{r,1} + (m-1, 1) \frac{A_{r-1,2}}{2} \ldots + (m-1, r) \frac{A_{0,r+1}}{r+1}$$

Entwickelt man in derselben Weise

$$e^{-mx} = (1 + e^x - 1)^{-m}$$

so ergiebt sich

$$(21) \quad m^r = (m+r-1, r) A_{0,r} - (m+r-2, r-1) A_{1,r-1} \ldots + (-1)^{r-1} (m, 1) A_{r-1,1}$$

## 5.

Aus (2) folgt

$$(-1)^{n-1} A_{m+1-n,n} = (n, 1) 1^{m+1} - (n, 2) 2^{m+1} \ldots + (-1)^{n-1} n^{m+1}$$
$$= n [1^m - (n-1, 1) 2^m \ldots + (-1)^{n-1} n^m]$$

oder wenn man

$$N_n^{(m)} = 1^m - (n, 1)\,2^m + (n, 2)\,3^m \ldots + (-1)^{n-1}(n+1)^m$$

setzt, $(-1)^{n-1} n N_{n-1}^{(m)} = A_{m-(n-1),n}$ also

$$A_{m,n} = (-1)^{n-1} n N_{n-1}^{(m+n-1)} \tag{22}$$

Vermittelst dieser Beziehung kann man auf ganz elementarem Wege, nach dem Vorhergehenden, die Eigenschaften von $N_n^{(m)}$ finden, welche Herr Prof. Bauer aus der Theorie der Gammafunction abgeleitet hat*).

Aus (3) folgt

$$N_{n-1}^{(m+n-1)} = (1-n) N_{n-2}^{(m+n-2)} + n N_{n-1}^{m+n-2}$$

oder, indem man $n-1 = i$ und $m-i$ statt $m$ setzt

$$N_i^{(m)} = (i+1) N_i^{(m-1)} - i N_{i-1}^{(m-1)}$$

wie Herr Bauer findet (a. a. O. Bd. 58 p. 292)

Ferner ist $\sum_{1,\,m+1}^{n} N_{n-1}^{(m)} = \sum_{1,\,m+1}^{n} (-1)^{n-1} \frac{A_{m+1-n,n}}{n} = 0$ **) nach (13)

auch ist

$$\sum_{1,\,m}^{n} \frac{1}{n} N_n^{(m)} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,n+1}}{n(n+1)} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,n+1}}{n} - \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,n+1}}{n+1}$$

aber nach (12) ist $\sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m-n,n+1}}{n+1} = -1$

also nach (14)

$$\sum_{1,\,m}^{n} \frac{1}{n} N_n^{(m)} = \sum_{1,\,m}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n-1,n+1}}{n} = -m$$ ***)

Ferner

$$\sum_{1,\,m-1}^{n} \frac{1}{n.n+1} N_{n+1}^{(m)} = \sum_{1,\,m-1}^{n} (-1)^{n+1} \frac{A_{m-(n+1),n+2}}{n.n+1.n+2}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{1,\,m-1}^{n} (-1)^{n+1} \left[\frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2}\right] A_{m-(n+1),n+2}$$

*) Crelle Journ. f. d. Math. Bd. 57 und 58.

**) A. a. O. Bd. 57 p. 271. ***) ebend.

Nun ist nach (15)

$$\sum_{1,\ m-1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-(n+1),\,n+2}}{n}=\sum_{1,\ m-1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m+1-(n+2),\,n+2}}{n}=(m+1)A_{m-2,2}$$

$=(m+1)(2^m-2)$ nach F. (2)

ferner

$$-2\sum_{1,\ m-1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-(n+1),\,n+2}}{n+1}=2\sum_{2,\ m}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-n,\,n+1}}{n}=2(m+1-A_{m-1,2})$$

nach (14) oder $=2(m+1-2^{m+1}+2)$

auch ist

$$\sum_{1,\ m-1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-(n+1),\,n+2}}{n+2}=\sum_{3,\ m+1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-n+1,\,n}}{n}=\sum_{1,\ m+1}^{n}(-1)^{n+1}\frac{A_{m-n+1,n}}{n}$$
$$-A_{m,\,1}+\frac{A_{m-1,2}}{2}$$

also, nach (13), $=2^m-2$. Hieraus ergiebt sich

$$\sum_{1,\ m-1}^{n}\frac{1}{n(n+1)}N_{n+1}^{(m)}=1+m\cdot 2^{m-1}-2^m\ *).$$

Aus (22) folgt

$$\sum_{1,\ m}^{n}nN_{n-1}^{(m-1)}=\sum_{1,\ m}^{n}(-1)^{n-1}A_{m-n,\,n}=(-1)^{m-1}$$

nach F. (12′) und aus (17) und (18)

$$\sum_{0,\ m}^{n}\frac{1}{n+1}N_n^{(m)}=\sum_{1,\ m}^{n}\frac{1}{n+1}N_{n-1}^{(m-1)}\ **).$$

---

*) ebend.

**) a. a. O. Bd. 58 p. 295, 296. Die Formel VIII (p. 298) ist mit der obigen Formel (20) identisch.

6.

Vergleicht man die bekannte Formel

$$(23) \qquad \frac{x}{e^x-1} = 1-\frac{x}{2}+\frac{B_1}{1\,.\,2}x^2 \ldots +(-1)^{m-1}\frac{B_m}{1\,.\,.\,2m}x^{2m} \ldots .$$

wo $B_m$ die $m$te Bernoulli'sche Zahl bedeutet, mit der Formel

$$(24) \qquad \frac{x}{e^x-1} = 1-\frac{(e^x-1)}{2}+\frac{(e^x-1)^2}{3} \ldots +(-1)^n\frac{(e^x-1)^n}{n+1} \ldots .$$

welche man erhält, indem man $e^x-1 = z$ also $\frac{x}{e^x-1} = \frac{\log(1+z)}{z}$ setzt, und bemerkt zugleich, dass nach (23) in der Entwickelung von $\frac{x}{e^x-1}$ keine ungerade Potenz von $x$, die erste ausgenommen, vorkommt, so erhält man, wenn man in (24) die einzelnen Glieder nach Formel (1) entwickelt und den Coefficienten von $x^{2m+1}$ bestimmt

$$(25) \qquad \sum_{1,\ 2m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{2m+1-n,\,n}}{n+1} = 0$$

Bestimmt man dagegen den Coefficienten von $x^{2m}$, so giebt der Vergleich mit (23)

$$(26) \qquad (-1)^{m-1}B_m = \sum_{1,\ 2m}^{n} (-1)^n \frac{A_{2m-n,\,n}}{n+1}$$

Berücksichtigt man die Formel (2'), so sieht man, dass die Formeln (25) und (26) identisch sind mit denen, welche schon Staudt in der kleinen gehaltvollen, aber wie es scheint, wenig beachteten Gelegenheitsschrift »De numeris Bernoullianis, Erlangae 1845 in § 11 gefunden hat; aus der letzten hat er zugleich den nach ihm benannten Staudt'schen Satz in § 16 abgeleitet*).

*) Ohne Staudt's Abhandlung zu kennen, hat Herr Professor Sidler in der Vierteljahrsschrift der naturforsch. Ges. in Zürich, Jahrg. 1, 1856 p. 188 diese zwei Formeln gefunden und später hat daraus Herr Professor Schlaefli den Staudt'schen Satz in ähnlicher Weise abgeleitet (Quarterly Journal of Mathem. Vol 6 p. 75) wie Staudt selbst. Nichts Anderes ist auch die Formel $\sum_{1,\ m+1}^{n} \frac{n}{n+1} N_{n-1}^{(m)} = 0$ oder $= (-1)^{\frac{m+1}{2}} B_m$ bei Bauer (a. a. O. Bd. 57 p. 271) wie man sogleich sieht, wenn

Berücksichtigt man die Formeln (17) und (18), so findet man zugleich

$$(27)\qquad \sum_{0,\ 2m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{2m+1-n,\,n+1}}{(n+1)^2} = 0$$

$$28)\qquad \sum_{0,\ 2m}^{n} (-1)^n \frac{A_{2m-n,\,n+1}}{(n+1)^2} = (-1)^{m-1} B_m$$

$$(29)\qquad \sum_{1,\ 2m+1}^{n} (-1)^{n-1} \frac{A_{2m+1-n,\,n}}{n(n+1)} = 0$$

$$(30)\qquad \sum_{1,\ 2m}^{n} (-1)^{n-1} \frac{A_{2m-n,\,n}}{n(n+1)} = (-1)^{m-1} B_m$$

Nun ist $\sum_{1,\ m+1}^{n} \frac{1}{n+1} N_{n-1}^{(m)} = \sum_{1,\ m+1}^{n} (-1)^n \frac{A_{m+1-n,\,n}}{n.n+1}$ also $= 0$ oder $= (-1)^{m-1} B_m$ je nachdem $m$ gerade oder ungerade, wie ebenfalls Herr Bauer gefunden hat**).

## 7.

Wenn man den oben gefundenen Ausdruck

$$\sum_{0,\infty}^{n} (-1)^n \frac{(e^x-1)^n}{n+1} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1}{1.2} x^2 \ldots + \frac{(-1)^{m-1} B_m}{1.2..2m} x^{2m} \ldots$$

---

man die Formel (22) berücksichtigt und zugleich bemerkt, dass nach der hier gebrauchten Bezeichnung $(-1)^m B_{\frac{m+1}{2}}$ zu schreiben ist, wo dort $(-1)^{\frac{m+1}{2}} B_m$ steht. In ähnlicher Weise kann man auch die anderen dort vorkommenden Formeln mit Hülfe von (22) finden.

Ich benutze diese Gelegenheit zu einer Bemerkung, die ich Herrn Professor Sidler verdanke. Die erste der zwei Recursionsformeln, welche ich in meiner ersten Abhandlung als von Herrn Prof. Seidel gefunden bezeichnet habe, kommt schon in der Abhandlung von Raabe »die Jacob Bernoulli'sche Function, Zürich 1848 p. 35 und, wie dort bemerkt wird, schon früher in Ettingshausen's Vorlesungen über d. höh. Mathem. vor.

Ich füge noch hinzu, dass Herr Prof. Sidler in der erwähnten Abhandlung mit $A_{m,n}$ dasselbe bezeichnet, was hier mit $A_{m-n,n}$ bezeichnet wird; die Formel (21) ist demnach identisch mit der dortigen Formel (13).

**) a. a. O. Bd. 57, p. 271.

differenzirt, so findet man

$$(31)\qquad e^x \sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n}{n+1} (e^x-1)^{n-1} = -\frac{1}{2} + B_1 x \ldots + \frac{(-1)^{m-1} B_m}{1.2..2m-1} x^{2m-1} \ldots$$

Entwickelt man nun $e^x$ und nach F. (1) die verschiedenen Potenzen von $e^x-1$ in nach aufsteigenden Potenzen von $x$ fortlaufende Reihen und bestimmt die Glieder, welche $x^{2m+1}$ enthalten, so findet man

$$\begin{aligned}
\frac{(-1)^m B_{m+1}}{1.2..2m+1} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1.2..2m+1} \\
&+ \frac{2}{3}\left[\frac{A_{0,1}}{1..2m} + \frac{1}{1.2}\frac{A_{1,1}}{1.2..2m-1} \ldots + \frac{1}{1..2m+1} A_{2m,1}\right] \\
&- \frac{3}{4}\left[\frac{1}{1.2}\frac{A_{0,2}}{1..2m-1} + \frac{1}{1.2.3}\frac{A_{1,2}}{1..2m-2} + \ldots + \frac{1}{1..2m+1} A_{2m-1,2}\right] \\
&\qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
&+ \frac{2m+2}{2m+3}\frac{A_{0,2m+1}}{1..2m+1}
\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
(32)\qquad (-1)^m B_{m+1} &= -\frac{1}{2} \\
&+ \frac{2}{3}[(2m+1,1) A_{0,1} + (2m+1,2) A_{1,1} + \ldots + (2m+1, 2m+1) A_{2m,1}] \\
&- \frac{3}{4}[(2m+1,2) A_{0,2} + (2m+1,3) A_{1,2} \ldots + (2m+1, 2m+1) A_{2m-1,2}] \\
&\qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
&+ \frac{2m+2}{2m+3} A_{0,2m+1}
\end{aligned}$$

Dagegen muss die Summe der Glieder, welche $x^{2m}$ enthalten, Null sein, mithin

$$\begin{aligned}
(33)\qquad 0 &= -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}[(2m,1) A_{0,1} \ldots + (2m, 2m) A_{2m-1,1}] \\
&\quad - \frac{3}{4}[(2m,2) A_{0,2} \ldots + (2m, 2m) A_{2m-2,2}] \\
&\qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
&\quad - \frac{2m+1}{2m+2} A_{0,2m}
\end{aligned}$$

Durch nochmalige Differentiation findet man

$$(A)\qquad e^{2x}\sum_{2,\infty}^{n}(-1)^n\frac{n.n-1}{n+1}(e^x-1)^{n-2}+e^x\sum_{1,\infty}^{n}(-1)^n\frac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}=B_1\ldots$$
$$+\frac{(-1)^m B_{m+1}}{1\,.\,2\,..\,2m}x^{2m}\ldots$$

Nimmt man nun auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m}$ und bemerkt, dass nach dem vorhergehenden der von $e^x\sum_{1,\infty}^{n}(-1)^n\frac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}$ herrührende Theil $=0$ ist, so erhält man

$$(34)\qquad (-1)^m B_{m+1}=\tfrac{1.2}{3}2^{2m}$$
$$-\tfrac{2.3}{4}[(2m,1)2^{2m-1}A_{0,1}+(2m,2)2^{2m-2}A_{1,1}\ldots+(2m,2m)A_{2m-1,1}]$$
$$+\tfrac{3.4}{5}[(2m,2)2^{2m-2}A_{0,2}+(2m,3)2^{2m-3}A_{1,2}\ldots+(2m,2m)A_{2m-2,2}]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\tfrac{2m+1\,.\,2m+2}{2m+3}A_{0,2m}$$

zugleich muss der Coefficient von $x^{2m+1}$ in der Entwickelung des obigen Ausdruckes Null werden. Bezeichnet man aber den in

$$e^x\sum_{1,\infty}^{n}(-1)^n\frac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}$$

enthaltenen Theil dieses Coefficienten durch $S$, so ist $1\,.\,2\,..\,(2m+1)S$ dem auf der rechten Seite in (32) stehenden Ausdrucke gleich und man hat daher

$$(-1)^m B_{m+1}=1\,.\,2\,..\,(2m+1)S$$

Bezeichnet man ferner den in $e^{2x}\sum_{2,\infty}^{n}(-1)^n\frac{n.n-1}{n+1}(e^x-1)^{n-2}$ enthaltenen Theil dieses Coefficienten durch $S_1$ so findet man

$$(35)\qquad 1\,.\,2\,..\,(2m+1)S_1=\tfrac{2}{3}2^{2m+1}$$
$$-\tfrac{2.3}{4}[(2m+1,1)2^{2m}A_{0,1}+(2m+1,2)2^{2m-1}A_{1,1}\ldots+(2m+1,2m+1)A_{2m,1}]$$
$$+\tfrac{3.4}{5}[(2m+1,2)2^{2m-1}A_{0,2}+(2m+1,3)2^{2m-2}A_{1,2}\ldots+(2m+1,2m+1)A_{2m-1,2}]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$-\tfrac{2m+2\,.\,2m+3}{2m+4}A_{0,2m+1}$$

Demnach, da $S+S_1=0$

$$(-1)^{m+1}B_{m+1}=1\,.\,2\,..(2m+1)S_1$$

Der Vergleich von (34) mit (35) zeigt also eine merkwürdige Uebereinstimmung zweier Ausdrücke, von welchen der erste in den zweiten übergeht, wenn man $m+\frac{1}{2}$ statt $m$ setzt. Durch fortgesetztes Differenziren lässt sich in ähnlicher Weise eine grosse Zahl neuer Beziehungen entwickeln.

Schreibt man (31) in der Form

$$\Sigma(-1)^n\tfrac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}=(1-x+\tfrac{x^2}{1\,.\,2}\ldots).(-\tfrac{1}{2}+B_1x\ldots)$$

und entwickelt auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m+1}$, so findet man die Beziehung

$$\tfrac{2}{3}A_{2m,1}-\tfrac{3}{4}A_{2m-1,2}\ldots+\tfrac{2m+2}{2m+3}A_{0,2m+1}=$$
$$(-1)^mB_{m+1}+(-1)^{m-1}(2m+1,\,2)B_m+(-1)^{m-2}(2m+1,\,4)B_{m-1}\ldots$$
$$+(2m+1,\,2m)B_1+\tfrac{1}{2}$$

Nun ist (nach § 2 F. 9* der ersten Abhandlung)

$$2m+1,\,2)B_m-(2m+1,4)B_{m-1}\ldots+(-1)^{m-1}(2m+1,2m)B_1+(-1)^m\tfrac{1}{2}=0$$

Demnach verwandelt sich die obige Gleichung in

$$(36)\qquad (-1)^mB_{m+1}=-1+\tfrac{2}{3}A_{2m,1}-\tfrac{3}{4}A_{2m-1,2}\ldots+\tfrac{2m+2}{2m+3}A_{0,2m+1}$$

Vergleicht man dies mit (32), so ergiebt sich

$$\tfrac{1}{2}+\tfrac{2}{3}[(2m+1,\,1)A_{0,1}\ldots+(2m+1,\,2m)A_{2m-1,1}]$$
$$-\tfrac{3}{4}[(2m+1,\,2)A_{0,2}\ldots+(2m+1,\,2m)A_{2m-2,2}]$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$-\tfrac{2m+1}{2m+2}A_{0,2m}=0$$

Entwickelt man dagegen auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m}$ so findet man

$$\tfrac{2}{3}A_{2m-1,1} - \tfrac{3}{4}A_{2m-2,2} \cdots - \tfrac{2m+1}{2m+2}A_{0,2m} =$$

$$(-1)^m(2m,1)B_m + (-1)^{m-1}(2m,3)B_{m-1} \cdots - (2m,2m-1)B_1 - \tfrac{1}{2}$$

Nun ist (nach § 2 F. 11* der ersten Abhandlung)

$$[(2m,1)+1]B_m - (2m,3)B_{m-1} \cdots + (-1)^{m-1}(2m,2m-1)B_1 + (-1)^m\tfrac{1}{2} = 0$$

d h.

$$(-1)^{m-1}B_m - 1 = (-1)^m(2m,1)B_m + (-1)^{m-1}(2m,3)B_{m-1} \cdots - (2m,2m-1)B_1 - \tfrac{1}{2}$$

also

$$(37) \qquad (-1)^{m-1}B_m = 1 + \tfrac{2}{3}A_{2m-1,1} - \tfrac{3}{4}A_{2m-2,2} \cdots - \tfrac{2m+1}{2m+2}A_{0,2m}$$

oder

$$(-1)^m B_{m+1} = 1 + \tfrac{2}{3}A_{2m+1,1} \cdots - \tfrac{2m+3}{2m+4}A_{0,2m+2}$$

Auch giebt der Vergleich mit (33)

$$(37') \quad (-1)^m B_m = -\tfrac{3}{2} + \tfrac{2}{3}[(2m,1)A_{0,1} + \ldots + (2m,2m-1)A_{2m-2,1}] - \tfrac{3}{4}[(2m,2)A_{0,2} + \ldots + (2m,2m-1)A_{2m-3,2}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + \tfrac{2m}{2m+1}A_{0,2m-1}$$

Verbindet man (37) mit (12′) indem man in letzterem Ausdrucke $2m$ statt $m$ setzt, wodurch er in

$$(38) \qquad A_{2m-1,1} - A_{2m-2,2} + A_{2m-3,3} \cdots - A_{0,2m} = -1$$

übergeht, so findet man

$$(39) \qquad (-1)^m B_m = \tfrac{1}{3}A_{2m-1,1} - \tfrac{1}{4}A_{2m-2,2} \cdots - \tfrac{1}{2m+2}A_{0,2m}$$

Verbindet man (36) mit (12′) indem man in letzterem $2m+1$ statt $m$ setzt, wodurch dieser Ausdruck in

$$(38') \qquad A_{2m,1} - A_{2m-1,2} + A_{2m-2,3} \cdots + A_{0,2m+1} = 1$$

übergeht, so findet man

$$(40)\qquad (-1)^m B_{m+1} = -\tfrac{1}{3} A_{2m,1} + \tfrac{1}{4} A_{2m-1,2} \cdots - \frac{1}{2m+3} A_{0,2m+1}$$ *)

8.

Schreibt man die oben (§ 3) benutzte Gleichung

$$e^{-x} = 1 - (e^x - 1) + (e^x - 1)^2 \ldots$$

in der Form

$$1 = e^x [1 - (e^x - 1) + (e^x - 1)^2 \ldots]$$

so erhält man, je nachdem man in dem nach aufsteigenden Potenzen von $x$ entwickelten Ausdrucke den Coefficienten von $x^{2m}$ oder $x^{2m+1}$ bestimmt,

$$(41)\qquad \begin{aligned} 1 = {} & (2m, 1) A_{0,1} + (2m, 2) A_{1,1} \ldots + A_{2m-1,1} \\ & - [(2m, 2) A_{0,2} + (2m, 3) A_{1,2} \ldots + A_{2m-2,2}] \\ & \qquad \cdots\cdots\cdots \\ & - A_{0,2m} \end{aligned}$$

oder

$$(42)\qquad \begin{aligned} 1 = {} & (2m+1, 1) A_{0,1} + (2m+1, 2) A_{1,1} \ldots + A_{2m,1} \\ & - [(2m+1, 2) A_{0,2} + (2m+1, 3) A_{1,2} \ldots + A_{2m-1,2}] \\ & \qquad \cdots\cdots\cdots \\ & + A_{0,2m+1} \end{aligned}$$

Aus der Verbindung von (41) mit (38) folgt

$$(43)\qquad \begin{aligned} 2 = {} & (2m, 1) A_{0,1} + \ldots + (2m, 2m-1) A_{2m-2,1} \\ & - [(2m, 2) A_{0,2} + \ldots + (2m, 2m-1) A_{2m-3,2}] \\ & \qquad \cdots\cdots\cdots \\ & + (2m, 2m-1) A_{0,2m-1}] \end{aligned}$$

und aus der Verbindung von (42) mit (38′)

---

*) Die zwei Formeln (39) und (40) finden sich bei Staudt a. a. O. p. 15 ohne Beweis.

$$(44) \qquad \begin{aligned} 0 = {} & (2m+1,\ 1)A_{0,1} \ldots + (2m+1,\ 2m)A_{2m-1,1} \\ & -[(2m+1,\ 2)A_{0,2} \ldots + (2m+1,\ 2m)A_{2m-2,2}] \\ & \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ & -(2m+1,\ 2m)A_{0,2m} \end{aligned}$$

Schreibt man die in § 7 gefundene Gleichung (A) in der Form

$$e^x \sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n.n-1}{n+1}(e^x-1)^{n-2} + \sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1} =$$

$$(1-x+\frac{x^2}{1.2} \ldots + \frac{x^{2m}}{1..2m} \ldots)(B_1 - \frac{B_2 x^2}{1.2} \ldots + (-1)^m \frac{B_{m+1} x^{2m}}{1 \ldots 2m} \ldots)$$

und entwickelt auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m}$, indem man zugleich mit $1.2..2m$ multiplicirt, so liefert $\sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}$ den Ausdruck

$$\frac{2}{3}A_{2m-1,1} - \frac{3}{4}A_{2m-2,2} \ldots - \frac{2m+1}{2m+2}A_{0,2m}$$

an dessen Stelle man nach (37) einfacher $(-1)^{m-1}B_m - 1$ schreiben kann. Aus $e^x \sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n.n-1}{n+1}(e^x-1)^{n-2}$ erhält man

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} - \frac{2.3}{4}[(2m,\ 1)A_{0,1} + (2m,\ 2)A_{1,1} \ldots + A_{2m-1,1}] \\ & + \frac{3.4}{5}[(2m,\ 2)A_{0,2} + (2m,\ 3)A_{1,2} \ldots + A_{2m-2,2}] \\ & \qquad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ & + \frac{2m+1.2m+2}{2m+3}A_{0,2m} \end{aligned}$$

die andere Seite der Gleichung giebt aber als Coefficienten von $x^{2m}$ mit $1.2..2m$ multiplicirt den Ausdruck

$$(-1)^m B_{m+1} + (-1)^{m-1}(2m,\ 2)B_m \ldots - (2m,\ 2m-2)B_2 + B_1$$

Nun ist (nach § 2 F. 8* der ersten Abhandlung)

$$(2m,\ 2-1)B_m - (2m,\ 4)B_{m-1} \ldots + (-1)^{m-1}B_1 = 0$$

Man hat also

$$(-1)^m B_{m+1} = -\frac{1}{3} - \frac{2.3}{4}[(2m,\ 1)A_{0,1} \ldots + A_{2m-1,1}$$
$$+ \frac{3.4}{5}[(2m,\ 2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-2,2}]$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$+ \frac{2m+1.2m+2}{2m+3} A_{0,2m}$$

Entwickelt man dagegen den Coefficienten von $x^{2m+1}$ und multiplicirt mit $1.2 \ldots 2m+1$ so liefert $\sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n \frac{n}{n+1} (e^x - 1)^{n-1}$ den Ausdruck

$$\frac{2}{3} A_{2m,1} - \frac{3}{4} A_{2m,2} \ldots + \frac{2m+2}{2m+3} A_{0,2m+1}$$

was, nach (36), $= (-1)^m B_{m+1} + 1$ ist. Ferner liefert

$$e^x \sum_{1,\infty}^{n} (-1)^n . \frac{n.n-1}{n+1} (e^x - 1)^{n-2}$$

den Ausdruck

$$\frac{2}{3} - \frac{2.3}{4}[(2m+1,\ 1)A_{0,1} + (2m+1,\ 2)A_{1,1} \ldots + A_{2m,1}]$$
$$+ \frac{3.4}{5}[(2m+1,\ 2)A_{0,2} + \ldots \qquad + A_{2m-1,2}]$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$- \frac{2m+2.2m+3}{2m+4} A_{0,2m+1}$$

Die andere Seite der Gleichung giebt

$$(-1)^{m+1}(2m+1,\ 1)B_{m+1} + (-1)^m(2m+1,\ 3)B_m \ldots - B_1$$

Nun ist (nach § 2 F. 10* der ersten Abhandlung)

$$((2m+1,\ 1)+2)B_{m+1} - (2m+1,\ 3)B_m \ldots + (-1)^m B_1 = 0$$

d. h.

$$(-1)^m B_{m+1} = (-1)^{m+1}[((2m+1,\ 1)+1)B_{m+1} + (-1)^m(2m+1,\ 3)B_m \ldots - B_1]$$

Demnach

$$(-1)^m B_{m+1} = \frac{5}{3} - \frac{2.3}{4}[(2m+1,\ 1)A_{0,1} + (2m+1,\ 2)A_{1,1} \ldots + A_{2m,1}]$$
$$+ \frac{3.4}{5}[(2m+1,\ 2)A_{0,2} \ldots \qquad + A_{2m-1,2}]$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$- \frac{2m+2.2m+3}{2m+4} A_{0,2m+1}$$

Aus dem Vergleich dieses Werthes von $(-1)^m B_{m+1}$ mit dem unmittelbar vorher gefundenen ergiebt sich

$$\begin{aligned} 2 = &\tfrac{2.3}{4}[(2m,\ 0)A_{0,1} \ldots + A_{2m,1}] \\ &- \tfrac{3.4}{5}[(2m,\ 1)A_{0,2} \ldots + A_{2m-1,2}] \\ &\quad \ldots\ldots\ldots \\ &+ \tfrac{2m+2.2m+3}{2m+4} A_{0,2m+1} \end{aligned}$$

Schreibt man die Gleichung (A) in der Form

$$\Sigma(-1)^n \tfrac{n.n-1}{n+1}(e^x-1)^{n-2} + e^{-x}\Sigma(-1)^n \tfrac{n}{n+1}(e^x-1)^{n-1} = e^{-2x}(B_1 \ldots + (-1)^m \tfrac{B_{m+1}}{1..2m} x^{2m} \ldots)$$

so kann man hieraus in ähnlicher Weise andere Formeln ableiten.

## 9.

Schreibt man die Gleichung (24) in der Form

$$\tfrac{x}{e^x-1} - 1 = -\tfrac{e^x-1}{2} + \tfrac{(e^x-1)^2}{3} \ldots$$

multiplicirt dann auf der rechten Seite mit $\frac{x}{e^x-1}$ und auf der linken mit dem gleichwerthigen Ausdrucke $1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1 x^2}{1.2} \ldots$ so hat man

$$(1 - \tfrac{x}{2} + \tfrac{B_1 x^2}{1.2} \ldots + \tfrac{(-1)^{m-1} B_m x^{2m}}{1.2..2m} \ldots)^2 - (1 - \tfrac{x}{2} + \tfrac{B_1 x^2}{1.2} \ldots + \tfrac{(-1)^{m-1} B_m x^{2m}}{1.2..2m} \ldots) = x \sum_{1,\infty}^{n} \tfrac{(-1)^n}{n+1}(e^x-1)^{n-1}$$

Entwickelt man auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{4m}$, so findet man

$$\tfrac{B^2_m}{(1.2..2m)^2} + \tfrac{2B_1}{1.2} \cdot \tfrac{B_{2m-1}}{1..4m-2} + \tfrac{2B_2}{1.2.3.4} \cdot \tfrac{B_{2m-2}}{1..4m-4} \ldots + \tfrac{2B_{m+1}}{1..2m-2} \cdot \tfrac{B_{m+1}}{1..2m+2} - \tfrac{B_{2m}}{1..4m} = \tfrac{1}{3} \tfrac{A_{4m-2,1}}{1.2..4m-1} - \tfrac{1}{4} \tfrac{A_{4m-3,2}}{1.2..4m-1} \ldots + \tfrac{1}{4m+1} \tfrac{A_{0,4m-1}}{1..4m-1}$$

also, wenn man auf beiden Seiten mit $1.2 \ldots 4m$ multiplicirt (und $m > 1$)

$$(45)\quad (4m, 2m)(B_m)^2+2(4m, 2)B_1B_{2m-1}+\ldots+2(4m, 2m-2)B_{m-1}B_{m+1}-B_{2m}$$
$$=4m\left[\tfrac{1}{3}A_{4m-2,1}-\tfrac{1}{4}A_{4m-3,2}\ldots+\tfrac{1}{4m+1}A_{0,4m-1}\right]$$

Bestimmt man dagegen den Coefficienten von $x^{4m+2}$ so ergiebt sich

$$(46)\quad B_{2m+1}-2(4m+2,2)B_1B_{2m}-2(4m+2,4)B_2B_{2m-1}\ldots-2(4m+2,2m)B_mB_{m+1}$$
$$=(4m+2)\left[\tfrac{1}{3}A_{4m,1}-\tfrac{1}{4}A_{4m-1,2}\ldots+\tfrac{1}{4m+3}A_{0,4m+1}\right]$$

Setzt man in (40) $2m-1$ statt $m$ so ist

$$B_{2m}=\tfrac{1}{3}A_{4m-2,1}-\tfrac{1}{4}A_{4m-3,2}\ldots+\tfrac{1}{4m+1}A_{0,4m-1}$$

und es folgt daher aus (45)

$$(47)\quad (4m+1)B_{2m}=(4m, 2m)(B_m)^2+2(4m, 2)B_1B_{2m-1}\ldots$$
$$+2(4m, 2m-2)B_{m-1}B_{m+1}$$

Ferner folgt aus (40) indem man $2m$ statt $m$ setzt,

$$B_{2m+1}=-\tfrac{1}{3}A_{4m,1}+\tfrac{1}{4}A_{4m-1,2}\ldots-\tfrac{1}{4m+3}A_{0,4m+1}$$

und mithin aus (46)

$$(48)\quad (4m+3)B_{2m+1}=2(4m+2, 2)B_1B_{2m}\ldots+2(4m+2, 2m)B_mB_{m+1}\text{ *)}.$$

## 10.

Wenn man auf beiden Seiten der Gleichung (31) mit $\frac{x}{e^x-1}$ multiplicirt und das Resultat in folgender Gestalt schreibt

$$e^x\left(\tfrac{2}{3}x-\tfrac{1}{2}\cdot\tfrac{x}{e^x-1}\right)+xe^x\left[-\tfrac{3}{4}(e^x-1)+\tfrac{4}{5}(e^x-1)^2\ldots\right]$$
$$=\tfrac{x}{e^x-1}\left(-\tfrac{1}{2}+B_1x\ldots+(-1)^{m-1}\tfrac{B_m}{1.2..2m-1}x^{2m-1}\ldots\right)$$

so erhält man

---

*) Die Formeln (47) und (48) stimmen mit denen überein, welche Euler instit. calc. diff. P. 2 § 123 gefunden hat.

$$(x+x^2+\frac{x^3}{1.2}\ldots+\frac{x^{2m}}{1..2m-1}\ldots)(-\frac{3}{4}(e^x-1)+\frac{4}{5}(e^x-1)^2\ldots-\frac{2m+1}{2m+2}(e^x-1)^{2m-1}\ldots)$$
$$+\frac{2}{3}(x+x^2+\ldots+\frac{x^{2m}}{1..2m-1}\ldots)$$
$$-\frac{1}{2}(1+x+\frac{x^2}{1.2}\ldots+\frac{x^{2m}}{1..2m}\ldots)(1-\frac{x}{2}+\frac{B_1x^2}{1.2}\ldots+\frac{(-1)^{m-1}B_mx^{2m}}{1..2m}\ldots)$$
$$=(1-\frac{x}{2}\ldots+\frac{(-1)^{m-1}B_mx^{2m}}{1..2m}\ldots)(-\frac{1}{2}+B_1x\ldots+\frac{(-1)^{m-1}B_mx^{2m-1}}{1..2m-1}\ldots)$$

Bestimmt man also auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m}$, so findet man

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{1.2..2m-1}-\frac{3}{4}[A_{0,1}\frac{1}{1..2m-2}+\frac{A_{1,1}}{1.2}\cdot\frac{1}{1..2m-3}\ldots+\frac{A_{2m-2,1}}{1..2m-1}]$$
$$+\frac{4}{5}[\frac{A_{0,2}}{1.2}\cdot\frac{1}{1..2m-3}\ldots\qquad+\frac{A_{2m-3,2}}{1..2m-2}]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$-\frac{2m+1}{2m+2}\frac{A_{0,2m-1}}{1..2m-1}$$
$$-\frac{1}{2}\left[\frac{(-1)^{m-1}B_m}{1.2..2m}+\frac{(-1)^{m-2}B_{m-1}}{1.2..2m-2}\cdot\frac{1}{1.2}\ldots+\frac{B_1}{1.2}\cdot\frac{1}{1..2m-2}-\frac{m-1}{1.2..2m}\right]$$
$$=(-1)^m\frac{1}{2}\cdot\frac{2m+1}{1.2..2m}B_m$$

Multiplicirt man nun auf beiden Seiten mit $1.2..2m-1$ und berücksichtigt die bekannte Formel

$$(2m,\ 2)B_{m-1}-(2m,\ 4)B_{m-2}\ldots+(-1)^{m-1}(m-1)=0\ ^*)$$

so ergiebt sich die neue Formel

$$(49)\qquad (-1)^m\cdot\frac{1}{2}B_m=\frac{2}{3}-\frac{3}{4}[(2m-1,\ 1)A_{0,1}\ldots+A_{2m-2,1}]$$
$$+\frac{4}{5}[(2m-1,\ 2)A_{0,2}\ldots+A_{2m-3,2}]$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$-\frac{2m+1}{2m+2}A_{0,2m-1}$$

Bestimmt man aber den Coefficienten von $x^{2m+1}$ und multiplicirt zugleich auf beiden Seiten mit $1.2..2m$, so liefert das Produkt

---

*) Vgl. erste Abhandlung § 1 F. II.

$$(1-\frac{x}{2}\ldots+\frac{(-1)^{m-1}B_m x^{2m}}{1.2..2m}\ldots)(-\frac{1}{2}+B_1 x\ldots+\frac{(-1)^m B_{m+1}}{1.2..2m+1}x^{2m+1}\ldots)$$

den Ausdruck

$$(-1)^{m-1}\frac{1}{2m+1}[-B_{m+1}+(2m+1,2)B_1 B_m+(2m+1,4)B_2 B_{m-1}\ldots \\ +(2m+1,2m)B_m B_1]$$

oder da $(2m+1,2)+(2m+1,2m)=(2m+2,2)$ u. s. w., so kann man statt dieses Ausdruckes, je nachdem $m$ eine gerade oder ungerade Zahl ist, auch schreiben

$$(-1)^{m-1}\frac{1}{2m+1}[-B_{m+1}+(2m+2,2)B_1 B_m+(2m+2,4)B_2 B_{m-1}\ldots \\ +(2m+2,m)\frac{B_m}{2}\frac{B_{m+1}}{2}$$

oder

$$(-1)^{m-1}\frac{1}{2m+1}[-B_{m+1}+(2m+2,2)B_1 B_m\ldots+(2m+2,m-1)\frac{B_{m-1}}{2}\frac{B_{m+3}}{2} \\ +\frac{1}{2}(2m+2,m+1)\left(\frac{B_{m+1}}{2}\right)^2]$$

Berücksichtigt man aber die Formeln (47) und (48) so sieht man, dass in beiden Fällen der Werth in $(-1)^{m-1}\frac{1}{2}B_{m+1}$ übergeht. Bestimmt man auf der anderen Seite der Gleichung ebenfalls den mit $1.2\ldots 2m$ multiplicirten Werth des Coefficienten von $x^{2m+1}$, so findet man

$$\frac{2}{3}-\frac{3}{4}[(2m,1)A_{0,1}+(2m,2)A_{1,1}\ldots+A_{2m-1,1}] \\ +\frac{4}{5}[(2m,2)A_{0,2}+(2m,3)A_{1,2}\ldots+A_{2m-2,2}] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ +\frac{2m+2}{2m+3}A_{0,2m} \\ -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2m+1}(-1)^{m-1}[(2m+1,1)B_m-(2m+1,3)B_{m-1}\ldots+(-1)^m\frac{2m-1}{2}]$$

Nun ist der letzte in Klammern stehende Ausdruck $=0$*), man hat also schliesslich

---

*) Vgl. erste Abhandlung § 1 F. I.

$$(50)\qquad (-1)^{m+1}\tfrac{1}{2}B_{m+1} = \tfrac{2}{3} - \tfrac{3}{4}[(2m,1)A_{0,1} + \ldots + A_{2m-1,1}] + \tfrac{4}{5}[(2m,2)A_{0,2} + \ldots + A_{2m-2,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + \tfrac{2m+2}{2m+3}A_{0,2m}$$

Verbindet man diese Formel mit (33) durch Addition, so erhält man

$$(51)\qquad (-1)^{m+1}\tfrac{1}{2}B_{m+1} = \tfrac{1}{2.3} - \tfrac{1}{3.4}[(2m,1)A_{0,1} \ldots + A_{2m-1,1}] + \tfrac{1}{4.5}[(2m,2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-2,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + \tfrac{1}{2m+2.2m+3}A_{0,2m}$$

Addirt man zu (50) auf der rechten Seite den Ausdruck

$$\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}[(2m,1)A_{0,1} \ldots + A_{2m-1,1}] + \tfrac{1}{5}[(2m,2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-2,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + \tfrac{1}{2m+3}A_{0,2m}$$

so erhält man

$$1 - [(2m,1)A_{0,1} \ldots + A_{2m-1,1}] + [(2m,2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-2,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + A_{0,2m}$$

Dies ist aber Null nach (41). Mithin

$$(52)\qquad (-1)^{m}\tfrac{1}{2}B_{m+1} = \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}[(2m,1)A_{0,1} + (2m,2)A_{1,1} + \ldots + A_{2m-1,1}] + \tfrac{1}{5}[(2m,2)A_{0,2} \ldots \quad + A_{2m-2,2}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \tfrac{1}{2m+3}A_{0,2m}$$

Ebenso ergiebt sich aus (49), wenn man $m+1$ statt $m$ setzt, und die Formel (42) berücksichtigt,

$$(53)\qquad (-1)^m \tfrac{1}{2} B_{m+1} = \tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{4}[(2m+1,\ 1)A_{0,1} + \ldots + A_{2m,1}] + \tfrac{1}{5}[(2m+1,\ 2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-1,2}] \quad \ldots\ldots\ldots - \tfrac{1}{2m+4} A_{0,2m+1}$$

Der Vergleich dieser zwei zuletzt gefundenen Werthe von $(-1)^m \frac{1}{2} B_{m+1}$ führt zu

$$0 = \tfrac{1}{4}[(2m,\ 0)A_{0,1} + (2m,\ 1)A_{1,1} \ldots + A_{2m,1}] - \tfrac{1}{5}[(2m,\ 1)A_{0,2} + (2m,\ 2)A_{1,2} \ldots + A_{2m-1,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + \tfrac{1}{2m+4} A_{0,2m+1}$$

Verbindet man (41) mit (32), so führt dies zu

$$(54)\qquad (-1)^m B_{m+1} = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}[(2m+1,\ 1)A_{0,1} \ldots + A_{2m,1}] + \tfrac{1}{4}[(2m+1,\ 2)A_{0,2} \ldots + A_{2m-1,2}] \quad \ldots\ldots\ldots - \tfrac{1}{2m+3} A_{0,2m+1}$$

Wenn man in (37′) auf beiden Seiten der Gleichung

$$-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}[(2m,\ 1)A_{0,1} \ldots + (2m,\ 2m-1)A_{2m-2,1}] - \tfrac{1}{4}[(2m,\ 2)A_{0,2} \ldots + (2m,\ 2m-1)A_{2m-3,2}] \quad \ldots\ldots\ldots + \tfrac{1}{2m+1} A_{0,2m-1}$$

addirt und (43) berücksichtigt, so findet man

$$(-1)^m B_m = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3}[(2m,\ 1)A_{0,1} \ldots + (2m,\ 2m-1)A_{2m-2,1}] + \tfrac{1}{4}[(2m,\ 2)A_{0,2} \ldots + (2m,\ 2m-1)A_{2m-3,2}] \quad \ldots\ldots\ldots - \tfrac{1}{2m+1}(2m,\ 2m-1)A_{0,2m-1}$$

oder

$$(55)\quad (-1)^m B_{m+1} = -\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}[(2m+2,1)A_{0,1} \ldots + (2m+2, 2m+1)A_{2m,1}]$$
$$- \tfrac{1}{4}[(2m+2,2)A_{0,2} \ldots + (2m+2, 2m+1)A_{2m-1,2}]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ \tfrac{1}{2m+3}(2m+2, 2m+1)A_{0,2m+1}$$

Verbindet man diesen Werth mit dem unmittelbar vorher gefundenen Werthe von $(-1)^m B_{m+1}$ durch Addition, so ergiebt sich

$$(-1)^m 2B_{m+1} = \tfrac{1}{3}[(2m+1,0)A_{0,1} \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m,1}]$$
$$- \tfrac{1}{4}[(2m+1,1)A_{0,2} \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m,1}]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$+ \tfrac{1}{2m+3}(2m+1, 2m)A_{0,2m+1}$$

## 11.

Aus der Gleichung (8) folgt, wenn man $2m-1$ statt $m$ und $n = 2$ setzt

$$A_{2m-1,2} = (2m+1,1)A_{0,1} + (2m+1,2)A_{1,1} + \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m-1,1}$$

ebenso, wenn man $2m-2$ statt $m$ und $n = 3$ setzt,

$$A_{2m-2,3} = (2m+1,2)A_{0,2} + (2m+1,3)A_{1,2} \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m-2,2}$$

u. s. w. Mit Hülfe dieser Formeln und indem man zugleich berücksichtigt, dass $A_{2m,1} = 1$ ist, kann man die Formel (40) in

$$(-1)^m B_{m+1} =$$
$$-\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4}[(2m+1,1)A_{0,1} + (2m+1,2)A_{1,1} \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m-1,1}]$$
$$- \tfrac{1}{5}[(2m+1,2)A_{0,2} + (2m+1,3)A_{1,2} \ldots + (2m+1, 2m)A_{2m-2,2}]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$- \tfrac{1}{2m+3}(2m+1, 2m)A_{0,2m}$$

verwandeln, da man statt $A_{0,2m+1}$ auch $(2m+1)A_{0,2m}$ schreiben kann.

Verbindet man diese Formel mit der Formel (53) durch Addition, so ergiebt sich

$$\tfrac{3}{2}(-1)^m B_{m+1} = -\tfrac{1}{4}A_{2m,1}+\tfrac{1}{5}A_{2m-1,2}\cdots-\tfrac{1}{2m+4}A_{0,2m+1}$$

welche Formel ebenfalls Staudt a. a. O. ohne Beweis gegeben hat.

Hieraus erhält man ferner durch Verbindung mit (38′)

$$\tfrac{3}{2}(-1)^m B_{m+1} = -1+\tfrac{3}{4}A_{2m,1}\cdots+\tfrac{2m+3}{2m+4}A_{0,2m+1}$$

und hieraus durch Verbindung mit (36)

$$\tfrac{1}{2}(-1)^m B_{m+1} = \tfrac{1}{3.4}A_{2m,1}-\tfrac{1}{4.5}A_{2m-1,2}\cdots+\tfrac{1}{2m+3.2m+4}A_{0,2m+1}$$

Mit Hülfe der Gleichung (8) lässt sich noch eine grosse Anzahl neuer Formeln aus den im Vorhergehenden gefundenen ableiten. Auf diese Weise hätte man z B. aus

$$(-1)^m B_{m+1} = -\tfrac{1}{2}+\tfrac{A_{2m,2}}{3}\cdots+\tfrac{A_{0,2m+2}}{2m+3}$$

was unmittelbar aus (26) folgt, sofort (55) finden können.

## 12.

Aus der bekannten Formel

$$\tfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} = T_1 x-\tfrac{T_3 x^3}{1.2.3}\cdots.$$

wo $T_{2r-1}$ d. h. der $r$te Tangentencoefficient $= 2^{2r-1}(2^{2r}-1)\frac{B_r}{r}$, folgt

$$1-\tfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} = \tfrac{2}{e^{2x}+1} = 1-T_1 x+\tfrac{T_3}{1.2.3}x^3\cdots+\tfrac{(-1)^r T_{2r-1}}{1.2..2r-1}x^{2r-1}\cdots$$

also, wenn man $\frac{x}{2}$ statt $x$ setzt,

$$\tfrac{2}{e^x+1} = \tfrac{1}{1+\frac{e^x-1}{2}} = 1-T_1\tfrac{x}{2}+\tfrac{T_3}{1.2.3}\tfrac{x^3}{2^3}\cdots+(-1)^r\tfrac{T_{2r-1}}{1.2..2r-1}\tfrac{x^{2r-1}}{2^{2r-1}}\cdots$$

Nun ist

$$\left(1+\frac{e^x-1}{2}\right)^{-1} = 1-\frac{e^x-1}{2}+\frac{(e^x-1)^2}{2^2}\ldots$$

setzt man in dieser Gleichung auf der rechten Seite allgemein statt $(e^x-1)^n$ seinen Werth nach Formel (1) so folgt

$$T_{2r-1} = (-1)^{r-1}[A_{0,2r-1} - 2A_{1,2r-2} + 2^2 A_{2,2r-3}\ldots+2^{2r-2}A_{2r-2,1}]$$

mithin

$$B_r = (-1)^{r-1}\frac{r}{2^{2r}-1}\left(\frac{A_{0,2r-1}}{2^{2r-1}} - \frac{A_{1,2r-2}}{2^{2r-2}}\ldots+\frac{A_{2r-2,1}}{2}\right)^{*}) \tag{56}$$

und da in der Entwickelung von $\frac{2}{e^x+1}$ keine geraden Potenzen von $x$ vorkommen, so hat man zugleich, wenn man den Coefficienten der Potenz $x^{2r}$ in der Entwickelung von $1-\frac{e^x-1}{2}\ldots$ nimmt,

$$\frac{A_{0,2r}}{2^{2r-1}} - \frac{A_{1,2r-1}}{2^{2r-2}}\ldots - A_{2r-1,1} = 0 \tag{57}$$

Eine ähnliche Betrachtung führt auch zu einer Darstellung der Euler'schen Zahlen durch die Zahlen $A$. Denn da, wenn $E_r$ die $r$te Euler'sche Zahl bedeutet,

$$\frac{2}{e^x+e^{-x}} = e^x\cdot\frac{2}{1+e^{2x}} = 1-\frac{E_1x^2}{1.2}\ldots+(-1)^r\frac{E_rx^{2r}}{1.2..2r}\ldots$$

also $$e^{\frac{x}{2}}\left(1+\frac{e^x-1}{2}\right)^{-1} = 1-E_1\frac{x^2}{2^2}\cdot\frac{1}{1.2}\ldots+(-1)^rE_r\frac{x^{2r}}{2^{2r}}\cdot\frac{1}{1.2..2r}\ldots$$

so folgt hieraus, wenn man wieder $\left(1+\frac{e^x-1}{2}\right)^{-1}$ wie vorher behandelt und zugleich für $e^{\frac{x}{2}}$ seinen Werth $1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2^2}\cdot\frac{1}{1.2}\ldots$ setzt,

$$\frac{(-1)^rE_r}{2^{2r}}\cdot\frac{1}{1.2..2r} = \frac{1}{2^{2r}}\cdot\frac{1}{1.2..2r}$$
$$-\frac{1}{2}\left[A_{0,1}\frac{1}{2^{2r-1}}\cdot\frac{1}{1.2..(2r-1)}+\frac{A_{1,1}}{1.2}\cdot\frac{1}{2^{2r-2}}\cdot\frac{1}{1.2..(2r-2)}\ldots+\frac{A_{2r-1,1}}{1.2..2r}\right]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\frac{(-1)^k}{2^k}\left[\frac{A_{0,k}}{1\ldots k}\cdot\frac{1}{2^{2r-k}}\cdot\frac{1}{1.2..(2r-k)}\ldots+\frac{A_{2r-k,k}}{1.2..2r}\right]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\frac{1}{2^{2r}}\frac{A_{0,2r}}{1.2..2r}$$

*) Vgl. Eytelwein über die Vergleichung der Differenzencoefficienten mit den Bernoulli'schen Zahlen. Abh. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1816—17, p. 41.

und zugleich folgt, da die Entwickelung von $\frac{2}{e^x+e^{-x}}$ keine ungeraden Potenzen von $x$ enthält

$$0 = \frac{1}{2^{2r+1}} \cdot \frac{1}{1.2..2r+1} - \frac{1}{2}\left[A_{0,1} \cdot \frac{1}{2^{2r}} \cdot \frac{1}{1..2r} \cdots + \frac{A_{2r,1}}{1..(2r+1)}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \frac{(-1)^k}{2^k}\left[\frac{A_{0,k}}{1.2..k} \cdot \frac{1}{2^{2r+1-k}} \cdot \frac{1}{1...(2r+1-k)} \cdots + \frac{A_{2r+1-k,k}}{1.2..2r+1}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$- \frac{1}{2^{2r+1}} \frac{A_{0,2r+1}}{1.2..2r+1}$$

Berücksichtigt man, dass $A_{0,0} = 1$, sonst aber $A_{k,0} = 0$ (§ 1), so sieht man, dass man die zwei letzten Formeln auch in folgender Gestalt schreiben kann

$$(-1)^r E_r = \sum_{0,\ 2r}^{k} (-1)^k [(2r,\ k) A_{0,k} + 2(2r,\ k+1) A_{1,k} \cdots + 2^{2r-k}(2r,\ 2r) A_{2r-k,k}]$$

$$0 = \sum_{0,\ 2r+1}^{k} (-1)^k [(2r+1,\ k) A_{0,k} + 2(2r+1,\ k+1) A_{1,k} \cdots$$

$$+ 2^{2r+1-k}(2r+1,\ 2r+1) A_{2r+1-k,k}]$$

## 13.

Zu anderen Ausdrücken für die Bernoulli'schen Zahlen führt folgende Betrachtung. Wenn man, von der Formel (19) ausgehend, den Werth des Ausdrucks

$$1^r - 2^r + 3^r - 4^r \ldots + (m-1)^r - m^r$$

berechnet, wo also $m$ gerade ist, so findet man

$$\begin{aligned}
&(1,\ 1) A_{r-1,1} \\
&-(2,\ 1) A_{r-1,1} - (2,\ 2) A_{r-2,2} \\
&+(3,\ 1) A_{r-1,1} + (3,\ 2) A_{r-2,2} + (3,\ 3) A_{r-3,3} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&-(m,\ 1) A_{r-1,1} - (m,\ 2) A_{r-2,2} \cdots - (m,\ r) A_{0,r}
\end{aligned}$$

Indem man $r \leqq m$ voraussetzt, sind also die Coefficienten von $A_{r-1,1}$; $A_{r-2,2}$; $\ldots A_{0,r}$ bezüglich $=$

$$(1,\,1)-(2,\,1)\ldots-(m,\,1) = 1-2+3-4\ldots+(m-1)-m$$
$$-(2,\,2)+(3,\,2)\ldots-(m,\,2) = \frac{-1.2+2.3\ldots-(m-1)m}{1.2}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\pm(r,\,r)\mp(r+1,\,r)\ldots-(m,\,r) = \frac{\pm 1.2..r\mp 2\ldots(r+1)\ldots-m(m-1)\ldots(m-r+1)}{1.2\ldots r}$$

wo in der letzten Reihe die oberen oder unteren Zeichen zu nehmen sind, je nachdem $r$ ungerade oder gerade. Ist $r > m$, so fallen die Glieder $(m,\, r+1)$ u. s. w. von selbst weg. Nun ist, wenn man

$$S = z - z^2 + z^3 \ldots - z^m$$

setzt, wo also $m$ gerade,

$$\frac{\partial^r S}{\partial z^r} = (-1)^{r-1}[1.2\ldots r - 2.3\ldots(r+1)z\ldots+(-1)^r(m-r+1)\ldots mz^{m-r}]$$

Bezeichnet man durch $D_r$ den Werth, welchen $\frac{\partial^r S}{\partial z^r}$ für $z = 1$ annimmt, so erhält man

$$D_r = (-1)^{r-1}[1.2..r - 2.3\ldots r+1\ldots+(-1)^r m\ldots(m-r+1)]$$

und

$$(58)\quad 1-2^r+3^r\ldots-m^r = D_1 \cdot A_{r-1,1} + \frac{D_2}{1.2} A_{r-2,2}\ldots+\frac{D_r}{1.2\ldots r} A_{0,r}$$

Setzt man $z - z^{m+1} = u$ und $(1+z)^{-1} = v$ so dass $S = uv$, so findet man, wenn man (nach der Differentiation) $z = 1$ setzt

$$u = 0 \qquad v = \frac{1}{2}$$
$$\frac{\partial u}{\partial z} = -m, \qquad \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{2^2}$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -(m+1)m,$$
$$\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots$$
$$\frac{\partial^n u}{\partial z^n} = -(m+1)m\ldots(m-n+2), \quad \frac{\partial^{n-1} v}{\partial z^{n-1}} = (-1)^{n-1}\frac{1.2\ldots(n-1)}{2^n}$$

Nach der Formel

$$d^n(uv) = ud^n v + (n, 1)\, du\, .\, d^{n-1}v \ldots + d^n u\, .\, v$$

hat man also

$$D_1 = -\frac{m}{2};\ D_2 = -\frac{m^2}{2}$$

und allgemein, wenn $n > 2$,

$$D_n = \pm m(n, 1)\frac{1\,.\,2\,..\,(n-1)}{2^n} \mp \frac{(m+1)m(n, 2)\,1\,.\,2\ldots(n-2)}{2^{n-1}}$$
$$\pm (m+1)m(m-1)(n, 3)\frac{1\,.\,2\ldots(n-3)}{2^{n-2}} \ldots . - \frac{(m+1)m\ldots m-n+2}{2}$$

wo das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem $n$ gerade oder ungerade.

Entwickelt man die Grössen $D$ nach Potenzen von $m$, so findet man demnach für die erste Potenz in $D_1$ den Coefficienten $-\frac{1}{2}$, in $D_2$ den Coefficienten Null, in $\frac{D_s}{1\,.\,2\,..\,s}$ (wenn $s > 2$) den Coefficienten

$$(-1)^{s-1}\left[\frac{1}{2\,.\,3}\cdot\frac{1}{2^{s-2}} + \frac{1}{3\,.\,4}\cdot\frac{1}{2^{s-3}}\cdot\ldots + \frac{1}{(s-1)s}\cdot\frac{1}{2}\right] = (-1)^{s-1}\sum_{2,\,s-1}^{k}\frac{1}{k(k+1)}\cdot\frac{1}{2^{s-k}}$$

Nun ist nach Euler*), wenn man $r = 2n$ und $C_k = 2(2^k - 1)B_k$ setzt,

$$1^{2n} - 2^{2n} \ldots + (m-1)^{2n} - m^{2n} = -\frac{1}{2}\left[m^{2n} + \frac{C_1}{1\,.\,2}(2n, 1)m^{2n-1}\ldots\right.$$
$$\left. + (-1)^{n-1}\frac{C_n}{2n}(2n, 2n-1)m\right]$$

Vergleicht man den Coefficienten von $m$ in dieser Entwickelung, welchen man kürzer durch $\frac{(-1)^n C_n}{2} = (-1)^n(2^{2n} - 1)B_n$ ausdrücken kann, mit dem Coefficienten von $m$, welcher sich aus (58) ergiebt, wenn man dort $r = 2n$ setzt, so findet man

$$(-1)^n(2^{2n} - 1)B_n = -\frac{A_{2n-1,\,1}}{2} + \sum_{3,\,2n}^{s}\ \sum_{2,\,s-1}^{k}(-1)^{s-1}\cdot\frac{1}{k(k+1)}\cdot\frac{A_{2n-s,\,s}}{2^{s-k}}$$

Benutzt man die Formel (21), so findet man

*) Instit. calc. differ. P. 2 § 184.

$$1^r - 2^r \ldots + (m-1)^r - m^r =$$
$$(r,r)A_{0,r} - (r-1,r-1)A_{1,r-1} \ldots + (-1)^{r-1}(1,1)A_{r-1,1}$$
$$-[(r+1,r)A_{0,r} - (r,r-1)A_{1,r-1} \ldots + (-1)^{r-1}(2,1)A_{r-1,1}]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$-[(m+r-1,r)A_{0,r} - (m+r-2),r-1)A_{1,r-1} \ldots + (-1)^{r-1}(m,1)A_{r-1,1}]$$

Hier sind also die Reihen von der Form

$$(-1)^k[(r-k,r-k) - (r-k+1,r-k) \ldots - (r-k+m-1,r-k)]$$

zu summiren, wobei $k$ die Werthe $r-1$, $r-2$ u. s. w. bis Null annimmt. Geht man aber von

$$Z = z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} - z^{-4} \ldots + z^{-(m-1)} - z^{-m}$$

aus und versteht unter $H_k$ den Werth, welchen $\frac{\partial^k Z}{\partial z^k}$ für $z = 1$ annimmt, so findet man

$$H_{r-k} = (-1)^{r-k}[1.2 \ldots (r-k) - 2.3 \ldots (r-k+1) \ldots$$
$$-m(m+1) \ldots (m+r-k-1)$$

mithin

$$(59) \qquad \frac{(-1)^r H_{r-k}}{1.2 \ldots (r-k)} = (-1)^k[(r-k,r-k) - (r-k+1,r-k \ldots$$
$$-(r-k+m-1,r-k)]$$

und

$$(60) \qquad 1^r - 2^r \ldots + (m-1)^r - m^r =$$
$$(-1)^r\left[\frac{H_r}{1 \ldots r}A_{0,r} + \frac{H_{r-1}}{1 \ldots (r-1)}A_{1,r-1} \ldots + H_1 A_{r-1,1}\right]$$

Nun ist $Z = \frac{1-z^{-m}}{1+z}$. Setzt man hier wieder $(1+z)^{-1} = v$ und $1-z^{-m} = u$, so ist für $z = 1$

$$u = 0, \quad v = \tfrac{1}{2}$$
$$\frac{\partial u}{\partial z} = m, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = -\tfrac{1}{2^2}$$

allgemein

$$\frac{\partial^n u}{\partial z^n} = (-1)^{n-1} m(m+1) \ldots (m+n-1)$$
$$\frac{\partial^n v}{\partial z^n} = (-1)^n \frac{1.2 \ldots n}{2^{n+1}}$$

Demnach, indem man wieder die Formel

$$d^n(uv) = ud^n v + \ldots.$$

benutzt,

$$H_1 = \tfrac{m}{2}; \quad \tfrac{H_2}{1.2} = -\tfrac{m}{2} - \tfrac{m^2}{2^2}$$

allgemein

$$\tfrac{H_s}{1.2..s} = (-1)^{s-1} \sum_{1,\,s}^{k} (m+k-1,\, k) \cdot \tfrac{1}{2^{s-k+1}} \tag{61}$$

Entwickelt man diesen Ausdruck nach Potenzen von $m$, so wird der Coefficient der ersten Potenz von $m$

$$(-1)^{s-1} \sum_{1,\,s}^{k} \tfrac{1}{k \cdot 2^{s-k+1}}$$

Setzt man wieder $r = 2n$, so giebt der Vergleich der Formel (60) mit der Euler'schen Formel

$$(-1)^n (2^{2n}-1) B_n = \sum_{1,\,2n}^{s} \sum_{1,\,s}^{k} (-1)^{s-1} \tfrac{A_{2n-s,\,s}}{k \cdot 2^{s-k+1}}$$

Der Vergleich von (59) und (61) giebt zugleich die bemerkenswerthe Beziehung zwischen Binomialcoefficienten

$$(s+m-1,\, s) - (s+m-2,\, s) \ldots + (s+1,\, s) - (s,\, s) = \tfrac{(m,\,1)}{2^s} + \tfrac{(m+1,\,2)}{2^{s-1}} \ldots + \tfrac{(m+s-1,\,s)}{2}$$

## 14.

Bekanntlich hat schon Euler*) ausführliche Untersuchungen über den Ausdruck

$$V = \tfrac{p-1}{R-e^x} = 1 + a_1 x + a_2 x^2 \ldots + a_m x^m \ldots.$$

in welchem $p$ eine beliebige Zahl bedeutet, angestellt. Man kann aus

*) Instit. calc. diff. P. 2 § 174.

demselben mit Leichtigkeit eine grosse Anzahl Beziehungen zwischen den Grössen $A$ und den Bernoulli'schen und Euler'schen Zahlen ableiten. Setzt man $\frac{1}{p-1} = q$, so dass

$$V = \frac{1}{1-(e^x-1)q}$$

und demnach

$$1+a_1 x \ldots + a_m x^m \ldots = 1+(e^x-1)q \ldots + (e^x-1)^m q^m \ldots .$$

so ergiebt sich, indem man, wie früher, $e^x-1$, $(e^x-1)^2$ u. s. w. entwickelt,

$$a_m = \frac{A_{0,m} \cdot q^m + A_{1,m-1} \cdot q^{m-1} \ldots + A_{m-1,1} \cdot q}{1 \cdot 2 \ldots m}$$

oder, indem wieder $\frac{1}{p-1}$ statt $q$ setzt,

$$(62) \qquad a_m = \frac{A_{0,m} + A_{1,m-1}(p-1) + A_{2,m-2}(p-1)^2 \ldots + A_{m-1,1}(p-1)^{m-1}}{1 \cdot 2 \ldots m\,(p-1)^m}$$

Setzt man zugleich

$$(63) \qquad a_m = \frac{a_{m,0} + a_{m,1} \cdot p + a_{m,2} \cdot p^2 \ldots + a_{m,m-1} \cdot p^{m-1}}{1 \cdot 2 \ldots m\,(p-1)^m}$$

so folgt hieraus

$$(64) \qquad \begin{aligned} a_{m,k} = {} & A_{k,m-k} - (k+1,\ 1)\, A_{k+1,m-k-1} \cdot \ldots \\ & + (-1)^{m-k-1} (m-1,\ m-k-1)\, A_{m-1,1} \end{aligned}$$

wo also $k \leqq m-1$

Setzt man in (63) im Zähler überall $p-1+1$ statt $p$ und entwickelt nach Potenzen von $p-1$, so giebt der Vergleich mit (62)

$$A_{k,m-k} = a_{m,k} + (k+1,\ 1)\, a_{m,k+1} + \ldots + (m-1,\ m-k-1)\, a_{m,m-1}$$

und für $k = 0$

$$A_{0,m} = 1 \cdot 2 \ldots m = a_{m,0} + a_{m,1} \ldots + a_{m,m-1}\ ^*)$$

Aus der bekannten Eigenschaft, dass $a_{m,k} = a_{m,m-k-1}$ folgt, dass der Zähler des Werthes von $a_m$ in (63) derselbe bleibt, wenn man $\frac{1}{p}$ statt $p$

*) Man vergl. Sidler a. a. O. Formel (9) und (6).

setzt und mit $p^{m-1}$ multiplicirt, dasselbe muss also auch bei dem Zähler in (62) der Fall sein, d. h. man hat für jeden Werth von $p$

$$p^{m-1}A_{0,m}+p^{m-2}(1-p)A_{1,m-1}\ldots+(1-p)^{m-1}A_{m-1,1}=$$
$$A_{0,m}+(p-1)A_{1,m-1}\ldots+(p-1)^{m-1}A_{m-1,1}$$

Bemerkenswerth ist der specielle Fall $p=2$, welcher zu

$$2^{m-1}A_{0,m}-2^{m-2}A_{1,m-1}+2^{m-3}A_{2,m-2}\ldots+(-1)^{m-1}A_{m-1,1}$$
$$=A_{0,m}+A_{1,m-1}+A_{2m-2}\ldots+A_{m-1,1}$$

führt.

Auch folgt aus (64), wenn man $m-k-1$ statt $k$ setzt

$$A_{k,m-k}-(k+1,1)A_{k+1,m-k-1}\ldots+(-1)^{m-k-1}(m-1,m-k-1)A_{m-1,1}$$
$$=A_{m-k-1,k+1}-(m-k,1)A_{m-k,k}+(m-k+1,2)A_{m-k+1,k-1}\ldots$$
$$+(-1)^k(m-1,k)A_{m-1,1}$$

Setzt man $k=0$, so erhält man die Formel (12′), da $A_{m-1,1}=1$.

15.

Für $p=-1$ wird

$$\frac{p-1}{p-e^x}=\frac{2}{1+e^x}=1-\frac{T_1x}{1.2}+\frac{T_2}{1.2.3}\frac{x^3}{2^3}\ldots+(-1)^m\frac{T_{2m-1}}{1..2m-1}\frac{x^{2m-1}}{2^{2m-1}}$$

Aus dem Vergleich mit $V$ folgt mithin, dass unter dieser Voraussetzung $a_{2m}=0$ und $a_{2m-1}=(-1)^m\frac{T_{2m-1}}{1..2m-1}\cdot\frac{1}{2^{2m-1}}=\frac{(2^{2m}-1)B_m}{1.2..(2m-1)}\cdot\frac{1}{m}$ oder $B_m=(-1)^m\frac{1.2..(2m-1)a_{2m-1}}{2^{2m-1}}m$, zugleich aber hat man nach (62)

$$a_{2m-1}=-\frac{A_{0,2m-1}-2A_{1,2m-2}\ldots+2^{2m-2}A_{2m-2,1}}{1.2..(2m-1)2^{2m-1}}$$

Der Vergleich dieser zwei Werthe von $a_{2m-1}$ führt unmittelbar zu Formel (56). Ferner folgt für $p=-1$ aus (63)

$$-1.2..(2m-1)a_{2m-1}=\frac{a_{2m-1,0}-a_{2m-1,1}+a_{2m-1,2}\ldots+a_{2m-1,2m-2}}{2^{2m-1}}$$

also

$$B_m = \frac{(-1)^{m-1}m}{2^{2m}-1} \cdot \frac{a_{2m-1,0} - a_{2m-1,1} \cdots + a_{2m-1,2m-2}}{2^{2m-1}}$$

welches die bekannte Laplace'sche Formel ist, und wenn man in (62) $2m$ statt $m$ setzt, so findet man wieder (57). Da nach dem Vorhergehenden, unter der Voraussetzung, dass $p = -1$, also $a_{2m} = 0$,

$$\frac{p-1}{p-e^x} = \frac{2}{1+e^x} = 1 + a_1 x + a_3 x^3 \ldots + a_{2m-1} x^{2m-1} \ldots .$$

so folgt

$$\frac{2}{e^x + e^{-x}} = e^x \cdot \frac{2}{1+e^{2x}}$$

$$= (1 + x + \frac{x^2}{1.2} \ldots + \frac{x^{2m}}{1..2m} \ldots)(1 + 2a_1 x + 2^3 a_3 x^3 \ldots + 2^{2m-1} a_{2m-1} x^{2m-1} \ldots)$$

$$= 1 - \frac{E_1 x^2}{1.2} + \frac{E_2 x^4}{1.2.3.4} \ldots + \frac{(-1)^m E_m x^{2m}}{1.2..2m} \ldots .$$

Bestimmt man auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m}$, so findet man

$$(-1)^m E_m = 1 + 2m \,.\, 2a_1 + 2m(2m-1)(2m-2)\, 2^3 a_3 \ldots$$
$$+ 2m(2m-1) \ldots 1 \,.\, 2^{2m-1} a_{2m-1}$$

und indem man für $a_{2m-1}$ seinen Werth $\frac{(2^{2m}-1)B_m}{1.2..2m-1} \cdot \frac{1}{m}$ setzt, findet man die bekannte Relation

$$E_m = (2m, 1)(2^{2m}-1)\, 2^{2m-1} \frac{B_m}{m} \ldots + (-1)^m \text{ *)}$$

Bestimmt man dagegen auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2m-1}$, so findet man

$$2^{2m-1} a_{2m-1} + 2^{2m-3} a_{2m-3} \cdot \frac{1}{1.2} \cdot \ldots + 2a_1 \cdot \frac{1}{1.2..2m-2} + \frac{1}{1.2..2m-1} = 0$$

woraus

$$2^{2m-1}(2^{2m}-1)\frac{B_m}{m} - (2m-1, 2)\, 2^{2m-3}(2^{2m-2}-1)\frac{B_{m-1}}{m-1} \ldots$$
$$+ (-1)^{m-1}(2m-1, 2m-2)\, 2.3\, B_1 + (-1)^m = 0$$

folgt. Berücksichtigt man, dass $m(2m-1, 2k) = (m-k)(2m, 2k)$, so sieht

*) Erste Abhandlung p. 32.

man dass diese Formel identisch ist mit derjenigen welche ich früher*) gefunden habe.

Man kann ebenso je nachdem man in

$$\frac{2}{1+e^{2x}} = e^{-x}\left(1-\frac{E_1 x^2}{1.2}\ldots\right)$$

d. h.

$$1+2a_1x\ldots+2^{2m-1}a_{2m-1}x^{2m-1}\ldots = 1-\frac{E_1x^2}{1.2}\ldots+\frac{(-1)^m E_m x^{2m}}{1.2\ldots 2m}\ldots$$

den Coefficienten von $x^{2m}$ oder von $x^{2m-1}$ auf beiden Seiten bestimmt, sowohl die Euler'sche Relation

$$E_m-(2m,\,2)E_{m-1}\ldots+(-1)^m \quad **)$$

als auch die Scherk'sche

$$2^{2m-1}(2^{2m}-1)\frac{B_m}{m} = (2m-1,\,1)E_{m-1}\ldots+(-1)^{m-1} \quad ***)$$

finden.

Als Anhang möge noch folgende Beziehung bemerkt werden. Geht man von

$$\frac{(e^x-1)^{m+1}\mp 1}{e^x} = (e^x-1)^m-(e^x-1)^{m-1}+(e^x-1)^{m-2}\ldots\pm(e^x-1)\mp 1$$

aus, und vergleicht, indem man $(e^x-1)^{m+1}\mp 1$ einerseits und

$$e^x[(e^x-1)^m-(e^x-1)^{m-1}\ldots\pm(e^x-1)\mp 1]$$

andererseits nach wachsenden Potenzen von $x$ entwickelt, die Coefficienten von $x^{m+n}$ auf beiden Seiten, so findet man

$$\begin{aligned}\frac{A_{n-1,m+1}}{1.2\ldots(m+n)} = {} & \frac{A_{0,m}}{1\ldots m.1\ldots n}+\frac{A_{1,m}}{1\ldots(m+1)1\ldots(n-1)}\ldots+\frac{A_{n,m}}{1\ldots(m+n)}\\ & -\left[\frac{A_{0,m-1}}{1\ldots(m-1)1\ldots(n+1)}+\frac{A_{1,m-1}}{1\ldots m.1\ldots n}\ldots+\frac{A_{n+1,m-1}}{1\ldots(m+n)}\right]\\ & \qquad\ldots\ldots\ldots\ldots\\ & +(-1)^m\cdot\left[\frac{A_{0,1}}{1\ldots(m+n-1)}+\frac{A_{1,1}}{1.2.1\ldots(m+n-2)}\ldots+\frac{A_{m+n-1,1}}{1\ldots m+n}\right]\\ & +(-1)^{m+1}\cdot\frac{1}{1\ldots m+n}\end{aligned}$$

*) Crelle, Journal f. d. Mathematik, Bd. 26 S. 90.

**) Erste Abhandlung p. 29. ***) ebend. p. 30.

Setzt man $n = 1$, so wird $\frac{A_{0,m+1}}{1.2..m+1}$ und also auch die rechte Seite der vorstehenden Gleichung $= 1$.

Da die Entwickelung von $(e^x-1)^{m+n}\mp 1$ keine niedrigere Potenz von $x$ als die $m+1$te enthält, so müssen die Coefficienten aller dieser niedrigeren Potenzen verschwinden. Man findet also namentlich, wenn man den Coefficienten von $x^m$ bestimmt und mit $1.2...m$ multiplicirt

$$\begin{aligned} &A_{0,m} - A_{1,m-1} \ldots + (-1)^{m-1} A_{m-1,1} \\ &-(m,1)[A_{0,m-1} - A_{1,m-2} \ldots + (-1)^{m-2} A_{m-2,1}] \\ &+(m,2)[A_{0,m-2} - A_{1,m-3} \ldots + (-1)^{m-3} A_{m-3,1}] \\ &\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\pm(m, m-1) A_{0,1} \mp 1 = 0 \end{aligned}$$

In der That ergiebt sich aus Formel (12') dass dieser Ausdruck nichts Anderes als $1-(m,1)+(m,2)\ldots\pm(m,m-1)\mp 1 = (1-1)^m$ ist.

16.

Da

$$\frac{\partial \sec.x}{\partial x} = \operatorname{tg} x \sec.x$$

so führen die zwei Ausdrücke

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} x &= T_1 x + \frac{T_3 x^3}{1.2.3} \ldots + \frac{T_{2n+1}}{1.2..2n+1} x^{2n+1} + \ldots \\ \sec x &= 1 + \frac{E_1 x^2}{1.2} + \ldots + \frac{E_n x^{2n}}{1..2n} + \ldots \end{aligned}$$

zu

$$\begin{aligned} &E_1 x + \ldots + \frac{E_{n+1} x^{2n+1}}{1..2n+1} \ldots \\ &= [T_1 x + \frac{T_3 x^3}{1.2.3} \ldots + \frac{T_{2n+1} x^{2n+1}}{1..2n+1} + \ldots][1 + \frac{E_1 x^2}{1.2} \ldots + \frac{E_n x^{2n}}{1..2n} \ldots] \end{aligned}$$

also, wenn man auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2n+1}$ bestimmt,

$$(65) \qquad E_{n+1} = T_{2n+1} + (2n+1, 2)\, T_{2n-1}, E_1 \ldots + (2n+1, 2n)\, T_1 E_n$$

Ferner folgt aus $\frac{\partial \operatorname{tg} x}{\partial x} = \frac{1}{(\cos x)^2}$

$$T_1+\frac{T_3x^3}{1.2}\ldots+\frac{T_{2n+1}}{1..2n}x^{2n}\ldots=[1+\frac{E_1x^2}{1.2}\ldots+\frac{E_nx^{2n}}{1..2n}\ldots]^2$$

und, indem man hier auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2n}$ bestimmt, ergiebt sich, je nachdem $n$ gerade oder ungerade

$$T_{2n+1}=2E_n+2(2n,2)E_1E_{n-1}+2(2n,4)E_2E_{n-2}\ldots+(2n,n)E_{\frac{n}{2}}E_{\frac{n}{2}}$$

$$T_{2n+1}=2E_n+2(2n,2)E_1E_{n-1}+\ldots\qquad+2(2n,n-1)E_{\frac{n-1}{2}}E_{\frac{n+1}{2}}$$

so dass man in beiden Fällen schreiben kann

$$(66)\qquad T_{2n+1}=E_n+(2n,2)E_1E_{n-1}\ldots+(2n,2)E_{n-1}E_1+E_n$$

Aus den Formeln (65) und (66) ergiebt sich der Beweis der zuerst von Herrn André*) bemerkten Identität der Euler'schen Zahlen und der Tangentencoefficienten mit Zahlen, welche sich aus einer scheinbar sehr entlegenen combinatorischen Operation ergeben.

Man bilde nemlich aus den $k$ Zahlen $1, 2, \ldots k$, welche man als Elemente betrachtet, alle Permutationen, bei welchen, wenn man von der Linken zur Rechten fortgeht, das in der ersten Stelle stehende Element kleiner ist als das in zweiter Stelle stehende und allgemein das in der $2r-1$ten Stelle stehende kleiner als das in der $2r$ten stehende; zugleich soll aber auch allgemein das in der $2r$ten Stelle stehende grösser sein als das in der $2r+1$ten Stelle stehende. Zieht man in einer solchen Permutationsform von der Linken zur Rechten fortgehend, jedes Element von dem folgenden ab, so erhält man, wenn $k=2n$, das aus $2n-1$ Zeichen bestehende Schema

$$(A)\qquad +-+-\ldots-+$$

und, wenn $k=2n+1$, das aus $2n$ Zeichen bestehende Schema

$$(B)\qquad +-+-\ldots+-$$

Im ersten Falle soll $A_{2n}$ und im zweiten $A_{2n+1}$ die Gesammtzahl der dem bestimmten Schema entsprechenden Permutationen bezeichnen. Mithin ist $A_2=1$, dagegen hätte $A_1$ nach dieser Definition von $A_k$ keine Bedeutung, es wird aber dieses Symbol $=1$ gesetzt.

*) Comptes Rendus de l'Académie des Sciences T. 88 p. 965.

Sollen aus $2n+1$ Elementen $1, 2 \ldots 2n+1$ alle dem Schema (B) entsprechenden $A_{2n+1}$ Permutationen gebildet werden, so ist klar, dass das grösste Element $2n+1$ in jeder dieser Permutationen eine solche Stelle einnehmen muss, dass ihm eine ungerade Anzahl Elemente folgt und mithin auch vorausgeht. Es kann nemlich das Element $2n+1$ nicht in der letzten Stelle stehen, weil ihm dann ein kleineres Element vorausgehen und also die Zeichenreihe nicht mit $-$ sondern mit $+$ schliessen würde. Aus demselben Grunde können auch nicht $2k$ Elemente auf das Element $2n+1$ folgen, da die aus $2k$ Zeichen bestehende Zeichenreihe, die aus dem Elemente $2n+1$ und den folgenden $2k$ Elementen zu bilden wäre, mit $-$ beginnen und also mit $+$ schliessen müsste. Betrachtet man daher den Fall, wo $2k+1$ Elemente auf das Element $2n+1$ folgen und demnach $2n-2k-1$ Elemente ihm vorausgehen, so können aus den bestimmten $2n-2k-1$ Elementen $A_{2n-2k-1}$ Permutationen gebildet werden, welche der Form des Schema (B) angehören und ebenso aus den bestimmten $2k+1$ Elementen $A_{2k+1}$ Permutationen, welche derselben Form angehören. Man erhält daher durch Einschaltung des Elementes $2n+1$ in die $2n-2k$te Stelle im Ganzen $(2n, 2k+1) A_{2n-2k-1} A_{2k+1}$ Permutationen, die bei dieser bestimmten Stellung des Elementes $2n+1$ aus den $2n+1$ Elementen, dem Schema (B) entsprechend, gebildet werden können, da sich aus $2n$ Elementen $(2n, 2k+1)$ Combinationen ohne Wiederholung zur Classe $2k+1$ bilden lassen. Setzt man nun für $k$ alle ganzen Zahlen von 0 bis $n-1$, so findet man

$$(67) \quad A_{2n+1} = (2n, 1) A_{2n-1} A_1 + (2n, 3) A_{2n-3} A_3 \ldots + (2n, 2n-1) A_1 A_{2n-1}$$

Sollen aus $2n+2$ Elementen alle der Form des Schema (A) entsprechenden Permutationen gebildet werden, so kann das Element $2n+2$ nicht in der vorletzten Stelle stehen, weil sonst das Schema mit $-$ schliessen würde, und aus demselben Grunde überhaupt nicht eine solche Stelle einnehmen, dass ihm eine ungerade Anzahl Elemente folgt. Nimmt man an, dass ihm $2k$ bestimmte Elemente folgen und also $2n+1-2k$ bestimmte Elemente ihm vorausgehen, so findet man, ähnlich wie im

vorhergehenden Falle den Ausdruck $(2n+1, 2k) A_{2n+1-2k} A_{2k}$, in welchem man, um sämmtliche aus den $2n+2$ Elementen gebildeten Permutationen, welche der Form des Schema (A) entsprechen, zu erhalten, für $k$ alle ganzen Zahlen von 0 bis $n$ zu setzen hat, mithin

$$(68) \quad A_{2n+2} = A_{2n+1} + (2n+1, 2) A_{2n-2} A_2 \ldots + (2n+1, 2n) A_1 A_{2n}$$

Da $1+(\operatorname{tg} x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2}$ d. h.

$$1+[T_1 x + \frac{T_3 x^3}{1.2.3} \ldots + \frac{T_{2n-1} x^{2n-1}}{1..(2n-1)} \ldots]^2 = [1 + \frac{E_1 x^2}{1.2} \ldots + \frac{E_n x^{2n}}{1..2n} \ldots]^2$$

so ergiebt sich, wenn man in diesem Ausdrucke auf beiden Seiten den Coefficienten von $x^{2n}$ bestimmt, wenn $n$ gerade,

$$\frac{2T_1 T_{2n-1}}{1.2\ldots(2n-1)} + \frac{2T_3 T_{2n-3}}{1.2.3.1.2\ldots(2n-3)} \ldots + \frac{2T_{n-1} T_{n+1}}{1.2..(n-1)\,1.2\ldots(n+1)}$$
$$= \frac{2E_n}{1.2..2n} + \frac{2E_1 E_{n-1}}{1.2.1.2\ldots(2n-2)} \ldots + \frac{\frac{E_n}{2}\frac{E_n}{2}}{(1.2..n)^2}$$

und wenn $n$ ungerade

$$\frac{2T_1 T_{2n-1}}{1.2..(2n-1)} + \frac{2T_3 T_{2n-3}}{1.2.3.1.2\ldots(2n-3)} \ldots + \frac{T_n T_n}{(1.2\ldots n)^2} = \frac{2E_n}{1..2n} + \frac{2E_1 E_{n-1}}{1.2.1.2..(2n-2)} + \ldots$$
$$+ \frac{2\frac{E_{n-1}}{2}\frac{E_{n+1}}{2}}{1..(n-1)\,1..(n+1)}$$

also im ersten Falle

$$(69) \quad E_n + (2n, 2) E_1 E_{n-1} \ldots + \tfrac{1}{2}(2n, n) E_{\frac{n}{2}} E_{\frac{n}{2}} =$$
$$(2n, 1) T_1 T_{2n-1} + (2n, 3) T_3 T_{2n-3} \ldots + (2n, n-1) T_{n-1} T_{n+1}$$

und im zweiten

$$(70) \quad E_n + (2n, 2) E_1 E_{n-1} \ldots + (2n, n-1) E_{\frac{n-1}{2}} E_{\frac{n+1}{2}} =$$
$$(2n, 1) T_1 T_{2n-1} + (2n, 3) T_3 T_{2n-3} \ldots + (2n, n-1) T_{n-1} T_{n+1}$$

Aus dem Vergleich von (69) und (70) mit (66) und (67) ergiebt sich, dass wenn $A_{2k-1} = T_{2k-1}$ für alle Werthe $k$ von $k=1$ bis $k=n$, auch $A_{2n+1} = T_{2n+1}$ ist. Nun ist $A_1 = T_1$ also allgemein $A_{2n-1} = T_{2n-1}$.

Weiter folgt aus dem Vergleiche von (68) mit (65), dass wenn $A_{2k} = E_k$ für alle Werthe $k$ von $k = 1$ bis $k = n$ auch $A_{2n+2} = E_{n+1}$, also da $A_2 = E_1 = 1$, so ist allgemein $A_{2n} = E_n$.

Man kann ferner, je nachdem $n$ gerade oder ungerade ist, statt der Formel (66) auch schreiben

$$T_{2n+1} = E_n + (2n, 1)\, T_1\, T_{2n-1} + (2n, 2) E_1\, E_{n-1} \ldots + (2n, n-1)\, T_{n-1}\, T_{n+1}$$

oder

$$T_{2n+1} = E_n + (2n, 1)\, T_1\, T_{2n-1} + (2n, 2) E_1\, E_{n-1} \ldots + \tfrac{1}{2}(2n, n)\, T_n\, T_n$$

und mithin in beiden Fällen

$$2\, T_{2n+1} = E_n + (2n, 1)\, T_1\, T_{2n-1} + (2n, 2) E_1\, E_{n-1} \ldots + (2n, 2n-1)\, T_{2n-1}\, T_1 + E_n$$

zugleich kann man statt (65) auch schreiben

$$2E_{n+1} = T_{2n+1} + (2n+1, 1)\, T_1\, E_n + (2n+1, 2) E_1\, T_{2n-1} \ldots + (2n+1, 2n) E_n\, T_1 + T_{2n+1}$$

Setzt man hier statt der $T$ und $E$ die gleichwerthigen $A$, so vereinigen sich die zwei letzten Formeln zu

$$2A_{r+1} = A_r + (r, 1)\, A_1 A_{r-1} + (r, 2)\, A_2\, A_{r-2} \ldots + (r, r-1) A_{r-1} A_1 + A_r$$

welche Formel Herr André a. a. O. ohne Beweis mitgetheilt hat.

# Untersuchungen über die Flächen mit planen und sphärischen Krümmungslinien.

## Zweite Abhandlung.

Von

*Alfred Enneper.*

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellsch. d. Wiss. am 3. Juli 1880.

In dieser zweiten Abhandlung über die Flächen mit planen und sphärischen Krümmungslinien ist der Versuch gemacht, für die Flächen mit sphärischen Krümmungslinien eine ähnliche ausführliche Darstellung zu geben, wie solche die erste Abhandlung für plane Krümmungslinien enthält. In Beziehung auf die gebrauchten Bezeichnungen schliesst sich die zweite Abhandlung eng an die erste an, namentlich bei solchen Problemen, deren analytische Behandlung eine Art Parallelismus zeigt. Im Allgemeinen unterscheiden sich die Probleme, deren Lösungen in der vorliegenden Abhandlung angestrebt sind, von den entsprechenden Problemen der früheren Untersuchungen, sowohl durch die gebrauchten Hülfsmittel, als durch grössere Complication der Formeln. Was die Hülfsmittel betrifft, so war der Verfasser gezwungen, wenn nicht die Deutlichkeit der Darstellung wesentlich leiden sollte, bei einigen Gelegenheiten Sätze aus der allgemeinen Theorie der Flächen anführen, respective ableiten zu müssen. Es betrifft dieses den Abschnitt VIII und den Anfang des Anhangs B. In beiden Fällen war es für den Zweck der Abhandlung unumgänglich nöthig, aus der allgemeinen Theorie der Flächen einige Formeln zu entwickeln, welche sich zu den gemachten Anwendungen eignen. Von diesem Gesichtspunkt aus sind in VIII eine Anzahl von Entwicklungen über die sogenannte Transformation durch reciproke Radii vectores zusammengestellt, die namentlich in X zur

Verwendung gekommen sind und in XI den Grund zu einer neuen Transformation von Flächen gelegt haben. In IX sind einige Bemerkungen über Flächen mit sphärischen Krümmungslinien vereinigt, namentlich mit Beziehung auf zwei besondere Fälle, die sich mit Hülfe früherer Untersuchungen erledigen lassen. Sind die Kugelflächen eines Systems sphärischer Krümmungslinien concentrisch, so ist das andere System von Krümmungslinien plan. Gehn die Kugelflächen des sphärischen Systems durch einen festen Punkt, so ist für die transformirte Fläche durch reciproke Radii vectores bekanntlich das transformirte System plan. Diese beiden Fälle sind bei den späteren Untersuchungen ausgeschlossen. Am Ende des Abschnitts ist eine Bemerkung gemacht, die auf den ersten Blick von weniger Bedeutung erscheint, deren Vortheil aber bei den allgemeinen Untersuchungen sehr prägnant hervortritt. Besteht ein System sphärischer Krümmungslinien aus Kreisen, so ist die Fläche die Enveloppe einer Kugelfläche von variabelem Radius, deren Mittelpunkt eine Curve doppelter Krümmung beschreibt. Es ist diese Curve doppelter Krümmung, welche für die Betrachtung der bemerkten Enveloppe von besonderem Interesse ist. Auf der Tangentenfläche der Curve der Mittelpunkte der enveloppirten Kugelflächen liegt die Curve, gebildet aus den Mittelpunkten der Kugelflächen des sphärischen Systems. Ein ähnliches Verhältniss findet im allgemeinen Falle statt. Die Mittelpunkte der Kugelflächen eines Systems sphärischer Krümmungslinien bilden eine Curve doppelter Krümmung, deren geometrische Elemente sich für die Behandlung des allgemeinen Falls nicht geeignet erweisen. An Stelle der erwähnten Curve ist eine andere einzuführen, auf deren Tangentenfläche sie liegt.

In X ist, wie der Verfasser glaubt, der erste vollständige Beweis des Satzes enthalten, dass alle Flächen mit zwei Systemen sphärischer Krümmungslinien als Parallelflächen solcher Flächen anzusehen sind, für welche die Anwendung der Transformation durch reciproke Radii vectores, wenigstens ein System sphärischer Krümmungslinien in plane Curven transformirt. Die für alle Specialfälle durchgeführten Rechnungen haben den Beweis von der Existenz eines reellen Centrums der Trans-

formation geliefert. Um diesen Abschnitt nicht durch Detailuntersuchungen zu überladen, sind in einer Anmerkung eine Reihe von Flächen zusammengestellt, für welche das eine der beiden Systeme sphärischer Krümmungslinien aus Kreisen besteht. Die in VIII gegebenen Entwicklungen haben in XI die Aufstellung der Flächen, welche ein System sphärischer Krümmungslinien besitzen und von den Kugelflächen dieses Systems orthogonal geschnitten werden, auf eine besondere Transformation von Flächen reducirt.

Eine besondere Beachtung darf der Abschnitt XII beanspruchen, wegen der möglichst allgemeinen Lösung des Problems: Die Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien analytisch zu definiren, d. h. die Coordinaten eines Punktes einer solchen Fläche als explicite Functionen zweier Variabelen darzustellen. Es sind die betreffenden Untersuchungen für die verschiedenen Specialfälle durchgeführt, welche die Curve der Mittelpunkte der Kugelflächen des sphärischen Systems darbieten kann, oder besser, für die Curve, auf deren Tangentenfläche die erstgenannte Curve liegt. Hierdurch ist es gelungen, ein Problem zu lösen, welches von den ersten Bearbeitern, den Hn. Bonnet und Serret entweder unerledigt geblieben war, oder in ungenügender Weise behandelt worden ist.

Im Anhang sind einige Untersuchungen vereinigt, die sich auf Flächen mit planen Krümmungslinien beziehn, namentlich solche, deren Krümmungslinien auch geodätische Linien sind. Es erschien wünschenswerth, diese Flächen, in Anbetracht ihres häufigen Auftretens bei allgemeinen geometrischen Problemen, einer eingehenderen Darstellung zu unterwerfen.

## VIII.

## Bemerkungen über die Transformation durch reciproke Radii vectores oder die inversen Flächen. Anwendung auf Flächen mit sphärischen Krümmungslinien.

Die Untersuchung der Flächen mit sphärischen Krümmungslinien lässt sich durch Zuziehung einer geometrischen Transformation in einigen Punkten sehr vereinfachen, wobei namentlich längere und complicirte Rechnungen umgangen werden können. Die in Rede stehende Transformation ist bekannt unter dem Namen der *Transformation durch reciproke Radii vectores*, oder Aufstellung der *inversen Fläche*. Der Uebersicht wegen mögen einige bekannte Resultate kurz mit angeführt werden, unter Anwendung der in II gegebenen Gleichungen. Es treten dabei eine Anzahl analytischer Beziehungen auf, die sich unmittelbar für die Flächen mit sphärischen Krümmungslinien verwenden lassen. Der eingeschlagene Weg verfolgt das Ziel: die neuen Untersuchungen mit den in I—VII enthaltenen in möglichst enge Verbindung zu setzen. Daneben hat das hier befolgte Verfahren in XI zu einer Erweiterung der, in diesem Abschnitt aufgestellten, Resultate Veranlassung gegeben.

Zwei Flächen $S$ und $S_1$ mögen sich in Beziehung auf einen festen Punkt $O$ so entsprechen, dass zwei correspondirende Punkte $P$ und $P_1$ beider Flächen mit dem Punkte $O$ auf derselben Geraden liegen und die Relation $OP.OP_1 = g^2$ besteht, wo $g$ eine Constante bedeutet. Es heisst dann die Fläche $S_1$ in Beziehung auf die Fläche $S$ nach Hn. Liouville die *transformirte Fläche S durch reciproke Radii vectores*, wobei der feste Punkt $O$ den Namen: *Centrum der Transformation* führt. Kürzer nennt Hr. Stubbs, der Erfinder der bemerkten Transformation, die Fläche $S_1$ die *inverse Fläche* $S$ in Beziehung auf den *Pol* $O$*). Die

*) In Beziehung auf die Literatur der im Text bemerkten Transformation sind die nachstehend bemerkten Aufsätze von Interesse. Stubbs: »On the application of a new Method to the Geometry of Curves and Curve Surfaces.« (The London,

Fläche $S$ steht zur Fläche $S_1$ in demselben Verhältniss, wie umgekehrt, die Fläche $S_1$ zur Fläche $S$. Die wesentlichste Eigenschaft der Trans-

---

Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. Volume XXIII. p. 338—347. London 1843). Auf p. 338 findet sich folgende Definition, welche später auch auf Flächen angewandt ist: If in the plane of a curve we take any point as a pole and produce the radius vector, so that the rectangle under radius vector to the original curve on the whole produced radius be constant or equal to $k^2$, we may call the locus of the extremity of this produced line the inverse curve to the one from which it is produced, and the extremity of the produced radius the inverse point to the extremity of the original: as an exemple, the cardioide is the inverse of the parabola, the focus being the pole; the lemniscata is the inverse of the equilateral hyperbola.« Auf p. 343 findet sich der Satz: »Hence the normals of inverse points of surfaces are in the same plane and equally inclined to the common radius.« Endlich auf p. 344 wird bemerkt — »or the inverse of a line of curvature on a surface is the line of curvature of the inverse surface; or if the line of curvature of a surface be known, that of its inverse surface is had by describing a cone with the pole as vertex and passing through the line of curvature on direct surface, the line in which it pierces the inverse surface is a line of curvature.« Die vorstehenden Resultate finden sich einige Jahre später im »Journal de Mathématiques« reproducirt. In dem »Extrait d'une lettre de M. William Thomson â M. Liouville« (Tome X. Année 1845 p. 364—367) findet sich folgende Definition: »Soient $C$ le centre d'une sphère $S$; $Q$, $Q'$ deux points pris sur un même rayon $CA$ et sur son prolongement, de telle manière que

$$CQ \cdot CQ' = CA^2$$

et $P$ un point quelconque sur la surface $S$. On a comme on sait,

$$\frac{PQ}{PQ'} = \frac{AQ}{AQ'}.$$

On peut à cause de ce théorème, appeler $Q$ et $Q'$ *points réciproques relatifs à la sphère* $S$, dont chacun est *l'image* de l'autre sur la sphère.« In einer weiteren Mittheilung: »Extraits de deux lettres adressées a M. Liouville par M. William Thomson« (T. XII. Année 1847, p. 256—264) wird die Lage eines Punktes im Raume als Schnittpunkt dreier, zu einander gegenseitig orthogonalen Kugelflächen bestimmt und die Transformation auf physikalische Probleme angewandt. Zu diesen Mittheilungen hat Hr. Liouville u. d. T.: »Note au sujet de l'article précédent« (T. XII, p. 265—290) eine Reihe von Entwicklungen beigefügt. Man findet dort

formation, welche im Folgenden in Betracht kommt, besteht darin, dass den Krümmungslinien der Fläche $S$ auf der Fläche $S_1$ ebenfalls Krümmungslinien entsprechen. Ein Beweis dieses bekannten Satzes ergiebt sich im Folgenden von selbst, bei Aufstellung einiger nothwendigen Formeln.

Es seien $x_0, y_0, z_0$; $x, y, z$ und $x_1, y_1, z$ die Coordinaten der Punkte $O$, $P$ und $P_1$, zwischen denselben bestehen dann die Gleichungen:

$$1)\quad \frac{x_1-x_0}{x-x_0}=\frac{y_1-y_0}{y-y_0}=\frac{z_1-z_0}{z-z_0}=\frac{g^2}{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}.$$

Zur Vereinfachung der Formeln führe man folgende, abkürzende Bezeichnungen ein:

$$2)\quad \begin{aligned}(x-x_0)\cos a+(y-y_0)\cos b+(z-z_0)\cos c &= Q,\\ (x-x_0)\cos a'+(y-y_0)\cos b'+(z-z_0)\cos c' &= Q',\\ (x-x_0)\cos a''+(y-y_0)\cos b''+(z-z_0)\cos c'' &= Q'',\\ (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 &= N,\end{aligned}$$

also auch:

$$3)\quad Q^2+Q'^2+Q''^2=N.$$

Es seien $u$ und $v$ die Argumente der Krümmungslinien der Fläche $S$, die Anwendung der Gleichungen 2) und 3) von II giebt durch Differentiation der Gleichungen 1) folgende Differentialquotienten, wobei die, durch Gleichungen 3), definirten Abkürzungen gebraucht sind.

---

(p. 276) »Nous donnerons à cette transformation le nom de transformation *par rayons vecteurs réciproques*, relativement a l'origine $O$. Die sämmtlichen angeführten Aufsätze der Hn. Thomson und Liouville finden sich 25 Jahre später abgedruckt mit der Ueberschrift »Electric images« im »Reprint of papers on Electrostatics and Magnetism by Sir William Thomson.« (London 1872, p. 144—177). Wegen der allgemeinen Annahme der Bezeichnung des Hn. Liouville findet sich dieselbe auch in diesen Untersuchungen beibehalten, wenn auch der von Hn. Stubbs gewählten Bezeichnung in Beziehung auf Priorität und Kürze der Vorzug gebührt.

$$4)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{du} = (\cos a' - 2\frac{x-x_0}{N}Q')\frac{g^2\sqrt{E}}{N}, \\ \frac{dy_1}{du} = (\cos b' - 2\frac{y-y_0}{N}Q')\frac{g^2\sqrt{E}}{N}, \\ \frac{dz_1}{du} = (\cos c' - 2\frac{z-z_0}{N}Q')\frac{g^2\sqrt{E}}{N}, \end{cases}$$

$$5)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dv} = (\cos a'' - 2\frac{x-x_0}{N}Q'')\frac{g^2\sqrt{G}}{N}, \\ \frac{dy_1}{dv} = (\cos b'' - 2\frac{y-y_0}{N}Q'')\frac{g^2\sqrt{G}}{N}, \\ \frac{dz_1}{dv} = (\cos c'' - 2\frac{z-z_0}{N}Q'')\frac{g^2\sqrt{G}}{N}. \end{cases}$$

Diese Gleichungen geben:

$$6)\quad \frac{dx_1}{du}\frac{dx_1}{dv} + \frac{dy_1}{du}\frac{dy_1}{dv} + \frac{dz_1}{du}\frac{dz_1}{dv} = 0.$$

Setzt man:

$$7)\quad \left(\frac{dx_1}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{du}\right)^2 = E_1, \left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2 = G_1,$$

so findet man mittelst der Gleichungen 2), 3), 4) und 5):

$$E_1 = \frac{g^4 E}{N^2},\ G_1 = \frac{g^4 G}{N^2},$$

woraus:

$$8)\quad \sqrt{E_1} = \frac{g^2\sqrt{E}}{N},\ \sqrt{G_1} = \frac{g^2\sqrt{G}}{N},$$

folgt. Die erste Gleichung 4) nach $v$ differentiirt giebt, mit Hülfe der Gleichungen 2)—9) von II, die folgende:

$$\frac{d^2x_1}{du\,dv} = (\cos a' - 2\frac{x-x_0}{N}Q')\,d\frac{\frac{g^2\sqrt{E}}{N}}{dv} + (\cos a'' - 2\frac{x-x_0}{N}Q'')\,d\frac{\frac{g^2\sqrt{G}}{N}}{du}$$

Wegen der Gleichungen 4), 5) und 8) reducirt sich die vorstehende auf:

$$\frac{d^2 x_1}{du\,dv} = \frac{dx_1}{du}\frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{d\sqrt{E_1}}{dv} + \frac{dx_1}{dv}\frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{d\sqrt{G_1}}{du}.$$

Vertauscht man hierin $x_1$ mit $y_1$ und $z_1$, so ergeben sich zwei weitere Gleichungen, welche in Verbindung mit der vorstehenden Gleichung und der Gleichung 6) zeigen, dass $u$ und $v$ auch die Argumente der Krümmungslinien der Fläche $S_1$ sind. Die Normale zur Fläche $S_1$ bilde im Punkte $P_1$ die Winkel $a_1$, $b_1$, $c_1$ mit den Coordinatenaxen. Es ist dann:

$$\cos a_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{dx_1}{du} & \frac{dy_1}{du} & \frac{dz_1}{du} \\ \frac{dx_1}{dv} & \frac{dy_1}{dv} & \frac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_1 G_1}},$$

oder, in Folge der Gleichungen 4), 5) und 8):

$$\cos a_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos a' - 2\frac{x-x_0}{N}Q' & \cos b' - 2\frac{y-y_0}{N}Q' & \cos c' - 2\frac{z-z_0}{N}Q' \\ \cos a'' - 2\frac{x-x_0}{N}Q'' & \cos b'' - 2\frac{y-y_0}{N}Q'' & \cos c'' - 2\frac{z-z_0}{N}Q'' \end{vmatrix}.$$

Zur Reduction werde diese Gleichung mit der Gleichung 13) von II multiplicirt, d. h. mit der folgenden:

$$1 = \begin{vmatrix} \cos a, & \cos b, & \cos c \\ \cos a', & \cos b', & \cos c' \\ \cos a'', & \cos b'', & \cos c'' \end{vmatrix}.$$

Das bemerkte Produkt lässt sich, mit Rücksicht auf die in 2) aufgestellten Bezeichnungen, schreiben:

$$\cos a_1 = \begin{vmatrix} \cos a & \cos a' & \cos a'' \\ -\frac{2QQ'}{N} & 1-\frac{2Q'^2}{N} & -\frac{2Q'Q''}{N} \\ -\frac{2QQ''}{N} & -\frac{2Q'Q''}{N} & 1-\frac{2Q''^2}{N} \end{vmatrix},$$

d. i.

$$\cos a_1 = \left(1-2\frac{Q'^2+Q''^2}{N}\right)\cos a + 2\frac{Q'\cos a' + Q''\cos a''}{N}Q,$$

oder auch:

$$9)\quad \cos a_1 = \left(1-2\frac{Q^2+Q'^2+Q''^2}{N}\right)\cos a + 2\frac{Q\cos a + Q'\cos a' + Q''\cos a''}{N}Q.$$

In Folge der Gleichungen 2) und 3) ist:

$$Q^2+Q'^2+Q''^2 = N,\quad Q\cos a + Q'\cos a' + Q''\cos a'' = x - x_0.$$

Die Gleichung 9) reducirt sich hierdurch auf:

$$\cos a_1 = -\cos a + 2\frac{x-x_0}{N}Q.$$

Auf analoge Weise lassen sich die folgenden Gleichungen aufstellen:

$$10)\quad \begin{cases} \cos a_1 = -\cos a + 2\frac{x-x_0}{N}Q, \quad \cos b_1 = -\cos b + 2\frac{y-y_0}{N}Q, \\ \cos c_1 = -\cos c + 2\frac{z-z_0}{N}Q. \end{cases}$$

Bedient man sich für die Fläche $S_1$ ähnlicher Bezeichnungen wie die in II für die Fläche $S$ gebrauchten, so sei:

$$11)\quad \begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dx_1}{du} = \cos a'_1,\ \frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dy_1}{du} = \cos b'_1,\ \frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dz_1}{du} = \cos c'_1, \\ &\frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dx_1}{dv} = \cos a''_1,\ \frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dy_1}{dv} = \cos b''_1,\ \frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dz_1}{dv} = \cos c''_1. \end{aligned}$$

Die Gleichungen 4) und 5) lassen sich dann nach 8) und 11) auf folgende Art schreiben:

12) $$\cos a'_1 = \cos a' - 2\frac{x-x_0}{N}Q',\ \cos b'_1 = \cos b' - 2\frac{y-y_0}{N}Q',$$
$$\cos c'_1 = \cos c' - 2\frac{z-z_0}{N}Q'.$$

13) $$\cos a''_1 = \cos a'' - 2\frac{x-x_0}{N}Q'',\ \cos b''_1 = \cos b'' - 2\frac{y-y_0}{N}Q'',$$
$$\cos c''_1 = \cos c'' - 2\frac{z-z_0}{N}Q''.$$

Werden die Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche $S_1$ im Punkte $P_1$ durch $r'_1$ und $r''_1$ bezeichnet, so kann man zu deren Berechnung sich der folgenden Gleichungen bedienen:

$$-\frac{1}{r'_1}\frac{dx_1}{du} = \frac{d\cos a_1}{du},\ -\frac{1}{r'_1}\frac{dy_1}{du} = \frac{d\cos b_1}{du},\ -\frac{1}{r'_1}\frac{dz_1}{du} = \frac{d\cos c_1}{du},$$
$$-\frac{1}{r''_1}\frac{dx_1}{dv} = \frac{d\cos a_1}{dv},\ -\frac{1}{r''_1}\frac{dy_1}{dv} = \frac{d\cos b_1}{dv},\ -\frac{1}{r''_1}\frac{dz_1}{dv} = \frac{d\cos c_1}{dv}.$$

Aus den vorstehenden Gleichungen leitet man durch Multiplication mit $x-x_0$, $y-y_0$, $z-z_0$ und Addition die folgenden ab:

$$-\frac{1}{r'_1}\left[(x-x_0)\frac{dx_1}{du}+(y-y_0)\frac{dy_1}{du}+(z-z_0)\frac{dz_1}{du}\right]$$
$$= (x-x_0)\frac{d\cos a_1}{du}+(y-y_0)\frac{d\cos b_1}{du}+(z-z_0)\frac{d\cos c_1}{du}$$
$$= d\frac{(x-x_0)\cos a_1+(y-y_0)\cos b_1+(z-z_0)\cos c_1}{du}$$
$$-\left(\frac{dx}{du}\cos a_1+\frac{dy}{du}\cos b_1+\frac{dz}{du}\cos c_1\right).$$

$$-\frac{1}{r''_1}\left[(x-x_0)\frac{dx_1}{dv}+(y-y_0)\frac{dy_1}{dv}+(z-z_0)\frac{dz_1}{dv}\right]$$
$$= (x-x_0)\frac{d\cos a_1}{dv}+(y-y_0)\frac{d\cos b_1}{dv}+(z-z_0)\frac{d\cos c_1}{dv}$$
$$= d\frac{(x-x_0)\cos a_1+(y-y_0)\cos b_1+(z-z_0)\cos c_1}{dv}$$
$$-\left(\frac{dx}{dv}\cos a_1+\frac{dy}{dv}\cos b_1+\frac{dz}{dv}\cos c_1\right).$$

Verbindet man die vorstehenden Gleichungen mit den Gleichungen 4), 5) und 10), bedient sich der in II gegebenen Formeln, so sind die Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche $S_1$ auf folgende Art bestimmt:

$$14) \qquad -\frac{g^2}{r'_1} = \frac{N}{r'} + 2Q, \quad -\frac{g^2}{r''_1} = \frac{N}{r''} + 2Q.$$

Von den Gleichungen 8), 10), 12), 13), und 14) lassen sich auf die Flächen mit einem Systeme planer oder sphärischer Krümmungslinien folgende Anwendungen machen. Eine Ebene oder eine Kugelfläche geht durch Anwendung der Transformation durch reciproke Radii vectores allgemein in eine Kugelfläche über, die in besonderen Fällen eine Ebene sein kann. Hat die primitive Fläche ein System sphärischer Krümmungslinien, so hat die transformirte Fläche dieselbe Eigenschaft. Man kann auch, was analytisch nicht ohne Interesse ist, von der transformirten Fläche ausgehn und sich die Frage stellen: welche Bedingungen muss die primitive Fläche erfüllen, wenn für die transformirte Fläche durch reciproke Radii vectores ein System von Krümmungslinien plan oder sphärisch ist? Die Lösung dieser Aufgabe lässt sich mit ziemlich einfachen Rechnungen durchführen, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

Ist für eine Fläche $S$ das System der Krümmungslinien $(v)$ sphärisch, so hat man in Folge der Gleichungen 2) und 3) von III:

$$15) \qquad \begin{aligned} \xi_2^* &= x + R_2(\cos a \cos\sigma - \cos a' \sin\sigma), \\ \eta_2^* &= y + R_2(\cos b \cos\sigma - \cos b' \sin\sigma), \\ \zeta_2^* &= z + R_2(\cos c \cos\sigma - \cos c' \sin\sigma). \end{aligned}$$

$$16) \qquad \frac{1}{R_2} = \frac{\cos\sigma}{r''} + \frac{\sin\sigma}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Es ist $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ der Mittelpunkt, $R_2$ der Radius der osculatorischen Kugelfläche der sphärischen Krümmungslinie $(v)$, welche durch den Punkt $(x, y, z)$ der Fläche $S$ geht; $\sigma$ ist der Winkel, welchen der Radius $R_2$ mit der Normalen zur Fläche $S$ im Punkte $(x, y, z)$ einschliesst. Die sämmtlichen Quantitäten $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$, $R_2$ und $\sigma$ sind nur von $u$ abhängig.

Ist das System der Krümmungslinien $(v)$ für die Fläche $S$ plan, wobei Kreise ausgeschlossen sein mögen, so ist in der Gleichung 16) $R_2 = \infty$ zu nehmen. An Stelle der Gleichungen 15) tritt folgende, unter 3) in IV aufgestellte, Gleichung der Ebene der planen Krümmungslinie:

$$17) \qquad x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = \Omega,$$

wo $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ und $\Omega$ nur von $u$ abhängen. In den Gleichungen 15) subtrahire man auf beiden Seiten $x_0$, $y_0$, $z_0$, setze also:

$$18) \qquad \begin{cases} \xi_2^* - x_0 = x - x_0 + R_2(\cos a\cos\sigma - \cos a'\sin\sigma), \\ \eta_2^* - y_0 = y - y_0 + R_2(\cos b\cos\sigma - \cos b'\sin\sigma), \\ \zeta_2^* - z_0 = z - z_0 + R_2(\cos c\cos\sigma - \cos c'\sin\sigma). \end{cases}$$

Man bilde die Summe der Quadrate der vorstehenden Gleichungen unter Anwendung der in den Gleichungen 2) gebrauchten Bezeichnungen. Die bemerkte Summe giebt:

$$(\xi_2^* - x_0)^2 + (\eta_2^* - y_0)^2 + (\zeta_2^* - z_0)^2 = N + 2R_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma) + R_2^2.$$

Hieraus folgt:

$$19) \qquad N + 2R_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma) = (\xi_2^* - x_0)^2 + (\eta_2^* - y_0)^2 + (\zeta_2^* - z_0)^2 - R_2^2.$$

Wird für eine Fläche $S$ das System der Krümmungslinien $(v)$ auf der transformirten Fläche $S_1$ sphärisch oder plan, so findet für die Fläche $S_1$ eine ähnliche Gleichung, wie die Gleichung 16) statt, nämlich:

$$\frac{1}{R'_2} = \frac{\cos\sigma'}{r''_1} + \frac{\sin\sigma'}{\sqrt{E_1 G_1}}\frac{d\sqrt{G_1}}{du},$$

wo $R'_2$ und $\sigma'$ nur von $u$ abhängen. Setzt man für $E_1$, $G_1$ und $r''_1$ ihre Werthe aus den Gleichungen 8) und 14) ein, so folgt:

$$20) \qquad \frac{g^2}{R'_2} = -\left(\frac{N}{r''} + 2Q\right)\cos\sigma' + \left(\frac{N}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du} - 2Q'\right)\sin\sigma'.$$

Wird diese Gleichung nach $v$ differentiirt, so hat man nach den Gleichungen von II:

$$\frac{dN}{dv} = 2Q'\sqrt{G},\ \frac{dQ}{dv} = -\frac{Q''\sqrt{G}}{r''},\ \frac{dQ'}{dv} = \frac{Q''}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Mit Weglassung des Factors $N$ führt die bemerkte Differentiation auf folgende Gleichung:

$$0 = -\frac{d\frac{1}{r''}}{dv}\cdot\cos\sigma' + d\frac{\frac{1}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du}}{dv}\sin\sigma'.$$

Bezeichnet $R_2$ eine Function von $u$ allein, so kann man setzen:

21) $$\frac{1}{R_2} = -\frac{\cos\sigma'}{r''} + \frac{\sin\sigma'}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Diese Gleichung sagt aus, dass auch für die Fläche $S$ das System $(v)$ sphärisch ist. Die beiden Gleichungen 16) und 21) fallen zusammen für $-\cos\sigma' = \cos\sigma$ und $\sin\sigma' = \sin\sigma$, d. i. $\sigma' = \pi - \sigma$, was die Relation zwischen den Winkeln $\sigma$ und $\sigma'$ ist. Für $\sigma' = \pi - \sigma$ wird die Gleichung 20):

22) $$\frac{g^2}{R'_2} = \left(\frac{N}{r''} + 2Q\right)\cos\sigma + \left(\frac{N}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du} - 2Q'\right)\sin\sigma.$$

Durch Anwendung der Gleichung 16) wird die vorstehende Gleichung einfacher:

23) $$\frac{g^2}{R'_2} = \frac{N}{R_2} + 2\left(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma\right),$$

oder:

$$g^2\frac{R_2}{R'_2} = N + 2R_2\left(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma\right),$$

d. i. nach 19):

24) $$g^2\frac{R_2}{R'_2} = (\xi_2^* - x_0)^2 + (\eta_2^* - y_0)^2 + (\zeta_2^* - z_0)^2 - R_2^2.$$

Man kann umgekehrt die Gleichung 20) oder 22) als Folge der Gleichungen 16) und 18) deduciren, wenn der Werth von $R'_2$ dabei durch die Gleichung 24) bestimmt ist. Ist das System $(v)$ für die Fläche $S$ plan, so findet die Bedingung statt:

$$25) \qquad 0 = \frac{\cos\sigma}{r''} + \frac{\sin\sigma}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Die Gleichung 22) wird dann einfacher:

$$26) \qquad \frac{g^2}{R'_2} = 2\,(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma).$$

Für ein planes System finden die in IV aufgestellten Gleichungen 1) statt, nämlich:

$$27) \qquad \begin{aligned} \cos\alpha &= \cos a\cos\sigma - \cos a'\sin\sigma, \\ \cos\beta &= \cos b\cos\sigma - \cos b'\sin\sigma, \\ \cos\gamma &= \cos c\cos\sigma - \cos c'\sin\sigma. \end{aligned}$$

Die vorstehenden Gleichungen respective mit $x - x_0$, $y - y_0$ und $z - z_0$ multiplicirt und addirt geben, mit Rücksicht auf 2):

$$(x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\cos\beta + (z - z_0)\cos\gamma = Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma,$$

d. i. nach 17):

$$\Omega - (x_0\cos\alpha + y_0\cos\beta + z_0\cos\gamma) = Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma.$$

Hierdurch lässt sich die Gleichung 26) auf die Form:

$$28) \qquad \frac{g^2}{2R'_2} = \Omega - (x_0\cos\alpha + y_0\cos\beta + z_0\cos\gamma)$$

bringen. Die Gleichung 26) ist auch umgekehrt eine Folge der Gleichungen 17), 25) und 27), wenn $R'_2$ durch die Gleichung 28) bestimmt ist.

Die Gleichungen 15) geben als Gleichung der osculatorischen Kugelfläche einer sphärischen Krümmungslinie $(v)$:

29) $$(\xi_2^* - x)^2 + (\eta_2^* - y)^2 + (\zeta_2^* - z)^2 = R_2^2.$$

Geht diese Kugelfläche durch einen festen Punkt $(x_0, y_0, z_0)$ so ist:

$$(\xi_2^* - x_0)^2 + (\eta_2^* - y_0)^2 + (\zeta_2^* - z_0)^2 = R_2^2.$$

Findet diese Gleichung statt, so verschwindet die rechte Seite der Gleichung 24), es ist dann $R'_2 = \infty$, d. h. die transformirte Krümmungslinie ist plan. Ist die primitive Krümmungslinie plan, geht ihre Ebene durch einen festen Punkt $(x_0, y_0, z_0)$, so hat man nach 17):

$$x_0 \cos\alpha + y_0 \cos\beta + z_0 \cos\gamma = \Omega.$$

In der Gleichung 28) verschwindet dann die rechte Seite, es ist wieder $R'_2 = \infty$, d. h. die transformirte Krümmungslinie ist plan. Aus dem Vorstehenden ergeben sich folgende Resultate. Wird ein System von Krümmungslinien einer Fläche $S$ mittelst der Transformation durch reciproke Radii vectores sphärisch, so ist das primitive System der Fläche $S$ ebenfalls sphärisch oder plan. Wird ein System von Krümmungslinien einer Fläche $S$ mittelst der Transformation durch reciproke Radii vectores plan, so ist das primitive System ebenfalls plan oder sphärisch, wobei entweder die Ebenen der planen Krümmungslinien oder die osculatorischen Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien durch einen festen Punkt $O$ gehen. Der Punkt $O$ ist das Centrum der Transformation. Bei der Deduction dieser Resultate ist die transformirte Fläche zu Grunde gelegt, ein Verfahren, welches gestattet einige Sätze unmittelbar umzukehren. Man kann auch für die primitive Fläche $S$ direct die Gleichung 16) oder 25) zu Grunde legen und dann mit Hülfe der in II aufgestellten Gleichungen die transformirte Fläche untersuchen; der im Obigen eingeschlagene Weg ist für den vorliegenden Zweck etwas einfacher und von mehr Interesse.

Zur Vervollständigung der für die Fläche $S_1$ aufgestellten Gleichungen mögen noch für diese Fläche einige geometrische Elemente bestimmt werden. Für die Fläche $S_1$ findet die Gleichung 20) statt. Es sei $(\xi', \eta', \zeta')$ der Mittelpunkt der osculatorischen Kugelfläche der sphäri-

schen Krümmungslinie ($v$) auf der Fläche $S_1$. Analog den Gleichungen 18) hat man die folgenden:

$$\begin{aligned}
\xi' - x_0 &= x_1 - x_0 + R'_2(\cos a_1 \cos\sigma' - \cos a'_1 \sin\sigma'),\\
\eta' - y_0 &= y_1 - y_0 + R'_2(\cos b_1 \cos\sigma' - \cos b'_1 \sin\sigma'),\\
\zeta' - z_0 &= z_1 - z_0 + R'_2(\cos c_1 \cos\sigma' - \cos c'_1 \sin\sigma').
\end{aligned}$$

Man setze rechts die Werthe von $x_1, y_1 z_1$ aus 1), $\cos a_1$, $\cos b_1$, $\cos c_1$ aus 10); $\cos a'_1$, $\cos b'_1$, $\cos c'_1$ aus 12) ein und setze wieder $\sigma' = \pi - \sigma$. Es folgt dann:

30)

$$\begin{cases}
\xi' - x_0 = \left[g^2 - 2R'_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma)\right]\dfrac{x - x_0}{N} + R'_2(\cos a\cos\sigma - \cos a'\sin\sigma),\\
\eta' - y_0 = \left[g^2 - 2R'_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma)\right]\dfrac{y - y_0}{N} + R'_2(\cos b\cos\sigma - \cos b'\sin\sigma),\\
\zeta' - z_0 = \left[g^2 - 2R'_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma)\right]\dfrac{z - z_0}{N} + R'_2(\cos c\cos\sigma - \cos c'\sin\sigma),
\end{cases}$$

Findet die Gleichung 23) statt, so ist:

$$g^2 - 2R'_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma) = \frac{R'_2}{R_2}N.$$

Die erste Gleichung 30) wird dann einfacher:

$$\xi' - x_0 = \left[x - x_0 + R_2(\cos a\cos\sigma - \cos a'\sin\sigma)\right]\frac{R'_2}{R_2},$$

d. i. nach 18):

$$\xi' - x_0 = (\xi_2^* - x_0)\frac{R'_2}{R_2}.$$

An Stelle des Systems 30) lässt sich folgendes setzen, in welchem der Werth von $\dfrac{R'_2}{R_2}$ aus der Gleichung 24) eingesetzt ist:

$$\frac{\xi' - x_0}{\xi_2^* - x_0} = \frac{\eta' - y_0}{\eta_2^* - y_0} = \frac{\zeta' - z_0}{\zeta_2^* - z_0} = \frac{R'_2}{R_2} = \frac{g^2}{(\xi_2^* - x_0)^2 + (\eta_2^* - y_0)^2 + (\zeta_2^* - z_0)^2 - R_2^2}.$$

Ist die primitive Krümmungslinie ($v$) plan, so ist nach 26):

$$g^2 = 2R'_2(Q\cos\sigma - Q'\sin\sigma).$$

Mit Rücksicht auf diese Gleichung, die Gleichungen 27) und 28) erhält man aus 30):

$$\frac{\xi - x_0}{\cos\alpha} = \frac{\eta' - y_0}{\cos\beta} = \frac{\zeta' - z_0}{\cos\gamma} = R'_2 = \frac{g^2}{2[\Omega - x_0\cos\alpha - y_0\cos\beta - z_0\cos\gamma]}.$$

## IX.

## Einige Bemerkungen über Flächen mit sphärischen Krümmungslinien.

Zur Vermeidung von Wiederholungen und der besseren Uebersicht wegen, sollen in diesem Abschnitt einige besondere Fälle von Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien zusammengestellt werden. Sind die Mittelpunkte der osculatorischen Kugelflächen eines Systems sphärischer Krümmungslinien concentrisch, so ist das andere System plan, die Fläche hat dann einige merkwürdige geometrische Eigenschaften, wie weiter unten dargethan ist. Gehen die bemerkten osculatorischen Kugelflächen durch einen festen Punkt, so gestattet die in VIII gegebene Untersuchung eine Reduction des Problems auf die in IV gefundenen Resultate.

Setzt man zur Abkürzung:

1) $R_2\cos\sigma = p_2,\ R_2\sin\sigma = q_2$ 2) $R_1\cos\tau = p_1,\ R_1\sin\tau = q_1,$

so lassen sich die Gleichungen 2), 3), 10) und 11) von III einfacher auf folgende Art schreiben:

3)
$$\begin{cases} \xi_2^* = x + p_2\cos a - q_2\cos a', \\ \eta_2^* = y + p_2\cos b - q_2\cos b', \\ \zeta_2^* = z + p_2\cos c - q_2\cos c', \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \xi_1^* = x + p_1\cos a - q_1\cos a'', \\ \eta_1^* = y + p_1\cos b - q_1\cos b'', \\ \zeta_1^* = z + p_1\cos c - q_1\cos c''. \end{cases}$$

5) $$1 = \frac{p_2}{r''} + \frac{q_2}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$ 6) $$1 = \frac{p_1}{r'} + \frac{q_1}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{E}}{dv}.$$

Es sind $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$, $p_2$ und $q_2$ nur von $u$, $\xi_1^*$, $\eta_1^*$, $\zeta_1^*$, $p_1$ und $q_1$ nur von $v$ abhängig. Je nachdem die Gleichungen 3) oder 4) stattfinden, ist das System $(v)$ oder $(u)$ sphärisch. Die Gleichung 5) kann als Folge der Gleichungen 3) angesehen werden, wie sich unmittelbar durch Differentiation der Gleichungen 3) nach $v$ ergiebt. Eine ähnliche Bemerkung gilt für die Gleichung 6) in Beziehung auf die Gleichungen 4).

Es mögen die Gleichungen 4) stattfinden, also das System $(u)$ sphärisch sein. Durch Differentiation der Gleichungen 4) nach $v$ erhält man, unter Zunahme der in II aufgestellten Formeln,:

$$7)\begin{cases}\dfrac{d\xi_1^*}{dv}=\left(\dfrac{dp_1}{dv}-q_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\right)\cos a+\dfrac{q_1}{\sqrt{E}}\dfrac{d\sqrt{G}}{du}\cos a'+\left(\sqrt{G}-p_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}-\dfrac{dq_1}{dv}\right)\cos a'',\\ \dfrac{d\eta_1^*}{dv}=\left(\dfrac{dp_1}{dv}-q_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\right)\cos b+\dfrac{q_1}{\sqrt{E}}\dfrac{d\sqrt{G}}{du}\cos b'+\left(\sqrt{G}-p_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}-\dfrac{dq_1}{dv}\right)\cos b'',\\ \dfrac{d\zeta_1^*}{dv}=\left(\dfrac{dp_1}{dv}-q_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\right)\cos c+\dfrac{q_1}{\sqrt{E}}\dfrac{d\sqrt{G}}{du}\cos c'+\left(\sqrt{G}-p_1\dfrac{\sqrt{G}}{r''}-\dfrac{dq_1}{dv}\right)\cos c''.\end{cases}$$

Sind die osculatorischen Kugelflächen des sphärischen Systems concentrisch, so haben $\xi_1^*$, $\eta_1^*$, $\zeta_1^*$ constante Werthe. In den Gleichungen 7) verschwinden dann die linken Seiten, hierdurch reduciren sich diese Gleichungen auf:

$$8)\ \frac{dp_1}{dv}-q_1\frac{\sqrt{G}}{r''}=0,\quad 9)\ \frac{q_1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}=0,\quad 10)\ \sqrt{G}-p_1\frac{\sqrt{G}}{r''}-\frac{dq_1}{dv}=0.$$

Nimmt man in der Gleichung 9) $q_1=0$, so giebt die Gleichung 8) $\frac{dp_1}{dv}=0$, also $p_1=k$, wo $k$ eine Constante bedeutet. Für $p_1=k$ und $q_1=0$ geben die Gleichungen 4):

$$\xi_1^*-x=k\cos a,\ \eta_1^*-y=k\cos b,\ \zeta_1^*-z=k\cos c.$$

Die Summe der Quadrate dieser Gleichungen giebt:

$$(\xi_1^*-x)^2+(\eta_1^*-y)^2+(\zeta_1^*-z)^2=k^2,$$

was die Gleichung einer Kugelfläche ist. Die Gleichung 9) giebt ferner:

$$\frac{d\sqrt{G}}{du} = 0,$$

das System der Krümmungslinien $(v)$ ist dann plan, die Ebenen des Systems enthalten die Normalen zur Fläche. In diesem Falle hat man in den Gleichungen 10), 11) und 12) von IV $\sigma = \frac{\pi}{2}$ zu nehmen*). Wegen der in IV B enthaltenen Ausführungen ist ferner $\theta = \omega + \psi$, die Gleichungen 10), 11) und 12) von IV gehen dann in folgende über:

$$11)\quad \begin{cases} \cos a = \cos l \cos(\omega+\psi) - \cos\lambda \sin(\omega+\psi), \\ \cos b = \cos m \cos(\omega+\psi) - \cos\mu \sin(\omega+\psi), \\ \cos c = \cos n \cos(\omega+\psi) - \cos\nu \sin(\omega+\psi), \end{cases} \qquad 12)\quad \begin{cases} \cos a' = -\cos\alpha, \\ \cos b' = -\cos\beta, \\ \cos c' = -\cos\gamma. \end{cases}$$

$$13)\quad \begin{cases} \cos a'' = \cos l \sin(\omega+\psi) + \cos\lambda \cos(\omega+\psi), \\ \cos b'' = \cos m \sin(\omega+\psi) + \cos\mu \cos(\omega+\psi), \\ \cos c'' = \cos n \sin(\omega+\psi) + \cos\nu \cos(\omega+\psi). \end{cases}$$

Legt man die Gleichungen 50) von IV zu Grunde, so führt die Bedingung:

$$\frac{d\sqrt{G}}{du} = 0$$

zu folgenden Bestimmungen der Coordinaten:

$$14)\quad \begin{cases} (x-\xi)\cos\alpha + (y-\eta)\cos\beta + (z-\zeta)\cos\gamma = 0, \\ (x-\xi)\cos\lambda + (y-\eta)\cos\mu + (z-\zeta)\cos\nu = \frac{dV}{d\psi}\cos(\omega+\psi) + V\sin(\omega+\psi), \\ (x-\xi)\cos l + (y-\eta)\cos m + (z-\zeta)\cos n = \frac{dV}{d\psi}\sin(\omega+\psi) - V\cos(\omega+\psi). \end{cases}$$

In diesen Gleichungen sind $x$, $y$, $z$ die Coordinaten eines Punktes der Fläche, es ist $V$ eine beliebige Function von $\psi$ oder $v$, alle übrigen Quantitäten beziehen sich auf eine Curve doppelter Krümmung unter

*) In den bemerkten Gleichungen von IV hat $\sigma$ eine andere Bedeutung wie in den Gleichungen 1) dieses Abschnitts, was indessen zu keiner Verwechselung Veranlassung giebt.

Zugrundelegung der in I gebrauchten Bezeichnungen. Die erste Gleichung 14) giebt nach $u$ differentiirt:

$$(\cos a' \cos\alpha + \cos b' \cos\beta + \cos c' \cos\gamma)\sqrt{E} - \frac{ds}{du}$$
$$+ \frac{(x-\xi)\cos\lambda + (y-\eta)\cos\mu + (z-\zeta)\cos\nu}{\varrho}\frac{ds}{du} = 0.$$

Wegen der Gleichungen 12) und der zweiten Gleichung 14) folgt:

15) $$\sqrt{E} = \left[\frac{\frac{dV}{d\psi}\cos(\omega+\psi) + V\sin(\omega+\psi)}{\varrho} - 1\right]\frac{ds}{du}.$$

Die letzte Gleichung 14) nach $v$ differentiirt giebt:

$$(\cos a'' \cos l + \cos b'' \cos m + \cos c'' \cos n)\sqrt{G} = \left(\frac{d^2V}{d\psi^2} + V\right)\sin(\omega+\psi)\frac{d\psi}{dv},$$

d. i. nach 13):

16) $$\sqrt{G} = \left(\frac{d^2V}{d\psi^2} + V\right)\frac{d\psi}{dv}.$$

Es ist:

$$\frac{d\cos a}{du} = -\frac{\sqrt{E}}{r'}\cos a', \qquad \frac{d\cos a}{dv} = -\frac{\sqrt{G}}{r''}\cos a''.$$

Mittelst der Gleichungen 11), 12) und 13) findet man:

17) $$\frac{\sin(\omega+\psi)}{\varrho}\frac{ds}{du} = \frac{\sqrt{E}}{r'},$$ 18) $$\frac{d\psi}{dv} = \frac{\sqrt{G}}{r''}.$$

Aus 16) und 18) erhält man noch:

19) $$r'' = \frac{d^2V}{d\psi^2} + V.$$

Die Substitution der Werthe von $\sqrt{G}$ und $\frac{\sqrt{G}}{r''}$ aus den Gleichungen 16) und 18) in die Gleichungen 8) und 10) geben folgende Relationen zwischen $p_1$ und $q_1$:

$$\frac{dp_1}{dv} = q_1\frac{d\psi}{dv}, \qquad \left(\frac{d^2V}{d\psi^2} + V\right)\frac{d\psi}{dv} - p_1\frac{d\psi}{dv} - \frac{dq_1}{dv} = 0,$$

oder, wenn $\psi$ zur unabhängigen Variabeln genommen wird:

20) $$\frac{dp_1}{d\psi} = q_1.$$

21) $$\frac{d^2V}{d\psi^2} + V - p_1 - \frac{dq_1}{d\psi} = 0.$$

Setzt man den Werth von $q_1$ aus der Gleichung 20) in die Gleichung 21) so folgt:

$$d^2\frac{V-p_1}{d\psi^2} + V - p_1 = 0,$$

also:

22) $$V - p_1 = A\cos\psi - B\sin\psi,$$

wo $A$ und $B$ Constanten sind. In den Gleichungen 4) nehme man einfacher $\xi_1^* = 0$, $\eta_1^* = 0$, $\zeta_1^* = 0$. Die erste dieser Gleichungen wird dann:

$$0 = x + p_1\cos a - q_1\cos a'',$$

d. i. nach 11), 13) und 20):

$$0 = x + p_1\left[\cos l\cos(\omega+\psi) - \cos\lambda\sin(\omega+\psi)\right] - \frac{dp_1}{d\psi}\left[\cos l\sin(\omega+\psi) + \cos\lambda\cos(\omega+\psi)\right].$$

Setzt man hierin für $x$ seinen Werth aus den Gleichungen 14) ein, so ergiebt sich:

$$0 = \xi + \left[d\frac{V-p_1}{d\psi}\cos(\omega+\psi) + (V-p_1)\sin(\omega+\psi)\right]\cos\lambda + \left[d\frac{V-p_1}{d\psi}\sin(\omega+\psi) + (V-p_1)\cos(\omega+\psi)\right]\cos l,$$

d. i. wegen 22):

$$0 = \xi + (A\sin\omega - B\cos\omega)\cos\lambda - (A\cos\omega + B\sin\omega)\cos l.$$

Aus dieser Gleichung entwickele man den Werth von $\xi$ und füge

die analogen Gleichungen für $\eta$ und $\zeta$ hinzu. Es ergiebt sich dann folgendes System:

$$23)\quad \begin{cases} \xi = (B\cos\omega - A\sin\omega)\cos\lambda + (B\sin\omega + A\cos\omega)\cos l, \\ \eta = (B\cos\omega - A\sin\omega)\cos\mu + (B\sin\omega + A\cos\omega)\cos m, \\ \zeta = (B\cos\omega - A\sin\omega)\cos\nu + (B\sin\omega + A\cos\omega)\cos n. \end{cases}$$

Die Summe der Quadrate dieser Gleichungen giebt:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = B^2 + A^2,$$

d. h. der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ liegt auf einer Kugelfläche. Man kann zu diesem Resultate auch auf folgende Art gelangen. Die Gleichungen 15) und 16) geben:

$$24)\quad \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{E}}{dv} = \frac{\cos(\omega+\psi)}{\varrho}\frac{ds}{du}.$$

Die Gleichung 6) multiplicire man mit $\sqrt{E}$, setze also:

$$\sqrt{E} = p_1\frac{\sqrt{E}}{r'} + \frac{q_1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{E}}{dv}.$$

Werden hierin die Werthe von:

$$\sqrt{E},\quad \frac{\sqrt{E}}{r'},\quad q_1,\quad \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{E}}{dv},$$

aus den Gleichungen 15), 17), 20) und 24) substituirt, so ist die erhaltene Gleichung durch $\frac{ds}{du}$ theilbar, mit Weglassung dieses Factors folgt:

$$d\frac{V-p_1}{d\psi}\cos(\omega+\psi) + (V-p_1)\sin(\omega+\psi) = \varrho$$

d. i. nach 22):

$$A\sin\omega - B\cos\omega = \varrho,$$

durch welche Gleichung allgemein eine sphärische Curve characterisirt ist. In die Gleichungen 14) führe man die Werthe von $\xi, \eta, \zeta$ aus den Gleichungen 23) ein, es lassen sich dann die Gleichungen 14) durch folgendes System ersetzen:

$$25)\quad \begin{cases} x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = 0, \\ x(\cos l\sin\omega + \cos\lambda\cos\omega) + y(\cos m\sin\omega + \cos\mu\cos\omega) \\ \qquad + z(\cos n\sin\omega + \cos\nu\cos\omega) = B + \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \\ x(\cos l\cos\omega - \cos\lambda\sin\omega) + y(\cos m\cos\omega - \cos\mu\sin\omega) \\ \qquad + z(\cos n\cos\omega - \cos\nu\sin\omega) = A + \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi. \end{cases}$$

Die erste dieser Gleichungen ist diejenige der Normalebene einer sphärischen Curve. Aus dem Vorstehenden ergiebt sich folgendes

Theorem:

Sind die osculatorischen Kugelflächen eines Systems sphärischer Krümmungslinien concentrisch, so sind die Krümmungslinien des andern Systems plan. Die Ebenen des planen Systems sind die Normalebenen einer beliebigen sphärischen Curve und enthalten gleichzeitig die Normalen der Fläche.

Soll das System ($v$) ebenfalls sphärisch sein, so findet die Gleichung 5) statt. Dieselbe reducirt sich wegen $\dfrac{d\sqrt{G}}{du} = 0$ auf $r'' = p_2$ d. i. nach 19):

$$\frac{d^2V}{d\psi^2} + V = p_2.$$

Da die linke Seite nur von $\psi$ oder $v$, die rechte nur von $u$ abhängt, so muss jede Seite der vorstehenden Gleichung constant sein. Es ist also $p_2 = k$, mithin auch $r'' = k$, wo $k$ constant ist. Die Gleichung:

$$\frac{d^2V}{d\psi^2} + V = k$$

giebt:

$$V = k - A_0\cos\psi + B_0\sin\psi,$$

wo $A_0$ und $B_0$ Constanten sind. Für diesen Werth von $V$ werden die rechten Seiten der beiden letzten Gleichungen 25):

$$B+\frac{dV}{d\psi}\cos\psi+V\sin\psi=B+B_0+k\sin\psi,$$
$$A+\frac{dV}{d\psi}\sin\psi-V\cos\psi=A+A_0-k\cos\psi.$$

Die Constanten $A_0$ und $B_0$ vereinigen sich mit den Constanten $A$ und $B$, man kann, unbeschadet der Allgemeinheit, $A_0=0$, $B_0=0$, also $V=k$ nehmen. Für $V=k$ geben aber die Gleichungen 14):

$$(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2=k^2,$$
$$(x-\xi)\cos\alpha+(y-\eta)\cos\beta+(z-\zeta)\cos\gamma=0.$$

Da die zweite dieser Gleichungen sich auch schreiben lässt:

$$(x-\xi)\frac{d\xi}{du}+(y-\eta)\frac{d\eta}{du}+(z-\zeta)\frac{d\zeta}{du}=0,$$

so erhält man unmittelbar folgendes

Theorem:

Sind die osculatorischen Kugelflächen eines Systems sphärischer Krümmungslinien concentrisch, soll das zweite System ebenfalls sphärisch sein, so ist die Fläche die Enveloppe einer Kugelfläche von constantem Radius, deren Mittelpunkt eine beliebige sphärische Curve beschreibt.

Aus den Gleichungen 3) ergiebt sich als Gleichung der osculatorischen Kugelfläche einer sphärischen Krümmungslinie ($v$):

26) $$(\xi_2^*-x)^2+(\eta_2^*-y)^2+(\zeta_2^*-z)^2=p_2^2+q_2^2.$$

Geht diese Kugelfläche durch den festen Punkt $(x_0, y_0, z_0)$, so findet die Bedingung statt:

27) $$(\xi_2^*-x_0)^2+(\eta_2^*-y_0)^2+(\zeta_2^*-z_0)^2=p_2^2+q_2^2,$$

mit deren Hülfe sich die Gleichung 26) auf folgende Form bringen lässt:

28) $$2(x-x_0)(\xi_2^*-x_0)+2(y-y_0)(\eta_2^*-y_0)+2(z-z_0)(\zeta_2^*-z_0)$$
$$=(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2.$$

Man wende hierin die Transformation durch reciproke Radii vectores an, nehme den festen Punkt zum Centrum der Transformation und setze:

$$29)\quad \frac{x-x_0}{x_1-x_0}=\frac{y-y_0}{y_1-y_0}=\frac{z-z_0}{z_1-z_0}=\frac{2}{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2+(z_1-z_0)^2}.$$

Die Gleichung 27) geht dann in folgende Gleichung einer Ebene über, welche Ebene eine plane Krümmungslinie der transformirten Fläche bestimmt, in welche die sphärische Krümmungslinie der primitiven Fläche übergeht:

$$30)\quad (x_1-x_0)(\xi_2^*-x_0)+(y_1-y_0)(\eta_2^*-y_0)+(z_1-z_0)(\zeta_2^*-z_0)=1.$$

An Stelle der Functionen $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$ führe man drei Winkel $\alpha, \beta, \gamma$, und eine Function $\Omega$ durch folgende Gleichungen ein:

$$31)\quad \begin{gathered}\sqrt{(\xi_2^*-x_0)^2+(\eta_2^*-y_0)^2+(\zeta_2^*-z_0)^2}=\frac{1}{\Omega},\\ \frac{\xi_2^*-x_0}{\cos\alpha}=\frac{\eta_2^*-y_0}{\cos\beta}=\frac{\zeta_2^*-z_0}{\cos\gamma}=\frac{1}{\Omega}.\end{gathered}$$

Wegen der Gleichungen 31) lässt sich die Gleichung 30) auch schreiben:

$$32)\quad (x_1-x_0)\cos\alpha+(y_1-y_0)\cos\beta+(z_1-z_0)\cos\gamma=\Omega.$$

Hierdurch ist die Bestimmung der Fläche mit einem System sphärischer Krümmungslinien, deren osculatorische Kugelflächen durch einen festen Punkt gehn, auf die Bestimmung der allgemeinsten Fläche mit einem System planer Krümmungslinien reducirt. Man kann immer $\alpha, \beta, \gamma$ als die Winkel ansehn, welche die Tangente einer beliebigen Curve doppelter Krümmung mit den Coordinatenaxen bildet. Vertauscht man in den Gleichungen 3) von IV $x, y, z$ respective mit $x_1-x_0, y_1-y_0, z_1-z_0$, so fällt die bemerkte Gleichung mit der obigen Gleichung 32) zusammen. Um die allgemeinsten Werthe von $x$, $y$ und $z$ zu erhalten, welche den Gleichungen 3), 5) und 27) genügen, setze man in den Gleichungen 40) von IV $x_1-x_0$, $y_1-y_0$, $z_1-z_0$ statt $x$, $y$, $z$, darauf entwickele man die Werthe von $x_1-x_0$, $y_1-y_0$, $z_1-z_0$ aus den so erhaltenen Gleichungen und substituire dieselben in die Gleichungen 29); wodurch sich unmittelbar die gesuchten Werthe von $x$, $y$ und $z$ ergeben.

Man kann zu diesem Zweck auch einfach in den Gleichungen 40) von IV $x$, $y$, $z$ respective ersetzen durch:

$$2\frac{x-x_0}{\Delta}, \quad 2\frac{y-y_0}{\Delta}, \quad 2\frac{z-z_0}{\Delta},$$

wo $\Delta = (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2$. Für den Fall, dass $\zeta_2^* = z_0$ oder $\cos\gamma = 0$ ist, sind die Gleichungen 67) von IV zu Grunde zu legen. Eine weitere Ausführung der Rechnungen bietet keine Schwierigkeiten, so dass es unnöthig erscheint, dieselben hier weiter auszuführen.

Für den Fall, dass in den Gleichungen 3) oder 4) eine der Quantitäten $p_2$ oder $p_1$ constant ist, bildet die gesuchte Fläche eine Parallelfläche zu derjenigen, für welche $p_2$ oder $p_1$ verschwindet. Diese Bemerkung erlaubt einige der folgenden Betrachtungen zu vereinfachen.

Bewegt sich der Mittelpunkt einer Kugelfläche von variabelem Radius auf einer Curve doppelter Krümmung, so hat die Enveloppe der Kugelfläche ein System von Krümmungslinien, welches aus Kreisen besteht, also gleichzeitig sphärisch und plan ist. Dieses ist das einfachste Beispiel einer Fläche mit einem System sphärischer Krümmungslinien, aus diesem Grunde sollen einige Entwickelungen über diesen Fall beigefügt werden, welche gleichzeitig zur Motivirung einiger Rechnungen für den allgemeinen Fall sphärischer Krümmungslinien gelten können. Ist das System $(v)$ sphärisch, so besteht die Gleichung 5), dieselbe mit $r''$ multiplicirt giebt:

$$33) \qquad r'' = p_2 + q_2 \frac{r''}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Ist das System $(v)$ gleichzeitig plan, so hat man weiter:

$$34) \qquad \frac{r''}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{G}}{du} = -\cot\sigma_0,$$

wo $\sigma_0$ eine Function von $u$ allein bezeichnet. Die Gleichungen 33) und 34) geben:

$$r'' = p_2 - q_2 \cot\sigma_0,$$

oder:

35) $$p_2 - r'' = q_2 \cot \sigma_0.$$

Die zweite Gleichung 10) von II, nämlich:

$$d\frac{\frac{\sqrt{G}}{r''}}{du} = \frac{1}{r'}\frac{d\sqrt{G}}{du}$$

giebt entwickelt:

$$\left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\frac{r''}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du} = \frac{dr''}{du}.$$

Aus dieser Gleichung und der Gleichung 34) folgt:

$$-\left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E}\cot\sigma_0 = \frac{dr''}{du}$$

oder:

36) $$\left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E} = -\frac{dr''}{du}\operatorname{tang}\sigma_0.$$

Aus den Gleichungen 3) und 5) von II findet man leicht:

$$\frac{dx}{dv} = -r''\frac{d\cos a}{dv}, \quad \frac{dy}{dv} = -r''\frac{d\cos b}{dv}, \quad \frac{dz}{dv} = -r''\frac{d\cos c}{dv}.$$

Da $r''$ nur von $u$ abhängt, so geben die vorstehenden Gleichungen integrirt:

37) $$x = \xi - r''\cos a, \quad y = \eta - r''\cos b, \quad z = \zeta - r''\cos c,$$

wo $\xi, \eta, \zeta$ nur von $u$ abhängen, folglich als Coordinaten eines Punktes einer Curve doppelter Krümmung angesehen werden können, auf welche sich die Formeln von I anwenden lassen. Die Gleichungen 37) finden sich schon in III aufgestellt. Aus der ersten der bemerkten Gleichungen folgt:

$$\xi = x + r''\cos a.$$

Diese Gleichung nach $u$ differentiirt, giebt nach 2) und 4) von II:

$$\frac{d\xi}{du} = \frac{dr''}{du}.\cos a + \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E}\cos a',$$

oder mit Rücksicht auf die Gleichung 36):

$$\frac{d\xi}{du} = \frac{dr''}{du}\cdot(\cos a - \cos a' \operatorname{tang}\sigma_0) = \frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}(\cos a\cos\sigma_0 - \cos a'\sin\sigma_0).$$

Auf die angegebene Art erhält man aus 37) folgende Gleichungen:

$$38)\qquad \begin{aligned} \frac{d\xi}{du} &= \frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}\cdot(\cos a\cos\sigma_0 - \cos a'\sin\sigma_0),\\ \frac{d\eta}{du} &= \frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}\cdot(\cos b\cos\sigma_0 - \cos b'\sin\sigma_0),\\ \frac{d\zeta}{du} &= \frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}\cdot(\cos c\cos\sigma_0 - \cos c'\sin\sigma_0). \end{aligned}$$

Ist $ds$ das Bogenelement der Curve, welcher der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ angehört, so geben die Gleichungen 38):

$$\left(\frac{ds}{du}\right)^2 = \left(\frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}\right)^2.$$

Sei:

$$39)\qquad \frac{ds}{du} = \frac{1}{\cos\sigma_0}\frac{dr''}{du}.$$

Wird $s$ als unabhängige Variabele genommen, so lassen sich die Gleichungen 38) nach 39) einfacher schreiben:

$$40)\qquad \begin{cases} \frac{d\xi}{ds} = \cos a\cos\sigma_0 - \cos a'\sin\sigma_0,\\ \frac{d\eta}{ds} = \cos b\cos\sigma_0 - \cos b'\sin\sigma_0,\\ \frac{d\zeta}{ds} = \cos c\cos\sigma_0 - \cos c'\sin\sigma_0. \end{cases}$$

Aus der Gleichung 39) folgt noch:

$$\frac{dr''}{ds} = \cos\sigma_0.$$

Es ist dieses dieselbe Gleichung wie die Gleichung 18) in III, wenn dort $S = r''$ und $\sigma_0$ statt $\sigma$ gesetzt wird, da im vorliegenden Falle

$\sigma$ eine andere Bedeutung hat. Durch Einsetzung der Werthe von $x$, $y$ und $z$ aus den Gleichungen 37) in die Gleichungen 3) und des Werthes von $p_2 - r''$ aus 35) erhält man:

$$\xi_2^* = \xi + \frac{q_2}{\sin\sigma_0}(\cos a \cos\sigma_0 - \cos a' \sin\sigma_0),$$

$$\eta_2^* = \eta + \frac{q_2}{\sin\sigma_0}(\cos b \cos\sigma_0 - \cos b' \sin\sigma_0),$$

$$\zeta_2^* = \zeta + \frac{q_2}{\sin\sigma_0}(\cos c \cos\sigma_0 - \cos c' \sin\sigma_0).$$

Unter Zuziehung der Gleichungen 40) lassen sich die vorstehenden Gleichungen durch folgende ersetzen:

41) $$\frac{\xi_2^* - \xi}{\frac{d\xi}{ds}} = \frac{\eta_2^* - \eta}{\frac{d\eta}{ds}} = \frac{\zeta_2^* - \zeta}{\frac{d\zeta}{ds}} = \frac{q_2}{\sin\sigma_0}.$$

Setzt man für $p_2$ und $q_2$ ihre Werthe aus 1) ein, so giebt die Gleichung 35):

$$r'' = R_2 \frac{\sin(\sigma_0 - \sigma)}{\sin\sigma_0},$$

oder:

$$R_2 = \frac{r''.\sin\sigma_0}{\sin(\sigma_0 - \sigma)}$$

und:

$$\frac{q_2}{\sin\sigma_0} = R_2 \frac{\sin\sigma}{\sin\sigma_0} = \frac{r''\sin\sigma}{\sin(\sigma_0 - \sigma)}.$$

Der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ gehört einer Curve $\Gamma$ an, welche der Mittelpunkt der Kugelfläche von variabelem Radius $(= r'')$ beschreibt. Der Mittelpunkt $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ der osculatorischen Kugelfläche einer sphärischen Krümmungslinie liegt auf einer Curve $\Gamma_2^*$. Aus den Gleichungen 41) folgt, dass die Curve $\Gamma_2^*$ auf der Tangentenfläche der Curve $\Gamma$ liegt. Für die Untersuchung der Enveloppe einer Kugelfläche erscheint die Beibehaltung der Curve $\Gamma_2^*$ wenig geeignet, die Formeln gewinnen an

Einfachheit, wenn die geometrischen Elemente der Curve $\Gamma$ eingeführt werden. Eine ganz ähnliche Erscheinung wiederholt sich in XI bei einer anderen Gattung von Flächen, so dass es geboten erscheint; die geometrischen Elemente der Curve $\Gamma_2^*$ im Allgemeinen nicht in die vorkommenden Formeln einzuführen. Diese Bemerkungen, welche auf speciellen Fällen beruhn, sind geeignet, einige in den allgemeinen Untersuchungen von XII vorkommende Anschauungen zu motiviren und die Einführung neuer Quantitäten an Stelle von $\xi_2^*$, $\eta_2^*$ und $\zeta_2^*$ a priori zu rechtfertigen.

## X.

## Flächen, für welche beide Systeme von Krümmungslinien sphärisch sind.

Die Flächen, für welche beide Systeme von Krümmungslinien sphärisch sind, lassen sich geometrisch sehr einfach aus den Resultaten von V und VI herleiten, mit Hülfe eines Satzes, dessen Beweis im Folgenden gegeben ist. Transformirt man die Flächen, für welche beide Systeme von Krümmungslinien plan sind, oder das eine System plan das andere sphärisch ist, durch reciproke Radii vectores, so erhält man im Allgemeinen offenbar Flächen, deren Krümmungslinien sämmtlich sphärisch sind. Dieser Satz lässt sich nun umkehren, woraus eine einfache Herleitung der in der Ueberschrift dieses Abschnitts genannten Flächen sich ergiebt. Für eine Parallelfläche bleiben die planen Krümmungslinien plan, die sphärischen bleiben sphärisch. Man kann also auch die zu Anfang bemerkten Flächen als Parallelflächen solcher ansehn, für welche durch die Transformation durch reciproke Radii vectores wenigstens ein System von Krümmungslinien plan wird. Diese Bemerkung, welche sich zuerst bei den Hn. Bonnet (Journal de l'École Polytechnique. Trente-Cinquième Cahier, p. 248) und Serret (Journal de Mathématiques. Année 1853, p. 161) findet, bildet im Folgenden den Gegenstand einer genaueren Untersuchung, welche bisher zu einer vollständigen Begründung des Satzes fehlte. Die Flächen mit nur sphärischen Krümmungslinien

zerfallen in zwei Classen. In der ersten Classe liegen die Mittelpunkte der osculatorischen Kugelflächen jedes Systems in je einer festen Ebene, die beiden Ebenen, welche sich so ergeben, sind orthogonal zu einander. In der zweiten Classe liegen die Mittelpunkte der osculatorischen Kugelflächen des einen Systems auf einer Geraden, während für das andere System die Mittelpunkte auf einer beliebigen Curve liegen. Die zweite Classe gehört unter die in VI betrachteten Flächen, ein System von Krümmungslinien besteht nämlich aus Kreisen.

Für den Fall nur sphärischer Krümmungslinien finden die Gleichungen 3) und 4) von IX gleichzeitig statt. Die osculatorischen Kugelflächen beider Systeme sind in folgenden Gleichungen enthalten:

1) $$(\xi_1^* - x)^2 + (\eta_1^* - y)^2 + (\zeta_1^* - z)^2 = p_1^2 + q_1^2.$$

2) $$(\xi_2^* - x)^2 + (\eta_2^* - y)^2 + (\zeta_2^* - z)^2 = p_2^2 + q_2^2.$$

Durch Elimination von $x$, $y$ und $z$ zwischen den Gleichungen 3) und 4) von IX folgt:

3) $$\begin{aligned} \xi_1^* - \xi_2^* &= (p_1 - p_2)\cos a + q_2 \cos a' - q_1 \cos a'', \\ \eta_1^* - \eta_2^* &= (p_1 - p_2)\cos b + q_2 \cos b' - q_1 \cos b'', \\ \zeta_1^* - \zeta_2^* &= (p_1 - p_2)\cos c + q_2 \cos c' - q_1 \cos c''. \end{aligned}$$

Die Summe der Quadrate dieser Gleichungen giebt:

4) $$(\xi_1^* - \xi_2^*)^2 + (\eta_1^* - \eta_2^*)^2 + (\zeta_1^* - \zeta_2^*)^2 = (p_1 - p_2)^2 + q_1^2 + q_2^2,$$

wo also $\xi_1^*$, $\eta_1^*$, $\zeta_1^*$, $p_1$ und $q_1$ nur von $v$, $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$, $p_2$ und $q_2$ nur von $u$ abhängen. Die Gleichung 4) nach $v$ und $u$ differentiirt giebt:

5) $$\frac{d\xi_1^*}{dv}\frac{d\xi_2^*}{du} + \frac{d\eta_1^*}{dv}\frac{d\eta_2^*}{du} + \frac{d\zeta_1^*}{dv}\frac{d\zeta_2^*}{du} = \frac{dp_1}{dv}\frac{dp_2}{du}.$$

Aus dieser Gleichung leitet man leicht die folgende mit Hülfe successiver Differentiationen ab:

6) $$\begin{vmatrix} \frac{d\xi_1^*}{dv} & \frac{d\eta_1^*}{dv} & \frac{d\zeta_1^*}{dv} \\ \frac{d^2\xi_1^*}{dv^2} & \frac{d^2\eta_1^*}{dv^2} & \frac{d^2\zeta_1^*}{dv^2} \\ \frac{d^3\xi_1^*}{dv^3} & \frac{d^3\eta_1^*}{dv^3} & \frac{d^3\zeta_1^*}{dv^3} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{d\xi_2^*}{du} & \frac{d\eta_2^*}{du} & \frac{d\zeta_2^*}{du} \\ \frac{d^2\xi_2^*}{du^2} & \frac{d^2\eta_2^*}{du^2} & \frac{d^2\zeta_2^*}{du^2} \\ \frac{d^3\xi_2^*}{du^3} & \frac{d^3\eta_2^*}{du^3} & \frac{d^3\zeta_2^*}{du^3} \end{vmatrix} = 0.$$

Man kann nach 5) noch analoge Gleichungen zur Gleichung 6) aufstellen, wenn gleichzeitig zwei entsprechende Coordinaten z. B. $\zeta_1^*$ und $\zeta_2^*$ respective durch $p_1$ und $p_2$ ersetzt werden. Verschwindet in der Gleichung 6) der erste Factor, so sind bekanntlich $\xi_1^*$, $\eta_1^*$ und $\zeta_1^*$ durch eine lineare Relation mit constanten Coefficienten unter einander verbunden, d. h. der Punkt $(\xi_1^*, \eta_1^*, \zeta_1^*)$ liegt in einer festen Ebene. Wird dieselbe zur Ebene der $y$ und $z$ genommen, so ist $\xi_1^* = 0$. Die Gleichungen 4) und 5) nehmen dann folgende einfachere Formen an:

$$7) \qquad \xi_2^{*2} + (\eta_1^* - \eta_2^*)^2 + (\zeta_1^* - \zeta_2^*)^2 = (p_1 - p_2)^2 + q_1^2 + q_2^2.$$

$$8) \qquad \frac{d\eta_1^*}{dv}\frac{d\eta_2^*}{du} + \frac{d\zeta_1^*}{dv}\frac{d\zeta_2^*}{du} = \frac{dp_1}{dv}\frac{dp_2}{du}.$$

Es soll angenommen werden, dass keine der Quantitäten $p_1$ oder $p_2$ constant ist. Durch Differentiationen nach $v$ erhält man weiter aus 8):

$$\begin{vmatrix} \frac{d\eta_1^*}{dv} & \frac{d\zeta_1^*}{dv} & \frac{dp_1^*}{dv} \\ \frac{d^2\eta_1^*}{dv^2} & \frac{d^2\zeta_1^*}{dv^2} & \frac{d^2p_1}{dv^2} \\ \frac{d^3\eta_1^*}{dv^3} & \frac{d^3\zeta_1^*}{dv^3} & \frac{d^3p_1^*}{dv^3} \end{vmatrix} = 0.$$

Sind $A, B, C$ und $C_0$ Constanten, so giebt die vorstehende Gleichung:

$$9) \qquad Ap_1 + B\eta_1^* + C\zeta_1^* = C_0.$$

Die Constanten $B$ und $C$ können nicht gleichzeitig verschwinden, weil sonst $p_1$ constant wäre, was gegen die Voraussetzung ist. Ist in 9) $A = 0$, so liegt der Punkt $(\xi_1^*, \eta_1^*, \zeta_1^*)$ auf einer festen Geraden, nimmt man neben $\xi_1^* = 0$ noch $\eta_1^* = 0$, so wird die Gleichung 9) für $A = 0$, $C = 0$ und $C_0 = 0$ identisch. Dieser Fall, soll, als der weniger allgemeine, nachher behandelt werden.

In der Gleichung 9) seien die Factoren $A$ und $C$ von Null verschieden.

Durch Elimination von $p_1$ zwischen den Gleichungen 8) und 9) folgt:

$$10) \qquad \frac{d\eta_1^*}{dv}\left(A\frac{d\eta_2^*}{du}+B\frac{dp_2}{du}\right)+\frac{d\zeta_1^*}{dv}\left(A\frac{d\zeta_2^*}{du}+C\frac{dp_2}{du}\right)=0.$$

Die Gleichung 10) giebt zu folgenden Annahmen Veranlassung. Es seien $\eta_1^*$ und $\zeta_1^*$ constant, da nun $\xi_1^*=0$, so ist dieser Fall in IX schon behandelt und nicht weiter in Betracht zu ziehn. Zwischen $\eta_1^*$ und $\zeta_1^*$ besteht eine lineare Relation mit constanten Coefficienten, der Punkt $(\xi_1^*, \eta_1^*, \zeta_1^*)$ liegt auf einer festen Geraden. Wird dieselbe zur Axe der $z$ genommen, so ist $\xi_1^*=0$, $\eta_1^*=0$, die Gleichung 10) reducirt sich dann auf:

$$11) \qquad A\frac{d\zeta_2^*}{du}+C\frac{dp_2}{du}=0.$$

Endlich wird die Gleichung 10) identisch für:

$$12) \qquad A\frac{d\eta_2^*}{du}+B\frac{dp_2}{du}=0, \quad A\frac{d\zeta_2^*}{du}+C\frac{dp_2}{du}=0.$$

Es mögen zuerst die Gleichungen 12) discutirt werden. Sind $B_0$ und $C_0$ Constanten, so geben die Gleichungen 12) integrirt:

$$13) \qquad A\eta_2^*+Bp_2=B_0, \quad A\zeta_2^*+Cp_2=C_0.$$

Wird $p_2$ zwischen diesen Gleichungen eliminirt, so besteht zwischen $\eta_2^*$ und $\zeta_2^*$ die Gleichung:

$$AC\eta_2^*-AB\zeta_2^*=B_0C-BC_0.$$

Der Punkt $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ liegt in einer festen Ebene, welche zur Ebene der $y$ und $z$ senkrecht ist. Nimmt man diese Ebene zur Coordinatenebene der $x$ und $z$, so ist $\eta_2^*=0$. Da $p_2$ nicht constant ist, so muss die linke Seite der ersten Gleichung 13) identisch verschwinden, es ist dann $B=0$ und $B_0=0$. Die Gleichungen 9) und 13) werden nun:

$$Ap_1+C\zeta_1^*=C_0, \quad A\zeta_2^*+Cp_2=C_0,$$

oder:

$$A = -Ck, \quad C_0 = C\zeta_0, \quad C'_0 = Cp_0,$$

gesetzt:

14) $$kp_1 = \zeta_1^* - \zeta_0, \quad k\zeta_2^* = p_2 - p_0.$$

Wird der Anfangspunkt der Coordinaten in der Richtung der $z$-Axe verschoben, so kann man $\zeta_0 = 0$ nehmen. Setzt man in den Gleichungen 3) von IX aus 14) $p_2 = p_0 + k\zeta_2^*$ ein, so folgt unmittelbar, dass die Fläche, welche diesen Gleichungen genügt, eine Parallelfläche zu derjenigen ist, welche $p_0 = 0$ entspricht. Man setze also einfacher in den Gleichungen 14) $\zeta_0 = 0$ und $p_0 = 0$, wodurch dieselben in:

15) $$kp_1 = \zeta_1^*, \quad k\zeta_2^* = p_2,$$

übergehn. In der Gleichung 4) nehme man $\xi_1^* = 0$, $\eta_2^* = 0$ und nach Gleichung 15) $\zeta_1^* \zeta_2^* = p_1 p_2$, es ist dann:

$$\xi_2^{*2} + \eta_1^{*2} + \zeta_1^{*2} + \zeta_2^{*2} = p_1^2 + q_1^2 + p_2^2 + q_2^2.$$

Diese Gleichung zerfällt nothwendig in die beiden folgenden, in denen $h$ eine Constante bedeutet:

16) $$\begin{aligned} \eta_1^{*2} + \zeta_1^{*2} &= p_1^2 + q_1^2 \mp h^2, \\ \xi_2^{*2} + \zeta_2^{*2} &= p_2^2 + q_2^2 \pm h^2. \end{aligned}$$

Mit Hülfe der Gleichungen 16) und $\xi_1^* = 0$, $\eta_2^* = 0$ geben die Gleichungen 1) und 2) entwickelt:

17) $$x^2 + y^2 + z^2 - 2y\eta_1^* - 2z\zeta_1^* = \pm h^2,$$

18) $$x^2 + y^2 + z^2 - 2x\xi_2^* - 2z\zeta_2^* = \mp h^2.$$

Die Gleichungen 17) und 18) sind nur unwesentlich von einander verschieden, sie geben zu analogen Transformationen durch reciproke Radii vectores Veranlassung. Findet das obere Zeichen statt, so setze man in 17) $x = x - x_0 + x_0$, wo $x_0^2 = h^2$. Die Gleichung 17) lässt sich dann schreiben:

19) $$(x - x_0)^2 + y^2 + z^2 + 2(x - x_0)x_0 - 2y\eta_1^* - 2z\zeta_1^* = 0.$$

Diese Gleichung einer Kugelfläche geht durch Transformation durch

reciproke Radii vectores, in Beziehung auf das Centrum $(x_0, 0, 0)$ der Transformation in eine Ebene über, das System der Krümmungslinien $(u)$ wird dann plan. Findet in den Gleichungen 17) und 18) das untere Zeichen statt, so setze man in der Gleichung 18) $y = y + y_0 - y_0$, wo $y_0^2 = h^2$. Durch Entwickelung folgt dann:

$$20) \qquad x^2 + (y - y_0)^2 + z^2 - 2x\xi_2^* + 2(y - y_0)y_0 - 2z\zeta_2^* = 0.$$

Wendet man auf 20) die Transformation durch reciproke Radii vectores, in Beziehung auf das Centrum $(0, y_0, 0)$, an, so ergiebt sich wieder die Gleichung einer Ebene. Da die Gleichungen 19) und 20) zu demselben Resultate führen, so genügt es, eine dieser Gleichungen zu transformiren. Mittelst der Substitution:

$$21) \qquad \frac{x}{x_1} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z}{z_1} = \frac{2h^2}{x_1^2 + (y_1 - y_0)^2 + z_1^2}$$

folgt:

$$h^2 - x_1\xi_2^* + (y_1 - y_0)y_0 - z_1\zeta_2^* = 0,$$

oder da $y_0^2 = h^2$:

$$22) \qquad x_1\xi_2^* - y_1y_0 + z_1\zeta_2^* = 0.$$

Das System der sphärischen Krümmungslinien $(v)$ wird durch die Transformation plan, die Ebenen des planen Systems gehn alle durch einen festen Punkt. Da $y_0^2 = h^2$, also $y_0 = \pm h$, so existiren zwei Centra der Transformation durch reciproke Radii vectores. Nimmt man in der Gleichung 17) das untere Zeichen und wendet die, durch 21) bestimmte, Transformation an, so folgt, wegen $h^2 = y_0^2$:

$$\left(1 - \frac{\eta_1^*}{y_0}\right)[x_1^2 + (y_1 - y_0)^2 + z_1^2] - 2(y_1 - y_0)(\eta_1^* - y_0) - 2z_1\zeta_1^* + 2y_0^2 = 0,$$

oder:

$$23) \qquad x_1^2 + y_1^2 + \left(z_1 - \frac{\zeta_1^*}{1 - \frac{\eta_1^*}{y_0}}\right)^2 = \frac{\eta_1^{*2} + \zeta_1^{*2} - y_0^2}{\left(1 - \frac{\eta_1^*}{y_0}\right)^2}.$$

Nimmt man in der ersten Gleichung 16) das untere Zeichen, setzt $h^2 = y_0^2$, so ist $\eta_1^{*2} + \zeta_1^{*2} - y_0^2 = p_1^2 + q_1^2$. Die Gleichungen 2) von IX geben $p_1^2 + q_1^2 = R_1^2$, hierdurch lässt sich die Gleichung 23) auch auf folgende Art darstellen:

$$x_1^2 + y_1^2 + \left(z_1 - \frac{\zeta_1^*}{1 - \frac{\eta_1^*}{y_0}}\right)^2 = \frac{R_1^2}{\left(1 - \frac{\eta_1^*}{y_0}\right)^2}.$$

Das sphärische System bleibt also nach der Transformation sphärisch. Für $h = 0$ geben die Gleichungen 17) und 18):

$$24) \qquad \begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 - 2y\eta_1^* - 2z\zeta_1^* &= 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x\xi_2^* - 2z\zeta_2^* &= 0. \end{aligned}$$

Für:

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z}{z_1} = \frac{2}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

werden die Gleichungen 24):

$$25) \qquad y_1\eta_1^* + z_1\zeta_1^* = 1, \quad x_1\xi_2^* + z_1\zeta_2^* = 1,$$

was die Gleichungen zweier Ebenen sind.

Ist von den beiden Quantitäten $p_1$ und $p_2$ eine constant, so sei dieses mit $p_2$ der Fall. Wäre nämlich $p_1$ constant, so gäbe die Gleichung 9) zwischen $\eta_1^*$ und $\zeta_1^*$ eine lineare Relation, welche sich auf $\eta_1^* = 0$ reduciren lässt, welcher Fall, wie sich nachher ergiebt, Kreisen als Krümmungslinien entspricht. Ist $p_2$ constant, so ist dieses nach 12) auch mit $\eta_2^*$ und $\zeta_2^*$ der Fall. Man kann einfach $\eta_2^* = 0$, $\zeta_2^* = 0$ setzen und die gesuchte Fläche als Parallelfläche derjenigen ansehn, für welche $p_2 = 0$ ist. Für $\zeta_2^* = 0$ reducirt sich die Gleichung 22) auf:

$$x_1\xi_2^* - y_1 y_0 = 0.$$

Die Ebenen der transformirten Krümmungslinien gehn sämmtlich durch eine feste Gerade.

Die Gleichung 10) lässt noch die Annahme $\xi_1^* = 0$, $\eta_1^* = 0$ zu, zu welchen Relationen dann die Gleichung 11) tritt. Die Gleichungen

14) bleiben ungeändert, die gesuchte Fläche ist wieder eine Parallelfläche zu derjenigen, für welche die Gleichungen 15) bestehn.

Die Gleichungen 7) von IX multiplicire man respective mit $\cos a$, $\cos b$ und $\cos c$, die Summe der Producte giebt dann:

$$26) \qquad \frac{d\xi_1^*}{dv}\cos a + \frac{d\eta_1^*}{dv}\cos b + \frac{d\zeta_1^*}{dv}\cos c = \frac{dp_1}{dv} - q_1\frac{\sqrt{G}}{r''}.$$

Auf analoge Weise folgt:

$$27) \qquad \frac{d\xi_1^*}{dv}\cos a' + \frac{d\eta_1^*}{dv}\cos b' + \frac{d\zeta_1^*}{dv}\cos c' = \frac{q_1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Die Gleichung 27) lässt sich auch direct aus der Gleichung 26) durch Differentiation nach $u$ herleiten. Für $\xi_1^* = 0$, $\eta_1^* = 0$ und $\zeta_1^* = kp_1$ reduciren sich die Gleichungen 26) und 27) auf:

$$k\frac{dp_1}{dv}\cos c = \frac{dp_1}{dv} - q_1\frac{\sqrt{G}}{r''}, \qquad k\frac{dp_1}{dv}\cos c' = \frac{q_1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Die Elimination von $\frac{dp_1}{dv}$ zwischen diesen Gleichungen giebt:

$$28) \qquad \frac{k\cos c'}{1-k\cos c} = \frac{\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}}{\frac{\sqrt{G}}{r''}} = \frac{r''}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Nun ist nach II:

$$\frac{d\cos c'}{dv} = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}\cos c'', \qquad \frac{d\cos c}{dv} = -\frac{\sqrt{G}}{r''}\cos c''.$$

Wird die Gleichung 28) rechts mit $k\cos c''$ multiplicirt und dividirt, so lässt sich dieselbe schreiben:

$$\frac{k\cos c'}{1-k\cos c} = \frac{\frac{dk\cos c'}{dv}}{d\frac{1-k\cos c}{dv}}$$

oder:

$$d\frac{\frac{k\cos c'}{1-k\cos c}}{dv} = 0.$$

Die linke Seite der Gleichung 28) ist also von $v$ unabhängig, kann also nur Function von $u$ allein sein, folglich ist auch:

$$\frac{r''}{\sqrt{EG}}\frac{d\sqrt{G}}{du}$$

nur von $u$ abhängig, zu Folge der Gleichung 5) von IX ist dann $r''$ ebenfalls Function von $u$ allein, das System der Krümmungslinien $(v)$ besteht aus Kreisen, das betreffende System ist also plan. Die hierhin gehörigen Flächen sind in einer Anmerkung zu diesem Abschnitt analytisch definirt. Sieht man von diesen Flächen ab, so ergeben sich aus dem Vorstehenden die folgenden Resultate. Die Gleichung 20) wird identisch für $x = 0$, $y = y_0$ und $z = 0$. Mit Rücksicht auf die Gleichungen $\xi_1^* = 0$ und $\eta_2^* = 0$, folgt, dass die Mittelpunkte der Kugelflächen zweier Systeme sphärischer Krümmungslinien in zwei Ebenen liegen, die zu einander normal sind. Die Flächen, welche beide Systeme von Krümmungslinien sphärisch haben, sind Parallelflächen zu anderen Flächen, welche dieselbe Eigenschaft besitzen und für welche die Kugelflächen des einen Systems durch einen festen Punkt gehn. Wird dieser feste Punkt zum Centrum der Transformation durch reciproke Radii vectores genommen, so gehn die Kugelflächen in Ebenen über, welche durch einen zweiten festen Punkt gehn, der im Allgemeinen nicht mit dem gemeinsamen Schnittpunkt der Kugelflächen coincidirt. Das zweite System von Krümmungslinien bleibt sphärisch. Es kann bei den bemerkten Parallelflächen auch der Fall eintreten, dass die Kugelflächen der beiden sphärischen Systeme durch denselben Punkt gehn. In Beziehung auf diesen Punkt lassen sich die Kugelflächen durch reciproke Radii vectores in zwei Systeme von Ebenen transformiren, jedes der beiden Systeme ist einer festen Richtung parallel. Die beiden festen

Richtungen sind senkrecht zu einander. Dieses Resultat entspricht den Gleichungen 25) von V, so wie das allgemeinere Resultat den Gleichungen 45) von VI entspricht. Man gelangt wieder zu dem Satze, welcher zu Anfang dieses Abschnitts angeführt ist. Die Flächen, für welche beide Systeme von Krümmungslinien sphärisch sind, bilden Parallelflächen zu denjenigen, welche mit Hülfe der Transformation durch reciproke Radii vectores aus den Flächen folgen, die ein System planer und ein System sphärischer Krümmungslinien haben, oder, für welche alle Krümmungslinien plan sind.

## Anmerkung zu X.

## Ueber einige Flächen, für welche ein System von Krümmungslinien aus Kreisen besteht.

Die zweite Classe der in X betrachteten Flächen, deren geometrische Definition, als Parallelflächen der Enveloppen einer Kugelfläche, sehr einfach ist, bieten ein besonderes Interesse dar, als auch die Ausführungen der analytischen Rechnungen mit Hülfe der oben gefundenen Resultate sich ohne grosse Weitläufigkeiten bewerkstelligen lassen. Man kann hierbei einen doppelten Weg einschlagen, indem man sich erstens das Problem stellt, die Enveloppen einer Kugelfläche von variabelem Radius zu finden, welche ausser den Kreisen noch ein System sphärischer Krümmungslinien besitzen. Zweitens lassen sich die in VI aufgestellten Resultate für Flächen mit einem System planer und einem System sphärischer Krümmungslinien benutzen, indem man das plane System der Bedingung unterwirft, aus Kreisen zu bestehn. Da der erste der angedeuteten Wege eine Wiederholung schon in VI ausgeführter Rechnungen erfordert, so scheint es von selbst geboten, die in VI gegebenen Gleichungen zu Grunde zu legen. Das Problem reducirt sich dann einfach auf Herstellung der Bedingungen, dass in den Gleichungen von VI $r''$ von $v$ unabhängig ist.

Mit Rücksicht auf die gewählten Bezeichnungen gilt die Gleichung 6) von IV, nämlich:

1) $$\sin\sigma\frac{d\theta}{dv}=\frac{\sqrt{G}}{r''},$$

für alle Flächen mit einem System planer Krümmungslinien. Sind die Ebenen der planen Krümmungslinien den Normalebenen einer planen Curve parallel, so geben die Gleichungen 57) und 58) von IV:

2) $$\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}=e^{2V+2\int\cot\sigma ds}$$ 3) $$\frac{d\theta}{dV}=\cos\theta.$$

Es ist $V$ eine beliebige Function von $v$. In Folge der Gleichung 53) von IV ist $\cos c''=\sin\theta$, folglich:

$$\frac{dz}{dv}=\sqrt{G}.\sin\theta.$$

Durch Elimination von $\sqrt{G}$ zwischen dieser Gleichung und der Gleichung 1) folgt:

$$\frac{dz}{dv}=r''\sin\sigma\sin\theta\frac{d\theta}{dv}.$$

Wird $V$ als unabhängige Variabele genommen, so folgt mit Rücksicht auf die Gleichung 3):

4) $$\frac{dz}{dV}=r''\sin\sigma\sin\theta\cos\theta.$$

Zu den vorstehenden Gleichungen nehme man die Gleichungen 51) von IV, d. i. die folgenden:

5) $$\begin{cases}\cos a = \sin\varepsilon\cos\sigma-\cos\varepsilon\sin\sigma\sin\theta,\\ \cos b = -\cos\varepsilon\cos\sigma-\sin\varepsilon\sin\sigma\sin\theta,\\ \cos c = \sin\sigma\cos\theta.\end{cases}$$

Für den ersten Fall der in VI behandelten Flächen finden die dort gegebenen Gleichungen 27) statt. Man setze in denselben:

$$R_1\sin\tau=-\frac{dW}{dV},\quad \zeta_1^*=W^*),$$

*) Hierbei ist auf pag. 66 ein Druckfehler zu verbessern. In Gleichung 28) und der vorhergehenden muss $\zeta_1^*$ statt $\xi_1^*$ stehn.

wodurch sich folgende Gleichungen ergeben:

$$6)\qquad \begin{cases} x\sin\varepsilon - y\cos\varepsilon = -k\cos\sigma, \\ x\cos\varepsilon + y\sin\varepsilon = k\sin\sigma\sin\theta - \dfrac{dW}{dV}\cos\theta, \\ z = W - k\sin\sigma\cos\theta - \dfrac{dW}{dV}\sin\theta. \end{cases}$$

Es ist $W$ eine beliebige Function von $V$. Die letzte der vorstehenden Gleichungen differentiire man nach $V$, mit Rücksicht auf die Gleichungen 3) und 4) folgt,:

$$r''\sin\sigma\cos\theta = k\sin\sigma\cos\theta + \frac{dW}{dV}\sin\theta - \frac{d^2W}{dV^2},$$

oder:

$$7)\qquad (r'' - k)\sin\sigma = \frac{dW}{dV}\operatorname{tang}\theta - \frac{d^2W}{dV^2}\frac{1}{\cos\theta}.$$

Diese Gleichung nach $V$ differentiirt giebt, wegen 3),:

$$\frac{dr''}{dV}\sin\sigma = \left(\frac{dW}{dV} - \frac{d^3W}{dV^3}\right)\frac{1}{\cos\theta}.$$

Soll nun $r''$ von $v$, also auch von $V$ unabhängig sein, so verschwindet die linke Seite der vorstehenden Gleichung, es ist dann also:

$$\frac{dW}{dV} - \frac{d^3W}{dV^3} = 0,$$

oder:

$$8)\qquad W = C - Ae^{V} - Be^{-V}.$$

wo $C$, $A$ und $B$ Constanten sind. Setzt man aus 2):

$$9)\qquad \begin{cases} \operatorname{tang}\theta = \dfrac{e^{V+\int\cot\sigma ds} - e^{-V-\int\cot\sigma ds}}{2}, \\ \dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{e^{V+\int\cot\sigma ds} + e^{-V-\int\cot\sigma ds}}{2}, \end{cases}$$

so ist nach 7), 8) und 9) $r''$ durch folgende Gleichung bestimmt:

$$10) \qquad (r''-k)\sin\sigma = Ae^{-\int\cot\sigma\,ds} + Be^{\int\cot\sigma\,ds}.$$

Setzt man:

$$11) \qquad X = x + r''\cos a, \qquad Y = y + r''\cos b, \qquad Z = z + r''\cos c,$$

so ist $(X, Y, Z)$ der Mittelpunkt der Kugelfläche vom Radius $r''$, deren Enveloppe durch die Gleichungen 6), 8) und 9) bestimmt ist. Fügt man zu den bemerkten Gleichungen noch die Gleichung 10) hinzu, so sind die Coordinaten $X$, $Y$ und $Z$ aus 11) durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$12) \qquad \begin{cases} X\sin\varepsilon - Y\cos\varepsilon = \cot\sigma\left[Ae^{-\int\cot\sigma\,ds} + Be^{\int\cot\sigma\,ds}\right], \\ X\cos\varepsilon + Y\sin\varepsilon = Ae^{-\int\cot\sigma\,ds} - Be^{\int\cot\sigma\,ds}, \\ Z = C. \end{cases}$$

Es gehört der Punkt $(X, Y, Z)$ einer beliebigen planen Curve an.

Die erste Annahme des zweiten Falls der in VI betrachteten Flächen ist dort in den Gleichungen 32) und 33) enthalten. Diese Gleichungen sind folgende:

$$13) \qquad \begin{cases} x\sin\varepsilon - y\cos\varepsilon = 0, \\ x\cos\varepsilon + y\sin\varepsilon = -\cos\theta\dfrac{dW}{dV}, \\ z = W - \sin\theta\dfrac{dW}{dV}, \end{cases}$$

wo:

$$14) \qquad \cos\sigma = k\cos\varepsilon.$$

Es gelten für den Winkel $\theta$ wieder die Gleichungen 9). Für die in Rede stehenden Flächen ist auch das System $(u)$ aus Kreisen gebildet.

Für die zu bestimmenden Flächen sind also beide Systeme von Krümmungslinien Kreise. Hält man die Gleichungen 13) mit den Gleichungen 6) zusammen, so ist ohne weitere Rechnung ersichtlich, dass $W$ wieder durch die Gleichung 8) bestimmt ist, wenn $r''$ nur von $u$ abhängt. Für $X$, $Y$ und $Z$ gelten wieder die Gleichungen 12), an Stelle der Gleichung 10) tritt die folgende:

15) $$r'' \sin\sigma = Ae^{-\int \cot\sigma\, ds} + Be^{\int \cot\sigma\, ds}.$$

Zwischen den Winkeln $\sigma$ und $\varepsilon$ besteht die Gleichung 14). Setzt man:

$$\sin\sigma = \sqrt{1-k^2\cos^2\varepsilon},$$

also:

$$\int \cot\sigma\, ds = \log[\sqrt{1-k^2\cos^2\varepsilon} + k\sin\varepsilon],$$

so geben die Gleichungen 12), 14) und 15):

16) $$\begin{cases} X = \dfrac{A-B(1-k^2)}{\sqrt{1-k^2\cos^2\varepsilon}}\cos\varepsilon, \\ Y(1-k^2)+kA+kB(1-k^2) = \dfrac{A-B(1-k^2)}{\sqrt{1-k^2\cos^2\varepsilon}}\sin\varepsilon \\ Z = C. \end{cases}$$

$$r''(1-k^2) - A - B(1-k^2) = -k\frac{A-B(1-k^2)}{\sqrt{1-k^2\cos^2\varepsilon}}\sin\varepsilon.$$

Die beiden Gleichungen für $Y$ und $r''$ geben:

17) $$r'' + kY = A + B(1-k^2).$$

Durch Elimination von $\varepsilon$ zwischen den Gleichungen für $X$ und $Y$ erhält man:

18) $$X^2 + (1-k^2)\Big[Y + k\frac{A+B(1-k^2)}{1-k^2}\Big]^2 = \frac{[A-B(1-k^2)]^2}{1-k^2},$$

welche Gleichung eine Curve zweiten Grades, die einen Mittelpunkt hat, repräsentirt. Wenn $k = 1$, so hat man nach 14) $\sigma = \varepsilon$. An Stelle der Gleichungen 16), 17) und 18) treten die folgenden:

$$X = 2A\cot\varepsilon, \qquad Y + B = A(1-\cot^2\varepsilon), \qquad Z = C.$$

$$r'' + Y = 2A.$$

$$4A(Y+B-A) + X^2 = 0.$$

Die Curve, welche der Mittelpunkt der Kugelfläche beschreibt, ist eine Parabel. Die verschiedenen Flächen, welche der Bedingung 14)

genügen, sind bekanntlich in den Enveloppen einer Kugelfläche enthalten, die drei gegebene Kugelflächen berührt, welche Enveloppen von Dupin mit dem Namen „Cycliden" belegt worden sind*).

Zu allgemeineren Resultaten geben die Flächen von VI Veranlassung, für welche die dort bemerkte Gleichung 44), nämlich:

$$19) \qquad \cos\sigma = k\cos\gamma$$

gilt. Der besseren Uebersicht halber sollen die Gleichungen 45), 62), 67) und 69) von VI in folgenden Formen reproducirt werden:

$$20) \quad \begin{cases} x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = 0, \\ x\cos\lambda + y\cos\mu + z\cos\nu = (k\cos\nu + \sin\theta\sin\sigma)R_1\cos\tau + \cos\theta R_1\sin\tau, \\ x\cos l + y\cos m + z\cos n = (k\cos n - \cos\theta\sin\sigma)R_1\cos\tau + \sin\theta R_1\sin\tau, \end{cases}$$

Bedeutet $\psi$ eine Function von $v$, so ist:

$$21) \qquad R_1\sin\tau = \sqrt{1-k^2}\frac{dR_1\cos\tau}{d\psi}.$$

Für den Winkel $\theta$ bestehn die Gleichungen:

$$22) \quad \begin{cases} \sin\theta\cos\nu - \cos\theta\cos n = \sin\gamma\dfrac{-k\sin\gamma + \sin\sigma\sin(\psi - t)}{\sin\sigma - k\sin\gamma\sin(\psi - t)}, \\ \sin\theta\cos n + \cos\theta\cos\nu = \sin\gamma\dfrac{\cos(\psi - t).\sqrt{1-k^2}}{\sin\sigma - k\sin\gamma\sin(\psi - t)}. \end{cases}$$

Es hängt der Winkel $t$ nur von $s$ mittelst der Gleichung:

$$23) \qquad \frac{dt}{ds} = \frac{\cos\gamma\cos n}{\varrho\sin\sigma\sin^2\gamma}\sqrt{1-k^2}.$$

---

*) Diese Benennung findet sich in Dupin: »Applications de Géométrie et de Mechanique«. Paris 1822, p. 200, in dem Abschnitt« Propriétés des surfaces cyclides ainsi des courbes et des surfaces du second degré. Die Bestimmung der Krümmungslinien der Cyclide, welche von Dupin herrührt, hat zuerst Hachette in der »Correspondance sur l'École Polytechnique (t. I pag. 22—25, Paris 1808) mitgetheilt. Eine eigene Notiz von Dupin findet sich in der bemerkten Correspondance, t. II p. 420—425 (Paris 1813) u. d. T. »Mémoire sur la Sphère tangente à trois ou quatre autres«.

ab. Durch Differentiation einer der Gleichungen 22) nach $\psi$ folgt, da nach 19) $\sin^2\sigma - k^2\sin^2\gamma = 1-k^2$:

$$24) \qquad \frac{d\varrho}{d\psi} = \frac{\sqrt{1-k^2}}{\sin\sigma - k\sin\gamma\sin(\psi - t)}.$$

Aus den in IV aufgestellten Gleichungen 10) und 12) findet man leicht:

$$25) \qquad \begin{cases} \cos a\cos\alpha + \cos b\cos\beta + \cos c\cos\gamma = \cos\sigma, \\ \cos a\cos\lambda + \cos b\cos\mu + \cos c\cos\nu = -\sin\sigma\sin\theta, \\ \cos a\cos l + \cos b\cos m + \cos c\cos n = \sin\sigma\cos\theta. \end{cases}$$

$$26) \qquad \begin{cases} \cos a''\cos\lambda + \cos b''\cos\mu + \cos c''\cos\nu = \cos\theta, \\ \cos a''\cos l + \cos b''\cos m + \cos c''\cos n = \sin\theta. \end{cases}$$

Die zweite und dritte Gleichung 20) differentiire man nach $v$. Mit Rücksicht auf die beiden Gleichungen 26) folgt:

$$\sqrt{G}\cos\theta = (\cos\theta\sin\sigma R_1\cos\tau - \sin\theta R_1\sin\tau)\frac{d\theta}{dv} + (k\cos\nu + \sin\theta\sin\sigma)\frac{dR_1\cos\tau}{dv} + \cos\theta\frac{dR_1\sin\tau}{dv},$$

$$\sqrt{G}\sin\theta = (\sin\theta\sin\sigma R_1\cos\tau + \cos\theta R_1\sin\tau)\frac{d\theta}{dv} + (k\cos n - \cos\theta\sin\sigma)\frac{dR_1\cos\tau}{dv} + \sin\theta\frac{dR_1\sin\tau}{dv}.$$

Die erste der vorstehenden Gleichungen werde mit $\cos\theta$, die zweite mit $\sin\theta$ multiplicirt, die Summe der so erhaltenen Produkte führt auf:

$$\sqrt{G} = \sin\sigma R_1\cos\tau\frac{d\theta}{dv} + k(\cos\nu\cos\theta + \cos n\sin\theta)\frac{dR_1\cos\tau}{dv} + \frac{dR_1\sin\tau}{dv}.$$

Setzt man hierin nach 1):

$$\sqrt{G} = r''\sin\sigma\frac{d\theta}{dv},$$

führt darauf $\psi$ statt $v$ als unabhängige Variabele ein, so besteht für $r''$ die Gleichung:

$$r''\sin\sigma\frac{d\theta}{d\psi} = \sin\sigma R_1\cos\tau\frac{d\theta}{d\psi} + k(\cos\nu\cos\theta + \cos n\sin\theta)\frac{dR_1\cos\tau}{d\psi} + \frac{dR_1\sin\tau}{d\psi}.$$

Mit Hülfe der Gleichungen 21), 22) und 24) lässt sich die vorstehende Gleichung auf folgende Form bringen:

$$27) \qquad r'' \sin\sigma = \sin\sigma R_1 \cos\tau + k \sin\gamma \cos(\psi - t) \frac{dR_1 \cos\tau}{d\psi} + \left[\sin\sigma - k\sin\gamma \sin(\psi - t)\right] \frac{d^2 R_1 \cos\tau}{d\psi^2}.$$

Soll $r''$ unabhängig von $v$, also auch von $\psi$ sein, so erhält man durch Differentiation nach $\psi$:

$$0 = \left[\sin\sigma - k\sin\gamma \sin(\psi - t)\right]\left[\frac{dR_1 \cos\tau}{d\psi} + \frac{d^3 R_1 \cos\tau}{d\psi^3}\right],$$

d. i.

$$\frac{dR_1 \cos\tau}{d\psi} + \frac{d^3 R_1 \cos\tau}{d\psi^3} = 0.$$

Sind $A$, $B$ und $C$ Constanten, so folgt:

$$28) \qquad R_1 \cos\tau = A + B\cos\psi + C\sin\psi,$$

also nach 27):

$$29) \qquad r'' = A + \frac{-B\sin t + C\cos t}{\sin\sigma} k \sin\gamma.$$

Haben $X$, $Y$ und $Z$ wieder dieselben Bedeutungen, wie in den Gleichungen 11), so findet man aus den Gleichungen 20)—29):

$$30) \qquad \begin{cases} X\cos\alpha + Y\cos\beta + Z\cos\gamma = \cos\sigma\left[A + \dfrac{-B\sin t + C\cos t}{\sin\sigma} k\sin\gamma\right], \\ X\cos\lambda + Y\cos\mu + Z\cos\nu = Ak\cos\nu + B\dfrac{\cos n\cos t\sqrt{1-k^2} - \cos\nu\sin t\sin\sigma}{\sin\gamma} \\ \qquad\qquad + C\dfrac{\cos n\sin t\sqrt{1-k^2} + \cos\nu\cos t\sin\sigma}{\sin\gamma}, \\ X\cos l + Y\cos m + Z\cos n = Ak\cos n + B\dfrac{-\cos n\sin t\sin\sigma - \cos\nu\cos t\sqrt{1-k^2}}{\sin\gamma} \\ \qquad\qquad + C\dfrac{\cos n\cos t\sin\sigma - \cos\nu\sin t\sqrt{1-k^2}}{\sin\gamma}. \end{cases}$$

Bei der Herstellung dieser Gleichungen ist die Relation $\cos\sigma = k\cos\gamma$ in Betracht zu ziehn, diese Gleichung giebt nach $s$ differentiirt:

31) $$-\sin\sigma\frac{d\sigma}{ds} = \frac{k\cos\nu}{\varrho}.$$

Es ist ferner:

32) $$\frac{d\sin\gamma}{ds} = -\frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}\frac{d\cos\gamma}{ds} = -\frac{\cos\gamma\cos\nu}{\varrho\sin\gamma}.$$

Mit Rücksicht auf $\cos\sigma = k\cos\gamma$ erhält man aus 31) und 32):

33) $$d\frac{\sin\sigma}{\sin\gamma} = \frac{(1-k^2)\cos\nu\cos\gamma}{\varrho\sin\sigma\sin^3\gamma}, \quad d\frac{1}{\sin\gamma} = \frac{\cos\nu\cos\gamma}{\varrho\sin^3\gamma}.$$

Wird die Gleichung 29) nach $s$ differentiirt, und dann durch $\cos\sigma = k\cos\gamma$ dividirt, so folgt, unter Zuziehung der Gleichungen 31) und 32):

34) $$\frac{1}{\cos\sigma}\frac{dr''}{ds} = \frac{(B\sin t - C\cos t)\cos\nu.(1-k^2)}{\varrho\sin\gamma\sin^3\sigma} - \frac{(B\cos t + C\sin t)\cos n\sqrt{1-k^2}}{\varrho\sin\gamma\sin^3\sigma}.$$

Die Gleichungen 30) differentiire man nach $s$, wobei der Werth von $\frac{dt}{ds}$ durch 23) bestimmt ist. Wegen der Gleichungen 31)—34) erhält man das folgende, sehr einfache, System:

$$\frac{dX}{ds}\cos\alpha + \frac{dY}{ds}\cos\beta + \frac{dZ}{ds}\cos\gamma = \frac{1}{\cos\sigma}\frac{dr''}{ds},$$
$$\frac{dX}{ds}\cos\lambda + \frac{dY}{ds}\cos\mu + \frac{dZ}{ds}\cos\nu = 0,$$
$$\frac{dX}{ds}\cos l + \frac{dY}{ds}\cos m + \frac{dZ}{ds}\cos n = 0.$$

Diese Gleichungen geben:

35) $$\frac{\frac{dX}{ds}}{\cos\alpha} = \frac{\frac{dY}{ds}}{\cos\beta} = \frac{\frac{dZ}{ds}}{\cos\gamma} = \frac{\frac{dr''}{ds}}{\cos\sigma}$$

und hieraus:

$$\left(\frac{dr''}{ds}\right)^2 = \left[\left(\frac{dX}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dY}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dZ}{ds}\right)^2\right]\cos^2\sigma.$$

Zwischen $X$, $Y$, $Z$ und $r''$ leitet man aus 29) und 30) folgende Gleichung ab:

36) $$X^2 + Y^2 + Z^2 = r''^2 + (1-k^2)(B^2 + C^2 - A^2).$$

Die vorhergehenden Resultate erfordern eine Modification für den Fall $k = 1$, oder $\sigma = \gamma$. Es sind dann die Gleichungen 76), 77) und 79) von VI zu nehmen, welche Gleichungen sich auf folgende Weise darstellen lassen:

37) $$\begin{cases} x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = 0, \\ x\cos\lambda + y\cos\mu + z\cos\nu = (\cos\nu + \sin\theta\sin\gamma)R_1\cos\tau - \cos\theta\dfrac{dR_1\cos\tau}{dV}, \\ x\cos l + y\cos m + z\cos n = (\cos n - \cos\theta\sin\gamma)R_1\cos\tau - \sin\theta\dfrac{dR_1\cos\tau}{dV}. \end{cases}$$

Es ist der Winkel $\theta$ durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

38) $$\begin{cases} \sin\theta = \dfrac{-\left[(V+M)^2\sin^2\gamma - 1\right]\dfrac{\cos\nu}{\sin\gamma} + 2(V+M)\cos n}{(V+M)^2\sin^2\gamma + 1}, \\ \cos\theta = \dfrac{\left[(V+M)^2\sin^2\gamma - 1\right]\dfrac{\cos n}{\sin\gamma} + 2(V+M)\cos\nu}{(V+M)^2\sin^2\gamma + 1}. \end{cases}$$

Es bedeutet $V$ eine beliebige Function von $v$, $M$ ist nur von $s$ abhängig mittelst der Gleichung:

39) $$\frac{dM}{ds} = \frac{\cos n\cos\gamma}{\varrho\sin^3\gamma}.$$

Für die Gleichungen 37) gelten wieder die Gleichungen 25) und 26). Wird die zweite und dritte Gleichung von 37) nach $v$ differentiirt, so folgt, mit Rücksicht auf die Gleichungen 26),:

$$\sqrt{G}\cos\theta = \left(\cos\theta\sin\gamma R_1\cos\tau + \sin\theta\frac{dR_1\cos\tau}{dV}\right)\frac{d\theta}{dv}$$
$$+(\cos\nu + \sin\theta\sin\gamma)\frac{dR_1\cos\tau}{dV}\frac{dV}{dv} - \cos\theta\frac{d^2R_1\cos\tau}{dV^2}\frac{dV}{dv},$$
$$\sqrt{G}\sin\theta = \left(\sin\theta\sin\gamma R_1\cos\tau - \cos\theta\frac{dR_1\cos\tau}{dV}\right)\frac{d\theta}{dv}$$
$$+(\cos n - \cos\theta\sin\gamma)\frac{dR_1\cos\tau}{dV}\frac{dV}{dv} - \sin\theta\frac{d^2R_1\cos\tau}{dV^2}\frac{dV}{dv}.$$

Die beiden vorstehenden Gleichungen respective mit $\cos\theta$ und $\sin\theta$ multiplicirt und addirt geben:

40) $$\sqrt{G} = \sin\gamma R_1\cos\tau\frac{d\theta}{dv} + (\cos\nu\cos\theta + \cos n\sin\theta)\frac{dR_1\cos\tau}{dV}\frac{dV}{dv}$$
$$-\frac{d^2R_1\cos\tau}{dV^2}\frac{dV}{dv}.$$

Für $\sigma = \gamma$ giebt die Gleichung 1):

$$\sqrt{G} = r''\sin\gamma\frac{d\theta}{dv}.$$

Dieser Werth von $\sqrt{G}$ werde in die Gleichung 40) substituirt und $V$ statt $v$ zur unabhängigen Variabeln genommen. Es ist dann $r''$ durch folgende Gleichung bestimmt:

$$r''\sin\gamma\frac{d\theta}{dV} = \sin\gamma R_1\cos\tau\frac{d\theta}{dV} + (\cos\nu\cos\theta + \cos n\sin\theta)\frac{dR_1\cos\tau}{dV} - \frac{d^2R_1\cos\tau}{dV^2}.$$

Durch Einführung des Werthes von $\theta$ mittelst der Gleichungen 38) folgt endlich:

41) $$r''\sin\gamma = \sin\gamma R_1\cos\tau - (V+M)\sin\gamma\frac{dR_1\cos\tau}{dV}$$
$$+\frac{(V+M)^2\sin^2\gamma + 1}{2\sin\gamma}\frac{d^2R_1\cos\tau}{dV^2}.$$

Die Bedingung, dass $r''$ von $v$ oder $V$ unabhängig ist, wird ausgedrückt durch:

$$\frac{d^3R_1\cos\tau}{dV^3} = 0.$$

Hieraus folgt:

$$42) \qquad R_1 \cos\tau = A + 2BV + CV^2.$$

Die Gleichung 41) wird nach 42):

$$43) \qquad r'' = A - 2BM + CM^2 + \frac{C}{\sin^2\gamma}.$$

Haben $X$, $Y$ und $Z$ dieselben Bedeutungen wie in 11), setzt man $\sigma = \gamma$, so findet man mittelst der Gleichungen 25), 37), 38), 42) und 43):

$$44) \quad \begin{cases} X\cos\alpha + Y\cos\beta + Z\cos\gamma = \cos\gamma\left(A - 2BM + CM^2 + \frac{C}{\sin^2\gamma}\right), \\ X\cos\lambda + Y\cos\mu + Z\cos\nu = A\cos\nu + 2B\left(-M\cos\nu + \frac{\cos n}{\sin\gamma}\right) \\ \qquad + C\left[\frac{-2M\cos n}{\sin\gamma} + \left(M^2 - \frac{1}{\sin^2\gamma}\right)\cos\nu\right], \\ X\cos l + Y\cos m + Z\cos n = A\cos n + 2B\left(-M\cos n - \frac{\cos\nu}{\sin\gamma}\right) \\ \qquad + C\left[\frac{2M\cos\nu}{\sin\gamma} + \left(M^2 - \frac{1}{\sin^2\gamma}\right)\cos n\right]. \end{cases}$$

Durch Differentiation nach $s$ erhält man aus den Gleichungen 39) und 43):

$$45) \qquad \frac{1}{\cos\gamma}\frac{dr''}{ds} = \frac{2(-B + CM)\cos n}{\varrho\sin^3\gamma} + \frac{2C\cos\nu}{\varrho\sin^4\gamma}.$$

Werden die Gleichungen 44) nach $s$ differentiirt, so folgt nach 39) und 44):

$$\frac{dX}{ds}\cos\alpha + \frac{dY}{ds}\cos\beta + \frac{dZ}{ds}\cos\gamma = \frac{1}{\cos\gamma}\frac{dr''}{ds},$$
$$\frac{dX}{ds}\cos\lambda + \frac{dY}{ds}\cos\mu + \frac{dZ}{ds}\cos\nu = 0,$$
$$\frac{dX}{ds}\cos l + \frac{dY}{ds}\cos m + \frac{dZ}{ds}\cos n = 0.$$

Die vorstehenden Gleichungen lassen sich ersetzen durch:

46)
$$\frac{\frac{dX}{ds}}{\cos\alpha} = \frac{\frac{dY}{ds}}{\cos\beta} = \frac{\frac{dZ}{ds}}{\cos\gamma} = \frac{\frac{dr''}{ds}}{\cos\gamma}.$$

Es ist also:

$$\left(\frac{dr''}{ds}\right)^2 = \left[\left(\frac{dX}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dY}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dZ}{ds}\right)^2\right]\cos^2\gamma.$$

Die Summe der Quadrate der Gleichungen 44) liefert, wegen des Werthes von $r''$, die Relation:

47)
$$X^2 + Y^2 + Z^2 = r''^2 + 4(B^2 - AC).$$

Die Gleichungen 46) und 47) können als besondere Fälle der Gleichungen 35) und 36) angesehn werden, wenn $\sigma = \gamma$ genommen wird, die in 36) und 47) auftretenden Constanten sind keiner Beschränkung unterworfen. Nach 11) und 25) ist:

48)
$$\begin{aligned}&(x - X)^2 + (y - Y)^2 + (z - Z)^2 = r''^2,\\ &(x - X)\cos\alpha + (y - Y)\cos\beta + (z - Z)\cos\gamma = -r''\cos\sigma.\end{aligned}$$

Wegen der Gleichungen 35) kann man $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ als die Winkel ansehn, welche die Tangente zur Curve der Mittelpunkte der enveloppirten Kugelflächen mit den Coordinatenaxen einschliesst. Wird statt $s$ eine Function von $s$ als unabhängige Variabele eingeführt, die nachher wieder einfach durch $s$ bezeichnet werden möge, so kann man in den Gleichungen 48) $X = \xi$, $Y = \eta$, $Z = \zeta$ setzen, wo $\xi$, $\eta$, $\zeta$ dieselben Bedeutungen, wie in den Gleichungen 16) und 17) von III haben, vertauscht man noch $r''$ mit $S$, so gelten für die oben betrachteten Fälle wieder die Gleichungen 19) von III.

## XI.

## Ausdehnung der Transformation durch reciproke Radii vectores. Anwendung auf die Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien, deren Kugelflächen die betreffenden Flächen orthogonal schneiden.

Bei der in VIII dargestellten Transformation durch reciproke Radii vectores entsprechen sich zwei Punkte $P$ und $P_1$ zweier geometrischen Gebilde $S$ und $S_1$ derart, dass die beiden Punkte $P$ und $P_1$ mit einem festen Punkte $O$ auf einer Geraden liegen und ihre Distanzen durch die Relation $OP.OP_1 = g^2$ verbunden sind, wo $g$ eine Constante bedeutet. Man kann statt eines festen Punktes $O$ zwei feste Punkte $O$ und $\Pi$ nehmen und die Punkte $P$ und $P_1$ sich so entsprechen lassen, dass die Verbindungslinien $OP_1$ und $\Pi P$ parallel sind und die Gleichung $OP_1.\Pi P = g^2$ besteht, wo wieder $g$ eine Constante ist. Für die in VIII ausgeführten analytischen Rechnungen ist es ohne Belang, ob in Beziehung auf einen festen Punkt, oder zwei feste Punkte, die Transformation einer Fläche $S$ in eine Fläche $S_1$ ausgeführt wird. Es werde nun der Punkt $\Pi$ und die Quantität $g$ variabel angenommen, und zwar unter den folgenden Bedingungen. Für eine bestimmte Curve $K$ möge der Punkt $\Pi$ eine bestimmte Lage und $g$ einen bestimmten Werth haben. Die Transformation der Curve $K$ in eine Curve $K_1$ geschieht dann auf die oben bemerkte Weise in Beziehung auf die Punkte $O$ und $\Pi$. Die Curve $K$ liege auf einer Fläche und gehöre einem bestimmten System an, für welches von den beiden Variabeln $u$ und $v$ nur $u$ variire. Da im Folgenden nur von Krümmungslinien die Rede ist, so sei $K$ einfach eine Linie des Systems $(u)$. Einem bestimmten Werthe $u = u_0$ entspricht eine bestimmte Curve $K_0$, ferner ein bestimmter Punkt $\Pi_0$ und ein Werth $g_0$ von $g$. Lässt man $u$ variiren, so nimmt der Punkt $\Pi$ verschiedene Lagen an, die eine Curve $\Gamma$ bilden, ebenso nimmt $g$ eine Reihe von Werthen an, die von $u$ abhängen. Werden alle Krümmungslinien der Fläche $S$ transformirt, oder einfacher die Fläche $S_1$ in Beziehung

auf eine Curve $\Gamma$ und einen variabelen Radius der Transformation, definirt durch die Gleichung:

$$OP_1 . \Pi P = U,$$

so ergiebt eine, weiter unten ausgeführte Untersuchung, folgendes

Theorem:

Entsprechen bei der angegebenen Transformation den Krümmungslinien der Fläche $S$ auf $S_1$ ebenfalls Krümmungslinien, so ist das System $(v)$ der Krümmungslinien auf der Fläche $S$ sphärisch und die Kugelflächen des Systems schneiden die Fläche $S$ orthogonal. Auf der Fläche $S_1$ ist dann das System $(v)$ sphärisch oder plan, die osculatorischen Kugelflächen oder die Krümmungsebenen des Systems schneiden die Fläche $S_1$ ebenfalls orthogonal.

Da man in der Rechnung mehrere Functionen von $u$ hat, so lässt sich zwischen denselben, wie weiter unten gezeigt ist, eine derartige Verbindung herstellen, dass die sphärischen Krümmungslinien von $S$, deren Kugelflächen die Fläche $S$ orthogonal schneiden, auf der Fläche $S_1$ in ebene Curven übergehen. Ist die Fläche $S_1$ bekannt, so lässt sich aus derselben umgekehrt sehr leicht die Fläche $S$ deduciren. Wegen seiner Einfachheit und der Möglichkeit alle Rechnungen durchführen zu können, verdient dieser Fall von Flächen mit einem Systeme sphärischer Krümmungslinien eine besondere Darstellung.

Die Coordinaten $\xi$, $\eta$, $\zeta$ eines Punktes $\Pi$ einer Curve doppelter Krümmung seien Functionen einer Variabeln $u$, oder von $s$, wo $s$ von $u$ abhängig ist und $ds$ das Bogenelement der Curve bezeichnet. Der Einfachheit halber werde der Punkt $O$ zum Anfangspunkt der Coordinaten genommen. Bezeichnet $U$ eine Function von $u$, so entspreche der Punkt $(x_1, y_1, z_1)$ einer Fläche $S_1$ dem Punkte $(x, y, z)$ einer Fläche $S$ durch folgende Gleichungen:

$$1) \qquad x_1 = U\frac{x-\xi}{N}, \quad y_1 = U\frac{y-\eta}{N}, \quad z_1 = U\frac{z-\zeta}{N},$$

wo:

$$2) \qquad N = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2.$$

Zur Abkürzung setze man ähnlich wie in VIII:

$$3)\quad \begin{cases} (x-\xi)\cos a + (y-\eta)\cos b + (z-\zeta)\cos c = Q, \\ (x-\xi)\cos a' + (y-\eta)\cos b' + (z-\zeta)\cos c' = Q', \\ (x-\xi)\cos a'' + (y-\eta)\cos b'' + (z-\zeta)\cos c'' = Q'', \\ Q^2 + Q'^2 + Q''^2 = N. \end{cases}$$

Die letzte der Gleichungen 3) ist natürlich wieder mit der Gleichung 2) identisch. Wendet man die Gleichungen von II an, so geben die Gleichungen 1) nach $v$ differentiirt:

$$4)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dv} = \left(\cos a'' - 2\frac{x-\xi}{N}Q''\right)\frac{U\sqrt{G}}{N}, \\ \frac{dy_1}{dv} = \left(\cos b'' - 2\frac{y-\eta}{N}Q''\right)\frac{U\sqrt{G}}{N}, \\ \frac{dz_1}{dv} = \left(\cos c'' - 2\frac{z-\zeta}{N}Q''\right)\frac{U\sqrt{G}}{N}. \end{cases}$$

Zur Vereinfachung der folgenden Formeln setze man:

$$5)\quad \frac{d\xi}{du} = \xi', \quad \frac{d\eta}{du} = \eta', \quad \frac{d\zeta}{du} = \zeta', \quad \frac{dU}{du} = U'.$$

Die Gleichungen 1) nach $u$ differentiirt geben:

$$6)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{du} = \left(\cos a' - 2\frac{x-\xi}{N}Q'\right)\frac{U\sqrt{E}}{N} \\ \quad + \left[U' + 2U\frac{(x-\xi)\xi' + (y-\eta)\eta' + (z-\zeta)\zeta'}{N}\right]\frac{x-\xi}{N} - \frac{U\xi'}{N}, \\ \frac{dy_1}{du} = \left(\cos b' - 2\frac{y-\eta}{N}Q'\right)\frac{U\sqrt{E}}{N} \\ \quad + \left[U' + 2U\frac{(x-\xi)\xi' + (y-\eta)\eta' + (z-\zeta)\zeta'}{N}\right]\frac{y-\eta}{N} - \frac{U\eta'}{N}, \\ \frac{dz_1}{du} = \left(\cos c' - 2\frac{z-\zeta}{N}Q'\right)\frac{U\sqrt{E}}{N} \\ \quad + \left[U' + 2U\frac{(x-\xi)\xi' + (y-\eta)\eta' + (z-\zeta)\zeta'}{N}\right]\frac{z-\zeta}{N} - \frac{U\zeta'}{N}. \end{cases}$$

Sollen für die Fläche $S_1$ wieder $u$ und $v$ die Argumente der Krümmungslinien sein, so hat man wegen der Orthogonalität dieser Curven:

$$7) \qquad \frac{dx_1}{du}\frac{dx_1}{dv}+\frac{dy_1}{du}\frac{dy_1}{dv}+\frac{dz_1}{du}\frac{dz_1}{dv}=0.$$

Wegen der Gleichungen 5) und 6) reducirt sich die vorstehende Bedingung auf:

$$8) \qquad U(\xi'\cos a''+\eta'\cos b''+\zeta'\cos c'')+U'Q''=0.$$

Setzt man:

$$\left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2+\left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2+\left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2=G_1,$$

so geben die Gleichungen 4):

$$9) \qquad \sqrt{G_1}=\frac{U\sqrt{G}}{N}.$$

Die erste Gleichung 4) lässt sich nach 9) schreiben:

$$\frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dx_1}{dv}=\cos a''-2\frac{x-\xi}{N}Q''.$$

Diese Gleichung werde nach $u$ differentiirt, wegen des Ausdrucks für $\frac{dx_1}{du}$ aus 6) lässt sich der bemerkte Differentialquotient auf folgende Form bringen:

$$d\frac{\frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dx_1}{dv}}{du}=-\frac{2Q''}{U}\frac{dx_1}{du}+\left(\cos a'-2\frac{x-\xi}{N}Q'\right)\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{E}}{dv}$$
$$+\left[U(\xi'\cos a''+\eta'\cos b''+\zeta'\cos c'')+U'Q''\right]2\frac{x-\xi}{UN}.$$

Wegen der Gleichung 8) reducirt sich die vorstehende Gleichung auf:

$$d\frac{\frac{1}{\sqrt{G_1}}\frac{dx_1}{dv}}{du}=-\frac{2Q''}{U}\frac{dx_1}{du}+\left(\cos a'-2\frac{x-\xi}{N}Q'\right)\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{E}}{dv}.$$

Sind aber $u$ und $v$ die Argumente der Krümmungslinien, so ist die rechte Seite der vorstehenden Gleichung durch $\frac{dx_1}{du}$ theilbar. Hieraus folgt, dass

$$\cos a' - 2\frac{x-\xi}{N}Q'$$

proportional zu $\frac{dx_1}{du}$ sein muss. Dann ist auch, wegen der ersten Gleichung 6):

$$\left[U' + 2U\frac{(x-\xi)\xi' + (y-\eta)\eta' + (z-\zeta)\zeta'}{N}\right]\frac{x-\xi}{N} - \frac{U\xi'}{N}$$

proportional zu $\frac{dx_1}{du}$, also auch proportional zu:

$$\cos a' - 2\frac{x-\xi}{N}Q'.$$

Bezeichnet $A$ eine Unbestimmte, so lassen sich die folgenden Gleichungen aufstellen:

$$\begin{aligned}
(U' + 2U\Psi)(x-\xi) - U\xi' &= A\left(\cos a' - 2\frac{x-\xi}{N}Q'\right),\\
(U' + 2U\Psi)(y-\eta) - U\eta' &= A\left(\cos b' - 2\frac{y-\eta}{N}Q'\right),\\
(U' + 2U\Psi)(z-\zeta) - U\zeta' &= A\left(\cos c' - 2\frac{z-\zeta}{N}Q'\right),
\end{aligned} \qquad 10)$$

wo zur Abkürzung:

$$\Psi = \frac{(x-\xi)\xi' + (y-\eta)\eta' + (z-\zeta)\zeta'}{N} \qquad 11)$$

gesetzt ist. Die Gleichungen 10) multiplicire man respective mit $\cos a$, $\cos b$ und $\cos c$, bilde darauf die Summe der Producte. Analog verfahre man mit den Factoren $x-\xi$, $y-\eta$, $z-\zeta$. Es ergeben sich dann die beiden folgenden Gleichungen, in denen die Bezeichnungen der Gleichungen 3) und 11) angewandt sind,:

$$(U'+2U\Psi)\,Q - U(\xi'\cos a+\eta'\cos b+\zeta'\cos c) = -A\frac{2QQ'}{N}$$
$$(U'+2U\Psi)\,N - UN\Psi = -AQ'.$$

Eliminirt man $A$ zwischen diesen beiden Gleichungen, so fällt auch $\Psi$ weg, es bleibt einfach:

12) $$U(\xi'\cos a+\eta'\cos b+\zeta'\cos c)+U'Q=0.$$

Die Gleichung 8) folgt auch durch Differentiation der Gleichung 12) nach $v$. Die Gleichung 8) weiter nach $v$ differentiirt giebt, wegen 12):

13) $$-\left[U(\xi'\cos a'+\eta'\cos b'+\zeta'\cos c')+U'Q'\right]\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}+U'\sqrt{G}=0.$$

Man setze zur Vereinfachung:

14) $$\frac{1}{\sqrt{E}\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du}=\frac{1}{R_2}.$$

Aus der Gleichung 13) folgt dann:

15) $$U(\xi'\cos a'+\eta'\cos b'+\zeta'\cos c')+U'Q'=U'R_2.$$

Wird die Gleichung 12) nach $v$ differentiirt, so ergiebt sich mit Hülfe der Gleichung 8) einfach:

$$\frac{dR_2}{dv}=0,$$

d. h. es hängt $R_2$ nur von $u$ ab. Nimmt man in den Gleichungen 1) und 5) von IX, $\cos\sigma=0$, $\sin\sigma=1$, also $p_2=0$ und $q_2=R_2$, so erhält man wieder die Gleichung 14). Die in der Gleichung 12) enthaltene Bedingung drückt also geometrisch aus, dass das System der Krümmungslinien ($v$) der Fläche $S$ sphärisch ist und die Kugelflächen dieses Systems die Fläche $S$ orthogonal schneiden.

Die Gleichungen 12), 15) und 8) bringe man auf folgende Formen:

16)
$$U'Q = -U(\xi'\cos a+\eta'\cos b+\zeta'\cos c),$$
$$U'(Q'-R_2) = -U(\xi'\cos a'+\eta'\cos b'+\zeta'\cos c'),$$
$$U'Q'' = -U(\xi'\cos a''+\eta'\cos b''+\zeta'\cos c'').$$

Die vorstehenden Gleichungen respective mit $Q$, $Q'$ und $Q''$ multiplicirt und addirt geben nach 2) und 3):

17) $$U'(N-Q'R_2) = -U[(x-\xi)\xi'+(y-\eta)\eta'+(z-\zeta)\zeta'].$$

Aus der Summe der Quadrate der Gleichungen 16) folgt:

$$U'^2(N-2Q'R_2+R_2^2) = U^2(\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2)$$

oder:

18) $$N-2Q'R_2 = U^2\frac{\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2}{U'^2}-R_2^2.$$

Wird $E_1$ durch die Gleichung:

$$E_1 = \left(\frac{dx_1}{du}\right)^2+\left(\frac{dy_1}{du}\right)^2+\left(\frac{dz_1}{du}\right)^2$$

definirt, stellt man mittelst der Gleichungen 6) den Werth von $E_1$ auf, so lässt sich derselbe, wegen der Gleichungen 15), 17) und 18) wie folgt schreiben:

$$E_1 = \left(\frac{U\sqrt{E}-U'R_2}{N}\right)^2,$$

oder:

19) $$\sqrt{E_1} = \frac{U\sqrt{E}-U'R_2}{N}.$$

Die Gleichung 9) werde nach $u$ differentiirt, in dem erhaltenen Resultate setze man aus 14):

$$\frac{d\sqrt{G}}{du} = \frac{\sqrt{EG}}{R_2}$$

ein, ferner wende man die Gleichung 17) an, dann folgt:

$$\frac{d\sqrt{G_1}}{du} = \sqrt{G}\,\frac{U\sqrt{E}-U'R_2}{N^2}\cdot\frac{N-2Q'R_2}{R_2}.$$

Wird diese Gleichung durch das Product der Gleichungen 9) und 19) dividirt, so ist weiter:

$$\frac{1}{\sqrt{E_1 G_1}} \frac{d\sqrt{G_1}}{du} = \frac{N - 2Q'R_2}{UR_2}$$

oder nach 18):

20) $$\frac{1}{\sqrt{E_1 G_1}} \frac{d\sqrt{G_1}}{du} = \left[U^2 \frac{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}{U'^2} - R_2^2\right] \frac{1}{UR_2}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist nur von $u$ abhängig, das System der Krümmungslinien $(v)$ ist also für die Fläche $S_1$ sphärisch; die Kugelflächen gehn in Ebenen über, wenn zwischen $U$ und $R_2$ die Gleichung:

21) $$U^2 \frac{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}{U'^2} = R_2^2$$

angenommen wird, welche Gleichung immer möglich ist, da die Function $U$ in den Gleichungen 1) keiner Beschränkung unterworfen ist. Die Gleichungen 1) respective mit $\xi'$, $\eta'$, $\zeta'$ multiplicirt und addirt geben nach 17):

22) $$x_1 \xi' + y_1 \eta' + z_1 \zeta' = \frac{Q'R_2 - N}{N} U'.$$

Findet aber die Gleichung 21) statt, so giebt die Gleichung 18) $N = 2Q'R_2$, die Gleichung 22) wird hierdurch:

23) $$x_1 \xi' + y_1 \eta' + z_1 \zeta' = -\frac{1}{2} U'.$$

Bezeichnet man durch $ds$ das Bogenelement der Curve, welcher der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ angehört, so kann man $u$ als Function von $s$ ansehn, folglich auch $U$ und $R_2$. Die Gleichung 21) giebt dann:

24) $$\left(\frac{dU}{ds}\right)^2 = \left(\frac{U}{R_2}\right)^2.$$

Nach den in I gebrauchten Bezeichnungen lässt sich die Gleichung 23) schreiben:

$$x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta + z_1 \cos\gamma = -\frac{1}{2} \frac{dU}{ds}.$$

Setzt man hierin:

$$25) \qquad -\frac{1}{2}\frac{dU}{ds} = \Omega,$$

so ist:

$$26) \qquad x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta + z_1 \cos\gamma = \Omega.$$

Dieses ist die Gleichung der Ebene einer planen Krümmungslinie $(v)$ der Fläche $S_1$, welche Ebene gleichzeitig die Normale zur Fläche $S_1$ im Punkte $(x_1, y_1, z_1)$ enthält. Zu Folge der Gleichung 21) reducirt sich nämlich die Gleichung 20) auf:

$$\frac{d\sqrt{G_1}}{du} = 0.$$

Die Combination der Gleichungen 24) und 25) giebt:

$$U^2 = (2R_2\Omega)^2.$$

Man nehme hieraus:

$$27) \qquad U = 2R_2\Omega.$$

Für den vorstehenden Werth von $U$ erhält man aus den Gleichungen 1) die folgenden Gleichungen zur Bestimmung von $x$, $y$ und $z$:

$$28) \qquad \begin{cases} x = \xi + 2R_2\Omega\dfrac{x_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}, \\ y = \eta + 2R_2\Omega\dfrac{y_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}, \\ z = \zeta + 2R_2\Omega\dfrac{z_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2}. \end{cases}$$

Die Gleichung 26) fällt mit der ersten der in IV B aufgestellten Gleichungen 44) zusammen, wenn dort $x$, $y$ und $z$ durch $x_1$, $y_1$ und $z_1$ ersetzt werden. Man hat also nur nöthig in den Resultaten von IV B $x$, $y$, $z$ durch $x_1$, $y_1$, $z_1$ zu ersetzen, darauf die Werthe von $x_1$, $y_1$, $z_1$ zu entwickeln und dieselben in die Gleichungen 28) zu substituiren. Man erhält dann direct die Gleichungen für $x, y$ und $z$. Für $\sigma = \frac{\pi}{2}$ ist

in den Gleichungen 3) von IX $p_2 = 0$ und $q_2 = R_2$. Die bemerkten Gleichungen werden dann einfacher:

29) $$\xi_2^* = x - R_2 \cos a', \quad \eta_2^* = y - R_2 \cos b', \quad \zeta_2^* = z - R_2 \cos c'.$$

Es bleibt noch übrig die Curve der Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien zu bestimmen. Substituirt man in den Gleichungen 16) die Werthe von $Q$, $Q'$ und $Q''$, so werden dieselben:

$$[(x-\xi)U' + U\xi'] \cos a + [(y-\eta)U' + U\eta'] \cos b + [(z-\zeta)U' + U\zeta'] \cos c = 0,$$
$$[(x-\xi)U' + U\xi'] \cos a' + [(y-\eta)U' + U\eta'] \cos b' + [(z-\zeta)U' + U\zeta'] \cos c' = U'R_2,$$
$$[(x-\xi)U' + U\xi'] \cos a'' + [(y-\eta)U' + U\eta'] \cos b'' + [(z-\zeta)U' + U\zeta'] \cos c'' = 0.$$

In diesen Gleichungen sehe man $(x-\xi)U' + U\xi'$ etc. als Unbekannte an. Es ergeben sich dann für dieselben folgende Werthe:

$$(x-\xi)U' + U\xi' = U'R_2 \cos a', \quad (y-\eta)U' + U\eta' = U'R_2 \cos b',$$
$$(z-\zeta)U' + U\zeta' = U'R_2 \cos c'.$$

Diese Gleichungen mit den Gleichungen 29) verbunden geben:

30) $$\xi_2^* = \xi - \frac{U\xi'}{U'}, \quad \eta_2^* = \eta - \frac{U\eta'}{U'}, \quad \zeta_2^* = \zeta - \frac{U\zeta'}{U'}.$$

Man nehme wieder $s$ als unabhängige Variabele, setze aus 25) und 27):

$$U = -R_2 \frac{dU}{ds}.$$

Die Gleichungen 30) werden hierdurch:

31) $$\xi_2^* = \xi + R_2 \frac{d\xi}{ds}, \quad \eta_2^* = \eta + R_2 \frac{d\eta}{ds}, \quad \zeta_2^* = \zeta + R_2 \frac{d\zeta}{ds}.$$

Der Punkt $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ liegt folglich auf der Tangentenfläche der Curve $\Gamma$, welche zur Transformation der Fläche $S$ in die Fläche $S_1$ dient. Die zu Ende des Abschnitts IX gemachten Bemerkungen finden eine Illustration in den Entwickelungen dieses Abschnitts, dass die Mittelpunktscurve der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien für die analytischen Bemerkungen nicht die einfachsten Verhältnisse giebt.

Mittelst der vorhergehenden Entwickelungen, oder einfacher mit Hülfe der Relationen 10), lassen sich die Gleichungen 6) durch folgendes einfachere System ersetzen:

$$32)\qquad \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dx_1}{du} = \cos a' - 2\frac{x-\xi}{N}Q', \\ \frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dy_1}{du} = \cos b' - 2\frac{y-\eta}{N}Q', \\ \frac{1}{\sqrt{E_1}}\frac{dz_1}{du} = \cos c' - 2\frac{z-\zeta}{N}Q', \end{cases}$$

wo $\sqrt{E_1}$ durch die Gleichung 19) bestimmt ist. Die Gleichungen 4), 9) und 32) zeigen, dass für die transformirte Fläche $S_1$ die Richtungen der Normalen und der Tangenten zu den Hauptschnitten genau durch dieselben Formeln wie bei der Transformation durch reciproke Radii vectores bestimmt sind. Man hat in den Gleichungen 10), 12) und 13) von VIII nur $x_0$, $y_0$, $z_0$ respective durch $\xi$, $\eta$, $\zeta$ zu ersetzen. Sind $r_1'$ und $r''_1$ die Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche $S_1$ im Punkte $(x_1, y_1, z_1)$, so findet man, durch ähnliche Rechnungen wie in VIII:

$$\left(\frac{U}{r'_1}+2Q\right)\left(\sqrt{E}-\frac{R_2 U'}{U}\right)+\frac{N\sqrt{E}}{r'}=0, \quad -\frac{U}{r''_1}=\frac{N}{r''}+2Q.$$

## XII.

## Flächen, für welche ein System von Krümmungslinien sphärisch ist.

### A. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer Curve doppelter Krümmung.

Die Lösung des Problems, die Coordinaten eines Punktes einer Fläche mit einem Systeme sphärischer Krümmungslinien, in Function zweier Variabelen darzustellen, lässt sich auf analoge Weise durchführen, wie bei den Flächen mit einem Systeme planer Krümmungslinien. Das Problem für plane Krümmungslinien ist indessen, in analytischer Be-

ziehung, viel einfacher, wie für die entsprechenden sphärischen Curven. In der Einleitung zu dieser Abhandlung ist schon erwähnt, dass Hr. Bonnet im vierten Theile seines „Mémoire", welches den Titel trägt: „Sur les surfaces dont les lignes de l'une des courbures sont sphériques" (Journal de l'École Polytechnique t. XX p. 277—306) sich auf zwei besondere Fälle beschränkt hat. Die allgemeinere Lösung ist von Hn. Serret angebahnt, wenn auch unvollständig durchgeführt worden (Comptes Rendus, 1856. t. XLII pag. 109—110 und 190—194). Die Resultate des Hn. Serret basiren auf der Integration einer Differentialgleichung dritter Ordnung, welche Integration drei Parameter involvirt, wobei a priori bekannt ist, dass die Lösung des geometrischen Problems nur zwei arbiträre Constanten erfordert. Die vorkommenden Parameter sind keine absoluten Constanten, sondern Functionen einer Variabeln. Es ist einleuchtend, dass die bemerkte Bedingung die Aufstellung einer Relation zwischen den drei Parametern erfordert. Um die Lösung des Problems möglichst zu vereinfachen, hat Hr. Serret, gleich bei einer ersten Integration, welche die Differentialgleichung gestattet, die auftretende Constante annullirt. Hierdurch ist es dann gekommen, dass die von Hn. Serret schliesslich gegebene Lösung, an Stelle zweier Functionen einer Variabelen, eigentlich nur noch die Variabele enthält. Die vollständige Behandlung der Differentialgleichung dritter Ordnung ist zuerst in den „Nachrichten v. d. K. G. d. W." (Göttingen, 1872) durchgeführt worden. Die dabei gefundenen Resultate bilden einen Theil des vorliegenden Abschnitts, zu dessen Vorarbeiten sie gedient haben.

Die oben erwähnte Arbeit des Hn. Serret enthält mehrere ungemein scharfsinnige Bemerkungen dieses ausgezeichneten Analytikers über die Integration eines besondern Systems simultaner Differentialgleichungen. Diese Bemerkungen haben später eine Verallgemeinerung erfahren in Bonnet: „Note sur l'intégration d'une certaine classe d'équations différentielles simultanées" (Comptes Rendus, 1861. T. LIII pag. 971—974). Die Verallgemeinerung des Hn. Bonnet besteht darin, $p$ Functionen $x, y, z, \ldots t, u, v$ zu bestimmen, welche den $p-1$ Differentialgleichungen:

$$\frac{dx}{x-a} = \frac{dy}{y-b} = \frac{dz}{z-c} = \ldots = \frac{dt}{t-l} = \frac{du}{u-m} = \frac{dv}{v-n}$$

und der endlichen Gleichung:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2+\ldots+(t-l)^2+(u-m)^2+(v-n)^2 = r^2,$$

genügen, wo $a, b, c \ldots l, m, n, r$ als Functionen einer Variabelen $\omega$ angesehn werden. Das obige System lässt sich nach Hn. Bonnet auf ein ähnliches System reduciren, welches zwei Variabele weniger enthält. Man kann die Anzahl der Variabelen um zwei Einheiten so oft verringern, wie man will, und gelangt so schliesslich zu den einfachsten Fällen, welche sich integriren lassen. Es ist selbstverständlich, dass diese Methode der Reduction für das Problem der sphärischen Krümmungslinien, als einfachsten Fall, von keiner Anwendung sein konnte.

Da in den vorhergehenden Abschnitten schon einige besondere Fälle von Flächen mit sphärischen Krümmungslinien behandelt sind, so sollen die in IX und XI behandelten Flächen bei den folgenden Untersuchungen ausgeschlossen bleiben, nämlich: 1) die Kugelflächen des sphärischen Systems sind concentrisch, 2) die Kugelflächen gehn durch einen festen Punkt, 3) die Kugelflächen schneiden die Fläche orthogonal. Was die Bezeichnungen betrifft, so sind natürlich die in II und III gebrauchten consequent durchgeführt, ausserdem sind theils dieselben, theils ähnliche Bezeichnungen wie in IV gebraucht worden, wenn die rein analytischen Probleme mit den in IV behandelten übereinstimmten.

Ist das System der Krümmungslinien $(v)$ sphärisch, so hat man, in Folge der Gleichungen 1), 3) und 5) von IX:

1) $$R_2 \cos\sigma = p_2, \quad R_2 \sin\sigma = q_2.$$

2) $$\xi_2^* = x + p_2 \cos a - q_2 \cos a', \quad \eta_2^* = y + p_2 \cos b - q_2 \cos b',$$
$$\zeta_2^* = z + p_2 \cos c - q_2 \cos c'.$$

3) $$1 = \frac{p_2}{r''} + \frac{q_2}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Es ist $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ der Mittelpunkt, $R_2$ der Radius der Kugelfläche der sphärischen Krümmungslinie, welche durch den Punkt $(x, y, z)$ der

Fläche geht. Der Winkel, welchen $R_2$ mit der Normalen zur Fläche im Punkte $(x, y, z)$ einschliesst, ist durch $\sigma$ bezeichnet. Die sämmtlichen definirten Quantitäten hängen nur von $u$ ab. Da $\cos\sigma$ von Null verschieden angenommen wird, so ist es einfacher mittelst der Gleichungen 1) $p_2$ und $q_2$ statt $R_2$ und $\sigma$ einzuführen.

Die zweite Gleichung 10) von II, nämlich:

$$d\frac{\sqrt{G}}{r''} = \frac{1}{r'}\frac{d\sqrt{G}}{du},$$

giebt entwickelt:

$$\left(1-\frac{r''}{r'}\right)\frac{r''}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du} = \frac{dr''}{du}.$$

Wird $\frac{d\sqrt{G}}{du}$ zwischen dieser Gleichung und der Gleichung 3) eliminirt, so folgt:

$$4) \qquad \frac{dr''}{du} = (r''-p_2)H,$$

wo zur Abkürzung:

$$5) \qquad H = \left(1-\frac{r''}{r'}\right)\frac{\sqrt{E}}{q_2}$$

gesetzt ist. Der Endpunkt des Hauptkrümmungsradius $r''$ sei $(X, Y, Z)$, also durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$6) \qquad X = x+r''\cos a, \quad Y = y+r''\cos b, \quad Z = z+r''\cos c.$$

Die Gleichungen 2) von den respectiven Gleichungen 6) subtrahirt geben:

$$7) \qquad \begin{cases} X-\xi_1^* = (r''-p_2)\cos a+q_2\cos a', \\ Y-\eta_1^* = (r''-p_2)\cos b+q_2\cos b', \\ Z-\zeta_1^* = (r''-p_2)\cos c+q_2\cos c'. \end{cases}$$

Die Summe der Quadrate der Gleichungen 7) giebt:

$$8) \qquad (X-\xi_1^*)^2+(Y-\eta_1^*)^2+(Z-\zeta_1^*)^2 = (r''-p_2)^2+q_2^2.$$

Werden die Gleichungen 6) nach $v$ differentiirt, so ist nach II 5):

$$9) \qquad \frac{dX}{dv} = \frac{dr''}{dv}\cos a, \quad \frac{dY}{dv} = \frac{dr''}{dv}\cos b, \quad \frac{dZ}{dv} = \frac{dr''}{dv}\cos c.$$

Sind $X$, $Y$, $Z$ und $r''$ bekannt, so ist dieses auch nach 6) und 9) mit $x$, $y$ und $z$ der Fall. Ausser der endlichen Relation 8) lassen sich auf folgende Weise zwischen $X$, $Y$, $Z$ und $r''$ Differentialgleichungen herstellen. Die erste Gleichung 6) werde nach $u$ differentiirt. Unter Zuziehung der Gleichungen 2) und 4) von II folgt:

$$\frac{dX}{du} = \frac{dr''}{du}\cos a + \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E}\,.\cos a'.$$

Man substituire für $\frac{dr''}{du}$ seinen Werth aus 4), setze nach 5):

$$\left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E} = q_2 H,$$

es ist dann einfacher:

$$\frac{dX}{du} = \left[(r'' - p_2)\cos a + q_2 \cos a'\right] H,$$

oder, wegen der ersten Gleichung 7):

$$\frac{dX}{du} = (X - \xi_2^*) H.$$

Man erhält so aus den Gleichungen 6) die folgenden:

$$10) \qquad \frac{dX}{du} = (X - \xi_2^*) H, \quad \frac{dY}{du} = (Y - \eta_2^*) H, \quad \frac{dZ}{du} = (Z - \zeta_2^*) H.$$

Die Gleichungen 4) und 10) geben noch:

$$11) \qquad \frac{\frac{dX}{du}}{X - \xi_2^*} = \frac{\frac{dY}{du}}{Y - \eta_2^*} = \frac{\frac{dZ}{du}}{Z - \zeta_2^*} = \frac{\frac{dr''}{du}}{r'' - p_2}.$$

Dieses sind die Differentialgleichungen zwischen $X$, $Y$, $Z$ und $r''$ zu denen noch die endliche Relation 8) tritt. Der leichteren Schreib-

weise wegen sollen die Gleichungen 10) beibehalten werden. Man differentiire die Gleichung 8) unter Zuziehung der Gleichungen 4) und 10) nach $u$, mit Rücksicht auf die Gleichung 8) selbst folgt dann:

$$12) \qquad (X-\xi_2^*)\frac{d\xi_2^*}{du}+(Y-\eta_2^*)\frac{d\eta_2^*}{du}+(Z-\zeta_2^*)\frac{d\zeta_2^*}{du}-(r''-p_2)\frac{dp_2}{du}$$
$$= q_2^2 H - q_2\frac{dq_2}{du}.$$

Mit Hülfe der Gleichungen 10) und 12) lässt sich zwischen $X, Y, Z$ und $r''$ eine solche lineare Relation aufstellen, dass dieselbe proportional ihrem Differentialquotienten nach $u$ ist. Zu diesem Ende führe man statt $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$ und $p_2$ andere Functionen ein, welche auf folgende Art definirt sind:

$$13) \quad \frac{d\xi_2^*}{du}=q_2U\frac{d\xi^*}{du}, \quad \frac{d\eta_2^*}{du}=q_2U\frac{d\eta^*}{du}, \quad \frac{d\zeta_2^*}{du}=q_2U\frac{d\zeta^*}{du}, \quad \frac{dp_2}{du}=q_2U\frac{dp^*}{du}.$$

Es ist $U$ eine vorläufig unbestimmte Function von $u$. Die Gleichung 12) lässt sich nach 13) schreiben:

$$14) \quad U\Big[(X-\xi_2^*)\frac{d\xi^*}{du}+(Y-\eta_2^*)\frac{d\eta^*}{du}+(Z-\zeta_2^*)\frac{d\zeta^*}{du}-(r''-p_2)\frac{dp^*}{du}\Big]$$
$$= q_2 H-\frac{dq_2}{du}.$$

Setzt man:

$$15) \quad (X-\xi_2^*+q_2U\xi^*)\xi^*+(Y-\eta_2^*+q_2U\eta^*)\eta^*+(Z-\zeta_2^*+q_2U\zeta^*)\zeta^*$$
$$-(r''-p_2+q_2Up^*)p^*=\Delta,$$

so lässt sich der Differentialquotient von $\Delta$ nach $u$, wegen der Gleichungen 10), 13) und 14) auf folgende Form bringen:

$$16) \qquad \frac{d\Delta}{du}=[\Delta-q_2U\Phi]H+\Phi\frac{dq_2U}{du}+\frac{q_2U}{2}\frac{d\Phi}{du},$$

wo:

$$\Phi=\xi^{*2}+\eta^{*2}+\zeta^{*2}-p^{*2}-\frac{1}{U^2}.$$

Bestimmt man $U$ durch die Gleichung $\Phi = 0$, setzt also:

$$17) \qquad \xi^{*2}+\eta^{*2}+\zeta^{*2}-p^{*2} = \frac{1}{U^2},$$

so reducirt sich die Gleichung 16) auf:

$$18) \qquad \frac{d\Delta}{du} = \Delta H.$$

Nach 10) und 13) ist nun:

$$d\frac{X-\xi_2^*+q_2U\xi^*}{du} = (X-\xi_2^*)H+\frac{dq_2U}{du}\xi^*.$$

Mittelst der Gleichung 18) folgt hieraus:

$$19) \qquad d\frac{\frac{X-\xi_2^*+q_2U\xi^*}{\Delta}}{du} = \xi^*\left[\frac{1}{\Delta}\frac{dq_2U}{du}-\frac{q_2UH}{\Delta}\right] = \xi^* d\frac{\frac{q_2U}{\Delta}}{du}.$$

Man setze zur Abkürzung:

$$20) \qquad \begin{cases} x_1 = \dfrac{X-\xi_2^*+q_2U\xi^*}{\Delta}, & y_1 = \dfrac{Y-\eta_2^*+q_2U\eta^*}{\Delta}, \\ z_1 = \dfrac{Z-\zeta_2^*+q_2U\zeta^*}{\Delta}, & T_1 = \dfrac{r''-p_2+q_2Up^*}{\Delta}. \end{cases}$$

Die linke Seite der Gleichung 19) ist der Differentialquotient von $x_1$ nach $u$. Aehnliche Gleichungen ergeben sich für die Derivirten von $y_1$, $z_1$ und $T_1$ nach $u$. Man findet so:

$$21) \qquad \frac{\frac{dx_1}{du}}{\xi^*} = \frac{\frac{dy_1}{du}}{\eta^*} = \frac{\frac{dz_1}{du}}{\zeta^*} = \frac{\frac{dT_1}{du}}{p^*} = d\frac{\frac{q_2U}{\Delta}}{du}.$$

Die Gleichungen 20) respective mit $\xi^*$, $\eta^*$, $\zeta^*$ und $-p^*$ multiplicirt und addirt geben, wegen der Bedeutung von $\Delta$ aus 15),:

$$22) \qquad x_1\xi^*+y_1\eta^*+z_1\zeta^*-T_1p^* = 1.$$

An Stelle der Gleichungen 11) und 8) sind die Gleichungen 21) und 22) getreten, aus denen sich die Werthe von $x_1$, $y_1$, $z_1$ und $T_1$

mit Hülfe einer Differentialgleichung dritter Ordnung bestimmen lassen. Man kann umgekehrt $X$, $Y$, $Z$ und $r''$ auf folgende Art durch $x_1, y_1, z_1$ und $T_1$ ausdrücken. Die Gleichungen 20) geben in Verbindung mit den Gleichungen 8), 15) und 17):

22*) $$x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2=\frac{2q_2U}{\Delta}.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung entwickele man aus den Gleichungen 20) die Werthe von $X$, $Y$, $Z$ und $r''$, setze in die erhaltenen Gleichungen aus 6) die Werthe von $X$, $Y$ und $Z$ ein. Hierdurch erhält man:

23)
$$\begin{cases} x+r''\cos a-\xi_2^*+q_2U\xi^* = \dfrac{2q_2Ux_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2}, \\ y+r''\cos b-\eta_2^*+q_2U\eta^* = \dfrac{2q_2Uy_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2}, \\ z+r''\cos c-\zeta_2^*+q_2U\zeta^* = \dfrac{2q_2Uz_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2}, \\ r''-p_2+q_2Up^* = \dfrac{2q_2UT_1}{x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2}. \end{cases}$$

In diesen Gleichungen sind $x_1$, $y_1$, $z_1$ und $T_1$ vier zu bestimmende Functionen von $u$ und $v$. In Beziehung auf $v$ geben die Gleichungen 23) differentiirt:

24)
$$\frac{dr''}{dv}\cos a=\frac{2q_2U}{D_1}\left(\frac{dx_1}{dv}-\frac{2x_1D'}{D_1}\right),\quad \frac{dr''}{dv}\cos b=\frac{2q_2U}{D_1}\left(\frac{dy_1}{dv}-\frac{2y_1D'}{D_1}\right),$$
$$\frac{dr''}{dv}\cos c=\frac{2q_2U}{D_1}\left(\frac{dz_1}{dv}-\frac{2z_1D'}{D_1}\right),\quad \frac{dr''}{dv}=\frac{2q_2U}{D_1}\left(\frac{dT_1}{dv}-\frac{2T_1D'}{D_1}\right),$$

wo zur Abkürzung:

25) $$D_1=x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2,\quad D'=x_1\frac{dx_1}{dv}+y_1\frac{dy_1}{dv}+z_1\frac{dz_1}{dv}-T_1\frac{dT_1}{dv},$$

gesetzt ist. Von der Summe der Quadrate der drei ersten Gleichungen 24) werde das Quadrat der vierten Gleichung abgezogen; da

$$\cos^2a+\cos^2b+\cos^2c-1=0$$

ist, so folgt:

$$26) \qquad \left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2+\left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2+\left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2-\left(\frac{dT_1}{dv}\right)^2=0.$$

Die Bestimmung der Werthe von $x_1$, $y_1$, $z_1$ und $T_1$ lässt sich auf wiederholte Differentiation der Gleichung 22) nach $u$ basiren. Sieht man $x_1$, $y_1$, $z_1$ als Coordinaten eines Punktes einer Fläche an, so sind für dieselbe $u$ und $v$ nicht mehr die Argumente der Krümmungslinien. Dieses ergiebt sich durch folgende einfache Betrachtung. Die Gleichungen 21) geben:

$$27) \qquad \frac{dx_1}{du}=\frac{\xi^*}{p^*}\frac{dT_1}{du}, \quad \frac{dy_1}{du}=\frac{\eta^*}{p^*}\frac{dT_1}{du}, \quad \frac{dz_1}{du}=\frac{\zeta^*}{p^*}\frac{dT_1}{du}.$$

Die vorstehenden Gleichungen nach $v$ differentiirt geben:

$$\frac{d^2x_1}{du\,dv}=\frac{\xi^*}{p^*}\frac{d^2T_1}{du\,dv}, \quad \frac{d^2y_1}{du\,dv}=\frac{\eta^*}{p^*}\frac{d^2T_1}{du\,dv}, \quad \frac{d^2z_1}{du\,dv}=\frac{\zeta^*}{p^*}\frac{d^2T_1}{du\,dv}.$$

Aus diesen Gleichungen und den Gleichungen 27) schliesst man unmittelbar:

$$\begin{vmatrix} \frac{d^2x_1}{du\,dv} & \frac{d^2y_1}{du\,dv} & \frac{d^2z_1}{du\,dv} \\ \frac{dx_1}{du} & \frac{dy_1}{du} & \frac{dz_1}{du} \\ \frac{dx_1}{dv} & \frac{dy_1}{dv} & \frac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} = 0.$$

Mit Rücksicht auf die Gleichung 22) geben die Gleichungen 27):

$$\frac{dx_1}{du}\frac{dx_1}{dv}+\frac{dy_1}{du}\frac{dy_1}{dv}+\frac{dz_1}{du}\frac{dz_1}{dv}$$
$$=\left(\xi^*\frac{dx_1}{dv}+\eta^*\frac{dy_1}{dv}+\zeta^*\frac{dz_1}{dv}\right)\frac{1}{p^*}\frac{dT_1}{du}=\frac{dT_1}{du}\frac{dT_1}{dv}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung verschwindet nicht, nur wenn $T_1$ von $u$ abhängig ist, dann ist nach 21) $p^*=0$, die letzte Gleichung 13) zeigt weiter, dass $p_2$ von $u$ unabhängig, also constant ist. Die Fläche ist eine Parallelfläche zu derjenigen, für welche $p_2=0$ ist.

Die Gleichung 22) giebt zu analogen Rechnungen, wie die in IV ausgeführten, Veranlassung. Um die nachfolgenden, allerdings complicirteren, Entwickelungen mit denen von IV parallel gehn zu lassen, dividire man die Gleichung 22) durch:

$$\sqrt{\xi^{*2}+\eta^{*2}+\zeta^{*2}}$$

und setze:

$$28)\quad \frac{\xi^*}{\cos\alpha}=\frac{\eta^*}{\cos\beta}=\frac{\zeta^*}{\cos\gamma}=\frac{p^*}{\cos w}=\sqrt{\xi^{*2}+\eta^{*2}+\zeta^{*2}},\quad \frac{1}{\sqrt{\xi^{*2}+\eta^{*2}+\zeta^{*2}}}=\Omega.$$

Die Gleichung 17) giebt wegen der vorstehenden Gleichungen:

$$28^*)\qquad \frac{1}{U}=\frac{\sin w}{\Omega}.$$

Mit Rücksicht auf diese Gleichung und die Gleichungen 28) nehmen die Gleichungen 13) folgende Formen an:

$$29)\quad \begin{aligned} \frac{d\xi_2^*}{du}&=\frac{q_2\Omega}{\sin w}d\frac{\cos\alpha}{\Omega}, & \frac{d\eta_2^*}{du}&=\frac{q_2\Omega}{\sin w}d\frac{\cos\beta}{\Omega},\\ \frac{d\zeta_2^*}{du}&=\frac{q_2\Omega}{\sin w}d\frac{\cos\gamma}{\Omega}, & \frac{dp_2}{du}&=\frac{q_2\Omega}{\sin w}d\frac{\cos w}{\Omega}, \end{aligned}$$

Die Gleichungen 21) geben nach 28) zu den folgenden Veranlassung:

$$30)\quad \frac{dx_1}{du}=\frac{\cos\alpha}{\cos w}\frac{dT_1}{du},\quad \frac{dy_1}{du}=\frac{\cos\beta}{\cos w}\frac{dT_1}{du},\quad \frac{dz_1}{du}=\frac{\cos\gamma}{\cos w}\frac{dT_1}{du}.$$

Die oben bemerkte Umformung der Gleichung 22) giebt:

$$31)\qquad x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta+z_1\cos\gamma=\Omega+T_1\cos w.$$

Da $\cos\alpha$, $\cos\beta$ und $\cos\gamma$ nur von $u$ abhängen und nach 28) die Gleichung $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ stattfindet, so kann man $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ als die Winkel ansehn, welche die Tangente im Punkte $(\xi, \eta, \zeta)$ einer Curve doppelter Krümmung mit den Coordinatenaxen bildet. Man bezeichne wieder wie in I durch $\lambda$, $\mu$, $\nu$ die Winkel, welche die Haupt-

normale, durch $l$, $m$, $n$ die Winkel, welche die Binormale des Punktes $(\xi, \eta, \zeta)$ bestimmen. In dem bemerkten Punkte sei $\varrho$ der Radius des osculatorischen Kreises und $r$ der Torsionsradius. Durch $ds$ werde wieder allgemein das Bogenelement der Curve bezeichnet, man kann dann $s$ als eine unbestimmte Function von $u$, oder umgekehrt, ansehn. Die weitere Discussion der Gleichung 31) besteht wesentlich darin, dass nach einer einmaligen und einer dreimaligen Differentiation nach $u$ die Terme auf der linken Seite, welche $x_1$, $y_1$ und $z_1$ enthalten, dieselben sind. Es ergiebt sich dann eine Differentialgleichung für $T_1$, die zunächst aufgestellt und dann integrirt werden soll.

In den Gleichungen 30) kann man einfach $s$ an Stelle von $u$ als unabhängige Variabele setzen. Differentiirt man dann die Gleichung 31) nach $s$, so folgt:

$$(x_1\cos\lambda+y_1\cos\mu+z_1\cos\nu)\frac{1}{\varrho}+\frac{1}{\cos w}\frac{dT_1}{ds}=\frac{d\Omega}{ds}+d\frac{T_1\cos w}{ds},$$

oder auch:

$$32)\qquad x_1\cos\lambda+y_1\cos\mu+z_1\cos\nu=\varrho\frac{d\Omega}{ds}-\frac{\varrho\sin w}{\cos w}\frac{dT_1\sin w}{ds}.$$

Man führe $w$ statt $s$ als unabhängige Variabele durch:

$$33)\qquad \frac{ds}{r}=dw$$

ein. Ferner werde zur Vereinfachung:

$$34)\qquad \frac{r\cot w}{\varrho}=p$$

und

$$35)\qquad T_1\sin w=T$$

gesetzt. Mit Rücksicht auf diese Bezeichnungen lassen sich die Gleichungen 31) und 32) wie folgt schreiben:

$$36)\qquad x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta+z_1\cos\gamma=\Omega+T\cot w.$$

$$37)\qquad x_1\cos\lambda+y_1\cos\mu+z_1\cos\nu=\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{dw}-\frac{1}{p}\frac{dT}{dw}.$$

Die Gleichung 37) werde nach $s$ differentiirt, dann $\omega$ als unabhängige Variabele durch $ds = rd\omega$ eingeführt. Aus 34) setze man:

$$\frac{\cot w}{\varrho} = \frac{p}{r}$$

ein. Mit Rücksicht, dass nach 30) für eine Variabele $u$:

$$\frac{dx_1}{du}\cos\lambda + \frac{dy_1}{du}\cos\mu + \frac{dz_1}{du}\cos\nu = 0,$$

giebt die Gleichung 37):

$$38)\quad -(x_1\cos l + y_1\cos m + z_1\cos n) = d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega} - \frac{1}{p}\frac{dT}{d\omega}}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho} + pT.$$

Es ist nach 30) allgemein:

$$\frac{dx_1}{du}\cos l + \frac{dy_1}{du}\cos m + \frac{dz_1}{du}\cos n = 0.$$

Man differentiire die Gleichung 38) nach $\omega$, addire dann die Gleichung 37). Hierdurch ergiebt sich zur Bestimmung von $T$ die folgende Differentialgleichung:

$$39)\quad d\frac{d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT}{d\omega}}{d\omega} - pT}{d\omega} + \frac{1}{p}\frac{dT}{d\omega} = d\frac{d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho}}{d\omega}}{d\omega} + \frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}.$$

Zur Integration dieser Gleichung nehme man zuerst die folgende:

$$40)\quad d\frac{d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0}{d\omega} + \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega} = 0.$$

Diese Gleichung mit:

$$d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0$$

multiplicirt und integrirt giebt:

$$41) \qquad \left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0\right]^2 + \left[\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}\right]^2 - T_0^2 = C_0,$$

wo $C_0$ eine Constante bedeutet, die auch verschwinden kann, da von den links stehenden Quadraten eins negativ ist. Man setze $C_0 = 0$ und

$$42) \qquad \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega} = T_0 \sin\varphi.$$

Die Gleichung 41) wird dann:

$$(T_0 \cos\varphi)^2 \left[\left(\frac{d\varphi}{d\omega} - p\cos\varphi\right)^2 - 1\right] = 0.$$

Es ist also:

$$\left(\frac{d\varphi}{d\omega} - p\cos\varphi\right)^2 = 1,$$

oder:

$$43) \qquad \frac{d\varphi}{d\omega} = 1 + p\cos\varphi.$$

Aus dieser Gleichung ist $\varphi$ in Function von $\omega$ zu bestimmen, wobei es genügt, einen Werth von $\varphi$ zu kennen, welcher keine arbiträre Constante enthält. Setzt man zur Vereinfachung:

$$44) \qquad \int p \sin\varphi \, d\omega = q,$$

so ist nach 42) für:

$$45) \qquad t = e^q,$$

$T_0 = t$ ein particuläres Integral der Gleichung 40). Man setze in 40) $T_0 = M_0 e^q$. Da nach 44) $\frac{dq}{d\omega} = p\sin\varphi$, so erhält man, mit Rücksicht auf 43):

$$d\frac{\frac{e^q}{p}\frac{dM_0}{d\omega} + \sin\varphi\, e^q \frac{dM_0}{d\omega}}{d\omega} + \frac{e^q}{p}\frac{dM_0}{d\omega}(1 + p\cos\varphi) = 0.$$

Für:

$$46) \qquad \frac{e^q}{p}\frac{dM_0}{d\omega} = M_1$$

wird die obige Gleichung einfacher:

$$47) \qquad d\frac{\frac{dM_1}{d\omega} + p\sin\varphi\, M_1}{d\omega} + M_1(1+p\cos\varphi) = 0.$$

Aus 43) folgt unmittelbar, dass dieser Gleichung durch $M_1 = \cos\varphi$ genügt wird. Man hat also nach 46):

$$\frac{e^q}{p}\frac{dM_0}{d\omega} = \cos\varphi,$$

oder $M_0 = M$, wo:

$$48) \qquad M = \int e^{-q} p\cos\varphi\, d\omega.$$

Setzt man also:

$$49) \qquad t_1 = Me^q,$$

so ist $T_0 = t_1$ ein zweites particuläres Integral der Differentialgleichung 40). Um das zweite Integral der Gleichung 47) darzustellen, setze man in der bemerkten Gleichung:

$$50) \qquad M_1 = M_2\cos\varphi.$$

Es folgt dann:

$$51) \qquad d\frac{\frac{dM_2}{d\omega}\cos\varphi}{d\omega} = \frac{dM_2}{d\omega}\sin\varphi = \frac{dM_2}{d\omega}\cos\varphi\,.\,\mathrm{tang}\,\varphi.$$

Da nun nach 43) und 44):

$$d\frac{\log e^q\cos\varphi}{d\omega} = -\,\mathrm{tang}\,\varphi,$$

so giebt die Gleichung 51) integrirt:

$$\frac{dM_2}{d\omega}\cos\varphi = \frac{e^{-q}}{\cos\varphi}.$$

Hieraus folgt weiter:

$$\frac{dM_2}{d\omega} = \frac{e^{-q}}{\cos^2\varphi}.$$

Diese Gleichung nach 43) mit

$$1 = \frac{d\varphi}{d\omega} - p\cos\varphi$$

multiplicirt giebt:

$$\frac{dM_2}{d\omega} = \frac{e^{-q}}{\cos^2\varphi}\frac{d\varphi}{d\omega} - \frac{pe^{-q}}{\cos\varphi} = e^{-q}\frac{d\operatorname{tang}\varphi}{d\omega} - \frac{pe^{-q}}{\cos\varphi}.$$

Durch Integration folgt:

$$M_2 = \int e^{-q}\frac{d\operatorname{tang}\varphi}{d\omega}\,d\omega - \int\frac{pe^{-q}}{\cos\varphi}d\omega.$$

Die Anwendung der Integratio per partes giebt nach 44):

$$\int e^{-q}\frac{d\operatorname{tang}\varphi}{d\omega}\,d\omega = e^{-q}\operatorname{tang}\varphi + \int\frac{pe^{-q}\sin^2\varphi}{\cos\varphi}\,d\omega.$$

Es ist also:

$$M_2 = e^{-q}\operatorname{tang}\varphi - \int e^{-q}p\cos\varphi\,d\omega,$$

welche Gleichung nach 48) sich auch schreiben lässt:

$$M_2 = e^{-q}\operatorname{tang}\varphi - M.$$

Man substituire diesen Werth von $M_2$ in die Gleichung 50), dieselbe giebt dann:

$$M_1 = e^{-q}\sin\varphi - M\cos\varphi.$$

Mit Hülfe dieses zweiten particulären Integrals der Gleichung 47) erhält man nach 44) und 48):

$$pM_1e^{-q} = e^{-2q}p\sin\varphi - Me^{-q}p\cos\varphi = e^{-2q}\frac{dq}{d\omega} - M\frac{dM}{d\omega},$$

d. i. nach 46):

$$-2\frac{dM_0}{d\omega} = d\frac{e^{-2q}+M^2}{d\omega},$$

also:

$$-2M_0 = e^{-2q}+M^2.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit $e^q$, so ergiebt sich, wenn:

52) $$t_2 = e^{-q}+M^2e^q$$

gesetzt wird, $T_0 = t_2$ als drittes particuläres Integral der Differentialgleichung 40). Die Zusammenstellung der obigen Resultate giebt also:

53) $$\begin{cases} \dfrac{d\varphi}{d\omega} = 1+p\cos\varphi, \quad q = \int p\sin\varphi\, d\omega, \quad M = \int e^{-q}p\cos\varphi\, d\omega. \\ t = e^q, \quad t_1 = Me^q, \quad t_2 = e^{-q}+M^2e^q. \end{cases}$$

Aus den vorstehenden Gleichungen leitet man leicht die folgenden ab:

54) $$\begin{cases} \dfrac{1}{p}\dfrac{dt}{d\omega} = e^q\sin\varphi, \quad \dfrac{1}{p}\dfrac{dt_1}{d\omega} = Me^q\sin\varphi+\cos\varphi, \\ \dfrac{1}{p}\dfrac{dt_2}{d\omega} = M^2e^q\sin\varphi+2M\cos\varphi-e^{-q}\sin\varphi. \\ d\dfrac{\dfrac{1}{p}\dfrac{dt}{d\omega}}{d\omega}-pt = e^q\cos\varphi, \quad d\dfrac{\dfrac{1}{p}\dfrac{dt_1}{d\omega}}{d\omega}-pt_1 = Me^q\cos\varphi-\sin\varphi, \\ d\dfrac{\dfrac{1}{p}\dfrac{dt_2}{d\omega}}{d\omega}-pt_2 = M^2e^q\cos\varphi-2M\sin\varphi-e^{-q}\cos\varphi. \end{cases}$$

Das Integral der Gleichung 39) hat nach Lagrange die Form:

55) $$T = Kt+K_1t_1+K_2t_2,$$

wo $t$, $t_1$, $t_2$ die particulären Integrale der Gleichung 40) sind. Nach

bekannter Methode hat man zur Bestimmung von $K$, $K_1$ und $K_2$ die Gleichungen:

$$\frac{dK}{d\omega}t+\frac{dK_1}{d\omega}t_1+\frac{dK_2}{d\omega}t_2=0,$$

$$\frac{dK}{d\omega}\frac{dt}{d\omega}+\frac{dK_1}{d\omega}\frac{dt_1}{d\omega}+\frac{dK_2}{d\omega}\frac{dt_2}{d\omega}=0,$$

56)

$$\frac{dK}{d\omega}\cdot\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}}{d\omega}-pt\right]+\frac{dK_1}{d\omega}\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega}-pt_1\right]+\frac{dK_2}{d\omega}\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega}-pt_2\right]=\Omega_1,$$

wo zur Vereinfachung:

$$d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}+\frac{r\Omega}{\varrho}}{d\omega}+\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}=\Omega_1,$$

57)

gesetzt ist. Mit Rücksicht auf die Gleichungen 53) und 54) erhält man aus 56):

$$\begin{cases}\dfrac{dK}{d\omega}=-\dfrac{1}{2}\left[d\dfrac{\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega}-pt_2\right]\Omega_1,\\[2ex]\dfrac{dK_1}{d\omega}=\left[d\dfrac{\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega}-pt_1\right]\Omega_1,\\[2ex]\dfrac{dK_2}{d\omega}=-\dfrac{1}{2}\left[d\dfrac{\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}}{d\omega}-pt\right]\Omega_1.\end{cases}$$

58)

Aus diesen Gleichungen sind $K$, $K_1$ und $K_2$ zu bestimmen. Um einfache Formeln zu erhalten, sollen einige Integrale durch wiederholte Integratio per partes transformirt werden. Genügt $T_0$ der Gleichung 40), so giebt die Integratio per partes:

$$\int \left[ d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0 \right] d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho} d\omega = \left[ d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0 \right] \left[ d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho} \right]$$
$$+ \int \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega} \left[ d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho} \right] d\omega.$$

Es ist weiter:

$$\int \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega} d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}}{d\omega} d\omega = \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega} - \int d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega}\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega} d\omega.$$

Mit Rücksicht auf den Werth von $\Omega_1$ aus 57) geben die beiden vorstehenden Gleichungen:

$$59) \quad \int \left[ d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0 \right] \Omega_1 d\omega = \left[ d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0 \right] \Omega_2 + \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}$$
$$+ \int \frac{r\Omega}{p\varrho}\frac{dT_0}{d\omega} d\omega - \int \frac{p\varrho}{r} T_0 \frac{d\Omega}{d\omega} d\omega.$$

Es ist in dieser Gleichung zur Abkürzung:

$$d\frac{\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}}{d\omega} + \frac{r\Omega}{\varrho} = \Omega_2$$

gesetzt. In den beiden Integralen auf der rechten Seite der Gleichung 59) setze man aus der Gleichung 34) für $p$ seinen Werth ein, nämlich:

$$p = \frac{r \cot w}{\varrho}.$$

Eine weitere Anwendung der Integratio per partes giebt dann:

$$\int \frac{r\Omega}{p\varrho}\frac{dT_0}{d\omega}d\omega - \int \frac{p\varrho}{r}T_0\frac{d\Omega}{d\omega}d\omega = \int \Omega \operatorname{tang} w \frac{dT_0}{d\omega}d\omega - \int \cot w\, T_0 \frac{d\Omega}{d\omega}d\omega$$

$$= -\cot w\, T_0\, \Omega + \int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{T_0}{\sin w}d\omega.$$

Hierdurch lässt sich die Gleichung 59) auf folgende Form bringen:

60)
$$\int \left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0\right]\Omega_1 d\omega = \left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}}{d\omega} - pT_0\right]\Omega_2 + \frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\omega}\frac{\varrho}{r}\frac{d\Omega}{d\omega}$$

$$-\cot w\, T_0\, \Omega + \int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{T_0}{\sin w}d\omega.$$

Diese Gleichung gilt für die drei particulären Integrale $t$, $t_1$ und $t_2$ der Differentialgleichung 40). Zur Vereinfachung der folgenden Rechnungen setzte man:

61)
$$J = \int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{t}{\sin w}d\omega, \quad J_1 = \int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{t_1}{\sin w}d\omega,$$

$$J_2 = \int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{t_2}{\sin w}d\omega.$$

Die Integration der Gleichungen 58) involvirt drei von $\omega$ unabhängige Quantitäten, welche nur $v$ enthalten können und als Functionen dieser Variabelen für $K$, $K_1$ und $K_2$ respective durch $V$, $V_1$ und $V_2$ bezeichnet werden mögen.

Es ist dann:

$$K = \frac{V}{2} - \frac{1}{2}\int\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega} - pt_2\right]\Omega_1\, d\omega,$$

$$K_1 = V_1 + \int\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega} - pt_1\right]\Omega_1\, d\omega,$$

$$K_2 = \frac{V_2}{2} - \frac{1}{2}\int\left[d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}}{d\omega} - pt\right]\Omega_1\, d\omega.$$

Auf die rechten Seiten dieser Gleichungen wende man die Gleichung 60) an, setze darauf die erhaltenen Werthe von $K$, $K_1$ und $K_2$ in die Gleichung 55) und führe die abkürzenden Bezeichnungen aus 61) ein. Werden hierbei die Gleichungen 53) und 54) beachtet, aus denen $tt_2 = 1 + t_1^2$ folgt, so lässt sich der Werth von $T$ auf folgende, sehr einfache Art, darstellen:

$$T = \Omega\cot w + \frac{V - J_2}{2}t + (V_1 + J_1)t_1 + \frac{V_2 - J}{2}t_2.$$

Diesen Werth von $T$ substituire man in die Gleichungen 35), 36), 37) und 38), wobei die Gleichungen 53), 54) und 61) zur Anwendung kommen. Es ist ferner nach 34) $\frac{\varrho}{r} = \frac{\cot w}{p}$ gesetzt. Zur Bestimmung von $T_1$, $x_1$, $y_1$ und $z_1$ bestehn dann folgende Gleichungen:

62)
$$\begin{cases}
T_1\sin w = \Omega\cot w + \frac{V-J_2}{2}e^q + (V_1+J_1)Me^q + \frac{V_2-J}{2}(M^2e^q + e^{-q}),\\
x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + z_1\cos\gamma = \frac{\Omega}{\sin^2 w}\\
\qquad + \left[\frac{V-J_2}{2}e^q + (V_1+J_1)Me^q + \frac{V_2-J}{2}(M^2e^q + e^{-q})\right]\cot w,\\
x_1\cos\lambda + y_1\cos\mu + z_1\cos\nu = -\left[V_1 + J_1 + (V_2 - J)M\right]\cos\varphi\\
\qquad - \left[\frac{V-J_2}{2}e^q + (V_1+J_1)Me^q + \frac{V_2-J}{2}(M^2e^q - e^{-q})\right]\sin\varphi,\\
x_1\cos l + y_1\cos m + z_1\cos n = -\left[V + J_1 + (V_2 - J)M\right]\sin\varphi\\
\qquad + \left[\frac{V-J_2}{2}e^q + (V_1+J_1)Me^q + \frac{V_2-J}{2}(M^2e^q - e^{-q})\right]\cos\varphi.
\end{cases}$$

Die Gleichungen zur Bestimmung von $T_1$, $x_1$, $y_1$ und $z_1$ lassen sich auch auf folgende Formen bringen, welche in einigen Fällen zur Vereinfachung von Rechnungen führen:

62*)
$$\begin{cases} T_1 \sin w \\ \quad = \Omega \cot w + \dfrac{V-J_2}{2} t + (V_1+J_1) t_1 + \dfrac{V_2-J}{2} t_2, \\ x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta + z_1 \cos\gamma \\ \quad = \dfrac{\Omega}{\sin^2 w} + \left[\dfrac{V-J_2}{2} t + (V_1+J_1) t_1 + \dfrac{V_2-J}{2} t_2\right] \cot w, \\ x_1 \cos\lambda + y_1 \cos\mu + z_1 \cos\nu \\ \quad = -\left[\dfrac{V-J_2}{2} \dfrac{1}{p} \dfrac{dt}{d\omega} + (V_1+J_1) \dfrac{1}{p} \dfrac{dt_1}{d\omega} + \dfrac{V_2-J}{2} \dfrac{1}{p} \dfrac{dt_2}{d\omega}\right], \\ x_1 \cos l + y_1 \cos m + z_1 \cos n \\ \quad = \dfrac{V-J_2}{2} \left( d \dfrac{\frac{1}{p} \frac{dt}{d\omega}}{d\omega} - pt \right) + (V_1+J_1) \left( d \dfrac{\frac{1}{p} \frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega} - pt_1 \right) \\ \qquad\qquad + \dfrac{V_2-J}{2} \left( d \dfrac{\frac{1}{p} \frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega} - pt_2 \right). \end{cases}$$

Aus den Gleichungen 62) ergiebt eine einfache Rechnung:

63) $$D_1 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2 = \frac{\Omega^2}{\sin^2 w} + (V_1+J_1)^2 - (V-J_2)(V_2-J),$$

wodurch der gemeinschaftliche Nenner in den Werthen von $x$, $y$, $z$ und $r''$ der Gleichungen 23) bestimmt ist. Zu Folge der Gleichung 26) können die Functionen $V$, $V_1$ und $V_2$ nicht alle arbiträr sein. Man differentiire die Gleichungen 62) nach $v$, es ergiebt sich dann, ganz ähnlich wie die Gleichung 63) die folgende:

$$\left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2 - \left(\frac{dT_1}{dv}\right)^2 = \left(\frac{dV_1}{dv}\right)^2 - \frac{dV}{dv} \frac{dV_2}{dv}.$$

Da die linke Seite dieser Gleichung nach 26) verschwindet, so folgt:

64) $$\left(\frac{dV_1}{dv}\right)^2 = \frac{dV}{dv} \cdot \frac{dV_2}{dv}.$$

Durch diese Gleichung ist die Anzahl der willkührlichen Functionen in den Gleichungen 62) auf eine reducirt. Da die bemerkten Gleichungen nur $V$, $V_1$ und $V_2$ enthalten, so kann man zwei derselben als Function der dritten ansehn. Nimmt man z. B. $V_1$ statt $v$ als unabhängige Variabele, so lässt sich die Gleichung 64) schreiben:

$$1 = \frac{dV}{dV_1} \cdot \frac{dV_2}{dV_1}.$$

Von den beiden Functionen $V$ und $V_2$ ist also nur eine arbiträr. Die Gleichungen 30) geben:

$$x_1 \frac{dx_1}{du} + y_1 \frac{dy_1}{du} + z_1 \frac{dz_1}{du} - T_1 \frac{dT_1}{du}$$
$$= \frac{x_1 \cos\alpha + y_1 \cos\beta + z_1 \cos\gamma - T_1 \cos w}{\cos w} \frac{dT_1}{du},$$

d. i. nach 25) und 31):

$$65) \qquad \frac{dD_1}{du} = \frac{2\Omega}{\cos w} \frac{dT_1}{du}.$$

Diese Gleichung folgt auch aus der ersten Gleichung 62) und der Gleichung 63).

Die Berechnung von $\frac{\sqrt{E}}{r'}$ und $\frac{\sqrt{G}}{r''}$ lässt sich auf folgende Art ausführen. Aus den Gleichungen 2) findet man leicht:

$$(\xi_2^* - x)\cos a + (\eta_2^* - y)\cos b + (\zeta_2^* - z)\cos c = p_2,$$
$$(\xi_2^* - x)\cos a' + (\eta_2^* - y)\cos b' + (\zeta_2^* - z)\cos c' = -q_2.$$

Differentiirt man die erste der vorstehenden Gleichungen nach $u$, so folgt, mit Rücksicht auf die zweite Gleichung,:

$$\cos a \frac{d\xi_2^*}{du} + \cos b \frac{d\eta_2^*}{du} + \cos c \frac{d\zeta_2^*}{du} + q_2 \frac{\sqrt{E}}{r'} = \frac{dp_2}{du},$$

oder:

$$\cos a \frac{d\xi_2^*}{du} + \cos b \frac{d\eta_2^*}{du} + \cos c \frac{d\zeta_2^*}{du} - \frac{dp_2}{du} = -q_2 \frac{\sqrt{E}}{r'}.$$

Wegen der Gleichungen 29) erhält man:

$$66)\quad \cos a\, d\frac{\frac{\cos\alpha}{\Omega}}{du}+\cos b\, d\frac{\frac{\cos\beta}{\Omega}}{du}+\cos c\, d\frac{\frac{\cos\gamma}{\Omega}}{du}-d\frac{\frac{\cos w}{\Omega}}{du}=-\frac{\sin w}{\Omega}\frac{\sqrt{E}}{r'}.$$

Die Gleichungen 24) geben, durch Einsetzung des Werthes von $\frac{dr''}{dv}$:

$$67)\quad d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cos a=d\frac{\frac{x_1}{D_1}}{dv},\quad d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cos b=d\frac{\frac{y_1}{D_1}}{dv},\quad d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cos c=d\frac{\frac{z_1}{D_1}}{dv}.$$

Multiplicirt man die Gleichung 66) mit:

$$d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}$$

so folgt mittelst der Gleichungen 67):

$$68)\quad \begin{aligned} &d\frac{\frac{x_1}{D_1}}{dv}\,d\frac{\frac{\cos\alpha}{\Omega}}{du}+d\frac{\frac{y_1}{D_1}}{dv}\,d\frac{\frac{\cos\beta}{\Omega}}{du}+d\frac{\frac{z_1}{D_1}}{dv}\,d\frac{\frac{\cos\gamma}{\Omega}}{du}-d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\,d\frac{\frac{\cos w}{\Omega}}{du}\\ &\qquad=-\frac{\sin w}{\Omega}\,d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cdot\frac{\sqrt{E}}{r'}. \end{aligned}$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist der Differentialquotient nach $v$ von:

$$\begin{aligned} &\frac{x_1}{D_1}\,d\frac{\frac{\cos\alpha}{\Omega}}{du}+\frac{y_1}{D_1}\,d\frac{\frac{\cos\beta}{\Omega}}{du}+\frac{z_1}{D_1}\,d\frac{\frac{\cos\gamma}{\Omega}}{du}-\frac{T_1}{D_1}\,d\frac{\frac{\cos w}{\Omega}}{du}=\\ &69)\qquad \frac{1}{D_1}\,d\frac{x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta+z_1\cos\gamma-T_1\cos w}{\Omega}}{du}\\ &-\frac{1}{D_1\Omega}\left(\frac{dx_1}{du}\cos\alpha+\frac{dy_1}{du}\cos\beta+\frac{dz_1}{du}\cos\gamma-\frac{dT_1}{du}\cos w\right). \end{aligned}$$

Nun ist nach 30) und 31):

$$\frac{dx_1}{du}\cos\alpha+\frac{dy_1}{du}\cos\beta+\frac{dz_1}{du}\cos\gamma-\frac{dT_1}{du}\cos w=\frac{dT_1}{du}\frac{\sin^2 w}{\cos w},$$

$$x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta+z_1\cos\gamma-T_1\cos w=\Omega.$$

Die rechte Seite der Gleichung 69) reducirt sich also auf:

$$-\frac{\sin^2 w}{\Omega\cos w}\frac{1}{D_1}\frac{dT_1}{du}.$$

Da nun der Differentialquotient dieses Ausdrucks nach $v$ gleich der linken Seite der Gleichung 68) ist, so hat man zur Bestimmung von $\frac{\sqrt{E}}{r'}$ folgende Gleichung:

70) $$d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cdot\frac{\sqrt{E}}{r'}=\operatorname{tang} w\, d\frac{\frac{1}{D_1}\frac{dT_1}{du}}{dv}.$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hülfe der Gleichung 65) auch schreiben:

$$d\frac{\frac{T_1}{D_1}}{dv}\cdot\frac{\sqrt{E}}{r'}=\frac{\sin w}{2\Omega}d\frac{\frac{1}{D_1}\frac{dD_1}{du}}{dv}.$$

Die Gleichung

$$D_1=x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2$$

zweimal nach $v$ differentiirt, giebt nach 26):

71) $$\frac{d^2D_1}{dv^2}=2\left(x_1\frac{d^2x_1}{dv^2}+y_1\frac{d^2y_1}{dv^2}+z_1\frac{d^2z_1}{dv^2}-T_1\frac{d^2T_1}{dv^2}\right).$$

Durch Differentiation der Gleichungen 67) in Beziehung auf $v$ erhält man:

$$\left(D_1\frac{d^2T_1}{dv^2}-T_1\frac{d^2D_1}{dv^2}\right)\cos a-\left(D_1\frac{dT_1}{dv}-T_1\frac{dD_1}{dv}\right)\frac{\sqrt{G}}{r''}\cos a''=D_1\frac{d^2x_1}{dv^2}-x_1\frac{d^2D_1}{dv^2},$$

$$\left(D_1\frac{d^2T_1}{dv^2}-T_1\frac{d^2D_1}{dv^2}\right)\cos b-\left(D_1\frac{dT_1}{dv}-T_1\frac{dD_1}{dv}\right)\frac{\sqrt{G}}{r''}\cos b''=D_1\frac{d^2y_1}{dv^2}-y_1\frac{d^2D_1}{dv^2},$$

$$\left(D_1\frac{d^2T_1}{dv^2}-T_1\frac{d^2D_1}{dv^2}\right)\cos c-\left(D_1\frac{dT_1}{dv}-T_1\frac{dD_1}{dv}\right)\frac{\sqrt{G}}{r''}\cos c''=D_1\frac{d^2z_1}{dv^2}-z_1\frac{d^2D_1}{dv^2}.$$

Man bilde die Summe der Quadrate dieser Gleichungen, ziehe auf beiden Seiten

$$\left(D_1\frac{d^2T_1}{dv^2}-T_1\frac{d^2D_1}{dv^2}\right)^2$$

ab. Unter Beinahme der Gleichung 71) folgt dann:

$$72)\quad \left(D_1\frac{dT_1}{dv}-T_1\frac{dD_1}{dv}\right)^2\left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2=D_1^2\left[\left(\frac{d^2x_1}{dv^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y_1}{dv^2}\right)^2+\left(\frac{d^2z_1}{dv^2}\right)^2-\left(\frac{d^2T_1}{dv^2}\right)^2\right].$$

Die Gleichungen 62) geben:

$$\left(\frac{d^2x_1}{dv^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y_1}{dv^2}\right)^2+\left(\frac{d^2z_1}{dv^2}\right)^2-\left(\frac{d^2T_1}{dv^2}\right)^2=\left(\frac{d^2V_1}{dv^2}\right)^2-\frac{d^2V}{dv^2}\frac{d^2V_2}{dv^2}.$$

Die Gleichung 64) nach $v$ differentiirt, darauf quadrirt und durch die Gleichung 64) dividirt giebt:

$$\left(\frac{d^2V_1}{dv^2}\right)^2=\frac{\left(\frac{dV}{dv}\frac{d^2V_2}{dv^2}+\frac{dV_2}{dv}\frac{d^2V}{dv^2}\right)^2}{4\frac{dV}{dv}\frac{dV_2}{dv}}$$

also:

$$\left(\frac{d^2V_1}{dv^2}\right)^2-\frac{d^2V}{dv^2}\frac{d^2V_2}{dv^2}=\frac{\left(\frac{dV}{dv}\frac{d^2V_2}{dv^2}-\frac{dV_2}{dv}\frac{d^2V}{dv^2}\right)^2}{4\frac{dV}{dv}\frac{dV_2}{dv}}.$$

Setzt man im Nenner des vorstehenden Ausdrucks wieder:

$$\frac{dV}{dv}\frac{dV_2}{dv} = \left(\frac{dV_1}{dv}\right)^2,$$

so lässt sich die Gleichung 72) auf folgende Art schreiben:

$$73) \qquad \left(D_1\frac{dT_1}{dv} - T_1\frac{dD_1}{dv}\right)^2\left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2 = D_1^2\left(\frac{\frac{dV}{dv}\frac{d^2V_2}{dv^2} - \frac{dV_2}{dv}\frac{d^2V}{dv^2}}{2\frac{dV_1}{dv}}\right)^2.$$

Durch diese Gleichung ist $\frac{\sqrt{G}}{r''}$ bestimmt.

Die Gleichungen 62) geben $x_1$, $y_1$, $z_1$ und $T_1$; durch die Gleichungen 53) und 61) sind die Werthe von $M$, $q$. $\varphi$ und die Integrale $J$. $J_1$, $J_2$ definirt. Die Relation zwischen den Functionen $V$, $V_1$ und $V_2$ ist in der Gleichung 64) enthalten. Durch die vorhergehenden Quantitäten sind dann nach 67) $\cos a$. $\cos b$ und $\cos c$ bestimmt. Substituirt man in den Gleichungen 23) die Werthe von $\xi^*$, $\eta^*$, $\zeta^*$, $p^*$ und $U$ aus 28) und 28*), zieht die Gleichungen 29) noch in Betracht, so sind die Coordinaten $x$, $y$, $z$ eines Punktes einer Fläche mit einem System sphärischer Krümmungslinien vollständig als Functionen zweier Variabelen dargestellt. An Stelle der Gleichungen 23) sind vortheilhafter die weiter unten entwickelten Gleichungen 80) zu nehmen. Die Curve, auf welcher die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen, lässt sich, analog wie in XI, durch eine andere Curve ersetzen.

Es sei:

$$74) \qquad \xi_0 = \xi_2^* - q_2 U\xi^*, \quad \eta_0 = \eta_2^* - q_2 U\eta^*, \quad \zeta_0 = \zeta_2^* - q_2 U\zeta^*,$$

oder nach 28) und 28*):

$$75) \qquad \xi_0 = \xi_2^* - \frac{q_2\cos\alpha}{\sin w}, \quad \eta_0 = \eta_2^* - \frac{q_2\cos\beta}{\sin w}, \quad \zeta_0 = \zeta_2^* - \frac{q_2\cos\gamma}{\sin w}.$$

Man kann $(\xi_0, \eta_0, \zeta_0)$ als Punkt $\Pi_0$ einer Curve doppelter Krümmung ansehn. In Beziehung auf diese Curve versehe man alle in I definirten Grössen mit dem Index 0. Die Gleichungen 75) geben dann, wegen 29), nach $u$ differentiirt:

$$\cos\alpha_0 \frac{ds_0}{du} = -\frac{\cos\alpha}{\Omega} d\frac{\frac{q_2\Omega}{\sin w}}{du},$$

$$\cos\beta_0 \frac{ds_0}{du} = -\frac{\cos\beta}{\Omega} d\frac{\frac{q_2\Omega}{\sin w}}{du},$$

$$\cos\gamma_0 \frac{ds_0}{du} = -\frac{\cos\gamma}{\Omega} d\frac{\frac{q_2\Omega}{\sin w}}{du}.$$

Nimmt man:

76) $$\frac{ds_0}{du} = \frac{-1}{\Omega} d\frac{\frac{q_2\Omega}{\sin w}}{du},$$

so ist $\cos\alpha_0 = \cos\alpha$, $\cos\beta_0 = \cos\beta$, $\cos\gamma_0 = \cos\gamma$. Hieraus folgt weiter:

$$\lambda_0 = \lambda, \quad l_0 = l, \quad \frac{\varrho_0}{r_0} = \frac{\varrho}{r}, \quad d\omega_0 = d\omega \text{ etc.}$$

In den Gleichungen 28), 29), 34) und 62) können alle von $s$ direct abhängigen Grössen mit dem Index 0 versehn und dann als Functionen von $s_0$ betrachtet werden, wobei die Gleichungen 74) und 75) bestehn. Lässt man der Einfachheit halber den Index 0 wieder weg, so bleiben die Gleichungen 28), 29), 34) und 62) unverändert an Stelle der Gleichungen 74) und 75) treten die folgenden:

77) $$\xi = \xi_2^* - q_2 U\xi^*, \quad \eta = \eta_2^* - q_2 U\eta^*, \quad \zeta = \zeta_2^* - q_2 U\zeta^*.$$

78) $$\xi_2^* = \xi + \frac{q_2\cos\alpha}{\sin w}, \quad \eta_2^* = \eta + \frac{q_2\cos\beta}{\sin w}, \quad \zeta_2^* = \zeta + \frac{q_2\cos\gamma}{\sin w}.$$

In den Gleichungen 78) sind $\xi$, $\eta$, $\zeta$ die Coordinaten eines Punktes $II$ einer beliebigen Curve doppelter Krümmung, für welche die in I aufgestellten Gleichungen gelten. Der Punkt $(\xi_2^*, \eta_2^*, \zeta_2^*)$ liegt auf der Tangente des Punktes $II$. Die Gleichungen 78) gehn durch Vertauschung von $w$ mit $\sigma_0$ direct in die Gleichungen 41) von IX über, sie

entsprechen ebenfalls den Gleichungen 31) von XI, wenn $\sin w = 1$ und $q_2 = R_2$ genommen wird.

Aus den Gleichungen 28), 28*) und 29) folgt durch Differentiation nach $u$:

$$d\frac{p_2 - q_2 Up^*}{du} = d\frac{p_2 - q_2 \cot w}{du} = \frac{-\cos w}{\Omega} d\frac{\frac{q_2 \Omega}{\sin w}}{du}.$$

Mit Rücksicht auf die Gleichung 76) folgt, wenn $s$ statt $s_0$ gesetzt wird:

$$d\frac{p_2 - q_2 Up^*}{du} = d\frac{p_2 - q_2 \cot w}{du} = \cos w \frac{ds}{du},$$

oder:

79) $$p_2 - q_2 Up^* = p_2 - q_2 \cot w = \int \cos w \, ds.$$

Substituirt man in die Gleichungen 23) den Werth von $U$ aus 28*), ferner die Werthe von $\xi_2^*$, $\eta_2^*$, $\zeta_2^*$ und $p_2$ aus 78) und 79), so folgt:

80)
$$\begin{cases} x + r'' \cos a - \xi = \dfrac{2q_2\Omega}{\sin w} \dfrac{x_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2}, \\ y + r'' \cos b - \eta = \dfrac{2q_2\Omega}{\sin w} \dfrac{y_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2}, \\ z + r'' \cos c - \zeta = \dfrac{2q_2\Omega}{\sin w} \dfrac{z_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2}, \\ r'' - \int \cos w \, ds = \dfrac{2q_2\Omega}{\sin w} \dfrac{T_1}{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2}. \end{cases}$$

Die vorstehenden Gleichungen in Verbindung mit den Gleichungen 62) oder 62*) scheinen das einfachste System zu bilden, welches sich für Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien aufstellen lässt.

Da:

$$\frac{d\xi}{ds} = \cos\alpha, \quad \frac{d\eta}{ds} = \cos\beta, \quad \frac{d\zeta}{ds} = \cos\gamma,$$

so geben die Gleichungen 78) und 79) zu dem folgenden symmetrischen Systeme Veranlassung:

$$\begin{aligned}
\xi_2^* &= \int \cos\alpha\, ds + \frac{q_2}{\sin w}\cos\alpha,\\
\eta_2^* &= \int \cos\beta\, ds + \frac{q_2}{\sin w}\cos\beta,\\
\zeta_2^* &= \int \cos\gamma\, ds + \frac{q_2}{\sin w}\cos\gamma,\\
p_2 &= \int \cos w\, ds + \frac{q_2}{\sin w}\cos w.
\end{aligned} \qquad 81)$$

## B. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer planen Curve.

Ist die Curve, gebildet aus den Mittelpunkten der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien, plan, so können für die Curve, auf welcher der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ liegt, zwei Fälle eintreten. Die bemerkte Curve bleibt eine beliebige Raumcurve, oder sie ist ebenfalls plan. Im letztgenannten Falle erfordern die in A. aufgestellten Formeln einige Modificationen, welche wesentlich darauf beruhn, dass $x_1$, $y_1$, und $z_1$ nicht mehr, wie im allgemeinen Falle, durch symmetrisch gestaltete Gleichungen bestimmt werden. Diese Modificationen, welche keine weitläufigen Rechnungen erfordern, sollen zuerst untersucht werden. Es seien also $\zeta_2^*$ und $\zeta$ gleichzeitig constant. Nimmt man die Ebene der planen Curven zur Ebene der $x$ und $y$, so ist einfacher $\zeta_2^* = 0$ und $\zeta = 0$, also $r = \infty$. Man führe den Winkel $\varepsilon$ durch die Gleichung:

$$d\varepsilon = \frac{ds}{\varrho}$$

ein und setze:

$$\begin{aligned}
&\cos\alpha = \sin\varepsilon, \quad \cos\beta = -\cos\varepsilon, \quad \cos\gamma = 0.\\
&\cos\lambda = \cos\varepsilon, \quad \cos\mu = \sin\varepsilon, \quad \cos\nu = 0,
\end{aligned} \qquad 82)$$

Für $\zeta^* = 0$ geben die Gleichungen 21) $\frac{dz_1}{dw} = 0$, d. h. $z_1$ ist nur

von $v$ abhängig. In den Gleichungen 30) werde $\varepsilon$ an Stelle von $u$ als unabhängige Variabele genommen, unter Beachtung der Gleichungen 82) folgt dann:

$$83) \qquad \frac{dx_1}{d\varepsilon} = \frac{\sin\varepsilon}{\cos w}\frac{dT_1}{d\varepsilon}, \quad \frac{dy_1}{d\varepsilon} = -\frac{\cos\varepsilon}{\sin w}\frac{dT_1}{d\varepsilon}.$$

Die Gleichung 31) reducirt sich auf:

$$84) \qquad x_1\sin\varepsilon - y_1\cos\varepsilon = \Omega + T_1\cos w.$$

Wird diese Gleichung nach $\varepsilon$ differentiirt, so folgt, unter Anwendung der Gleichungen 83):

$$x_1\cos\varepsilon + y_1\sin\varepsilon = \frac{d\Omega}{d\varepsilon} - \operatorname{tang} w\, d\frac{T_1\sin w}{d\varepsilon},$$

oder:

$$85) \qquad T_1\sin w = T, \qquad\qquad 86) \qquad \cot w = p,$$

gesetzt:

$$87) \qquad x_1\cos\varepsilon + y_1\sin\varepsilon = \frac{d\Omega}{d\varepsilon} - \frac{1}{p}\frac{dT}{d\varepsilon}.$$

Eine weitere Differentiation der vorstehenden Gleichung nach $\varepsilon$ liefert, in Verbindung mit den Gleichungen 83), 84) und 85), folgende Differentialgleichung für $T$:

$$88) \qquad d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT}{d\varepsilon}}{d\varepsilon} - pT = \frac{d^2\Omega}{d\varepsilon^2} + \Omega.$$

Es sei:

$$89) \qquad q = \int p\, d\varepsilon = \int \cot w\, d\varepsilon.$$

Die beiden particulären Integrale von:

$$d\frac{\frac{1}{p}\frac{dT_0}{d\varepsilon}}{d\varepsilon} - pT_0 = 0,$$

oder nach 89) von:

$$\frac{d^2 T_0}{dq^2} - T_0 = 0$$

sind $e^q$ und $e^{-q}$. In der Gleichung 88) ist also:

90) $$T = K_1 e^q + K_2 e^{-q},$$

wo für $K_1$ und $K_2$ die folgenden Gleichungen stattfinden:

91) $$\frac{dK_1}{d\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\Omega}{d\varepsilon^2} + \Omega\right)e^{-q}, \quad \frac{dK_2}{d\varepsilon} = -\frac{1}{2}\left(\frac{d^2\Omega}{d\varepsilon^2} + \Omega\right)e^{q}.$$

Die wiederholte Integratio per partes, nebst $\frac{dq}{d\varepsilon} = \cot w$, giebt:

$$\int \frac{d^2\Omega}{d\varepsilon^2} e^{-q}\, d\varepsilon = \frac{d\Omega}{d\varepsilon} e^{-q} + \Omega e^{-q}\cot w + \int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\left(\cos^2 w + \frac{dw}{d\varepsilon}\right)e^{-q}\, d\varepsilon,$$

$$-\int \frac{d^2\Omega}{d\varepsilon^2} e^{q}\, d\varepsilon = -\frac{d\Omega}{d\varepsilon} e^{q} + \Omega e^{q}\cot w - \int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\left(\cos^2 w - \frac{dw}{d\varepsilon}\right)e^{q}\, d\varepsilon.$$

Setzt man zur Vereinfachung:

92) $$\int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\left(1 + \frac{dw}{d\varepsilon}\right)e^{-q}\, d\varepsilon = J_1, \quad \int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\left(1 - \frac{dw}{d\varepsilon}\right)e^{q}\, d\varepsilon = J_2,$$

so geben die Gleichungen 91) integrirt:

$$2K_1 = V_1 + \frac{d\Omega}{d\varepsilon} e^{-q} + \Omega e^{-q}\cot w + J_1,$$

$$2K_2 = V_2 - \frac{d\Omega}{d\varepsilon} e^{q} + \Omega e^{q}\cot w - J_2.$$

Es sind $V_1$ und $V_2$ Functionen von $v$. Die Substitution dieser Werthe von $K_1$ und $K_2$ in die Gleichung 90) giebt für $T$ folgenden Ausdruck:

$$T = \Omega\cot w + \frac{V_1 + J_1}{2} e^{q} + \frac{V_2 - J_2}{2} e^{-q}.$$

Man setze diesen Werth von $T$ in die Gleichungen 84), 85) und

87). Mit Rücksicht auf die Bedeutung der in 92) aufgestellten Integrale $J_1$ und $J_2$ folgt:

$$93)\quad \begin{cases} T_1 \sin w = \Omega \cot w + \dfrac{V_1 + J_1}{2} e^q + \dfrac{V_2 - J_2}{2} e^{-q}, \\ x_1 \sin\varepsilon - y_1 \cos\varepsilon = \dfrac{\Omega}{\sin^2 w} + \left[\dfrac{V_1 + J_1}{2} e^q + \dfrac{V_2 - J_2}{2} e^{-q}\right] \cot w, \\ x_1 \cos\varepsilon + y_1 \sin\varepsilon = -\dfrac{V_1 + J_1}{2} e^q + \dfrac{V_2 - J_2}{2} e^{-q}. \end{cases}$$

Die vorstehenden Gleichungen geben:

$$\left(\frac{dT_1}{dv}\right)^2 - \left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2 - \left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2 = \frac{dV_1}{dv}\frac{dV_2}{dv}.$$

Hierdurch nimmt die Gleichung 26) die Form:

$$94)\quad \left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2 = \frac{dV_1}{dv}\frac{dV_2}{dv}$$

an, wo $z_1$ eine beliebige Function von $v$ ist. Die Gleichungen 93) und 94) entsprechen den Gleichungen 62) und 64). Setzt man:

$$D_1 = \frac{\Omega^2}{\sin^2 w} + z_1^2 - (V_1 + J_1)(V_2 - J_2),$$

so behält die Gleichung 70) ihre Form bei, an Stelle der Gleichung 73) ist folgende zu nehmen:

$$\left(D_1 \frac{dT_1}{dv} - T_1 \frac{dD_1}{dv}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2 = D_1^2 \left(\frac{\dfrac{dV_1}{dv}\dfrac{d^2V_2}{dv^2} - \dfrac{dV_2}{dv}\dfrac{d^2V_1}{dv^2}}{\dfrac{dz_1}{dv}}\right)^2.$$

Für die Gleichungen 93) bleiben die Gleichungen 80) unverändert, nur dass $\zeta = 0$ zu setzen ist.

Nimmt man $\zeta^*$ von Null verschieden an, so liegt der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ auf einer beliebigen Curve doppelter Krümmung, die Gleichungen 62) oder 62*) von A behalten dann ihre Gültigkeit. Es sei $\zeta^* = k$, wo $k$ eine Constante bedeutet, nach den Gleichungen 28) ist dann:

95) $$\cos\gamma = k\Omega.$$

Nimmt man in 21) $\zeta^* = k$, so ist:

$$\frac{dz_1}{du} = k\,d\frac{\frac{q_2 U}{\Delta}}{du},$$

oder nach 22*):

$$2\frac{dz_1}{du} = k\,d\frac{x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2}{du}.$$

Bedeutet $F(v)$ eine beliebige Function von $v$, so liefert die Integration der vorstehenden Gleichung:

96) $$z_1 - F(v) = \frac{k}{2}(x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2).$$

Die Bestimmung der Function $F(v)$ lässt sich, bei einiger Vorsicht, mit mässigem Aufwande analytischer Rechnungen ausführen, wobei sich einige bemerkenswerthe Relationen ergeben. Man substituire in der Gleichung 96) für $z_1$ und $x_1^2+y_1^2+z_1^2-T_1^2$ ihre Werthe aus 62*) und 63). Das Resultat dieser Substitutionen lässt sich schreiben:

97) $$-F(v)-\frac{k}{2}(V_1^2-VV_2)+\frac{PV}{2}+P_1V_1+\frac{P_2V_2}{2}+P_3=0.$$

Es haben $P$, $P_1$ und $P_2$ folgende Bedeutungen:

98)
$$\begin{cases} P = t\cot w\cos\gamma - \frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}\cos\nu + \left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}}{d\omega} - pt\right)\cos n - kJ, \\ P_1 = t_1\cot w\cos\gamma - \frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}\cos\nu + \left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega} - pt_1\right)\cos n - kJ_1, \\ P_2 = t_2\cot w\cos\gamma - \frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}\cos\nu + \left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega} - pt_2\right)\cos n - kJ_2. \end{cases}$$

Was den Werth von $P_8$ betrifft, so lässt sich derselbe mittelst der vorstehenden Gleichungen auf folgende Form reduciren:

$$P_8 = \frac{\Omega \cos\gamma}{\sin^2 w} - \frac{k\Omega^2}{2\sin^2 w} - \frac{PJ_2}{2} - \frac{P_2 J}{2} + P_1 J_1 + \frac{k}{2}(J_1^2 - JJ_2).$$

Man multiplicire diese Gleichung mit $2k$ und setze rechts nach 95) $k\Omega = \cos\gamma$. Es folgt dann:

$$99) \qquad 2kP_8 = \frac{\cos^2\gamma}{\sin^2 w} + (kJ_1 + P_1)^2 - (kJ + P)(kJ_2 + P_2) + PP_2 - P_1^2.$$

Multiplicirt man das Integral $J$ aus 61) mit $k$ und setzt dann im Integrale $k\Omega = \cos\gamma$, so ist auch:

$$100) \qquad kJ = k\int \frac{\Omega}{\cos w} d\frac{\frac{t}{\sin w}}{d\omega} d\omega = \int \frac{\cos\gamma}{\cos w} d\frac{\frac{t}{\sin w}}{d\omega} d\omega.$$

Aus der Gleichung 34) ist:

$$\frac{r}{\varrho} = p \operatorname{tang} w,$$

mittelst dieser Gleichung lassen sich die Differentialquotienten von $\cos\gamma$, $\cos\nu$ und $\cos n$ nach $\omega$ auf folgende Art schreiben:

$$101) \quad \frac{d\cos\gamma}{d\omega} = p \operatorname{tang} w \cos\nu, \quad \frac{d\cos\nu}{d\omega} = -p \operatorname{tang} w \cos\gamma - \cos n, \quad \frac{d\cos n}{d\omega} = \cos\nu.$$

Es werde nun der Werth von $P$ aus der ersten Gleichung 98) in Beziehung auf $\omega$ differentiirt. Es ist $t$ ein particuläres Integral der Differentialgleichung 40). diese Bemerkung genügt, um mit Hülfe der Gleichungen 100) und 101) die Gleichung:

$$\frac{dP}{d\omega} = 0$$

darzuthun. Es ist also $P$ eine absolute Constante. Dasselbe gilt von $P_1$ und $P_2$. Weniger einfach lässt sich die Unabhängigkeit des letzten Terms $P_8$ der Gleichung 97) von $\omega$ beweisen. In der Gleichung 99) setze man die Werthe von $kJ + P$, $kJ_1 + P_1$, $kJ_2 + P_2$ aus den Glei-

chungen 98) ein. Eine, unter Zuziehung der Gleichungen 53) und 54), leicht zu übersehende Rechnung, führt zu folgendem Resultate:

$$102) \qquad 2kP_3 = 1 + PP_2 - P_1^2.$$

Setzt man hieraus den Werth von $P_3$ in die Gleichung 97), so ist:

$$2kF(v) = (kV + P_2)(kV_2 + P) - (kV_1 - P_1)^2 + 1,$$

wodurch $F(v)$ in Function von $V$, $V_1$ und $V_2$ bestimmt ist. Aus den Gleichungen 62*) lassen sich die Integrale $J$, $J_1$ und $J_2$ mittelst der Gleichungen 98) eliminiren. Man multiplicire die Gleichungen 62*) mit $k$, setze dann $k\Omega = \cos\gamma$ und

$$kV - kJ_2 = kV + P_2 - (P_2 + kJ_2),\ kV_1 + J_1 = kV_1 - P_1 + (P_1 + kJ_1),$$
$$kV_2 - kJ = kV_2 + P - (P + kJ).$$

In den so umgeformten Gleichungen sind die Functionen:

$$kV + P_2,\quad kV_1 - P_1,\quad kV_2 + P$$

von $v$ enthalten. Man kann, unbeschadet der Allgemeinheit, $P = 0$, $P_1 = 0$, $P_2 = 0$ setzen, wodurch die in 64) enthaltene Relation zwischen $V$, $V_1$ und $V_2$ nicht geändert wird. Mit Rücksicht auf die Gleichungen 53) und 54) entsprechen dann einer planen Curve der Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien folgende Gleichungen:

$$T_1 \sin w = \frac{Vt}{2} + V_1 t_1 + \frac{V_2 t_2}{2},$$

$$x_1\cos\alpha + y_1\cos\beta + \left(z_1 - \frac{1}{k}\right)\cos\gamma = \left[\frac{Vt}{2} + V_1 t_1 + \frac{V_2 t_2}{2}\right]\cot w,$$

$$x_1\cos\lambda + y_1\cos\mu + \left(z_1 - \frac{1}{k}\right)\cos\nu = -\frac{V}{2}\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega} - V_1\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega} - \frac{V_2}{2}\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega},$$

$$x_1\cos l + y_1\cos m + \left(z_1 - \frac{1}{k}\right)\cos n = \frac{V}{2}\left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt}{d\omega}}{d\omega} - pt\right)$$
$$+ V_1\left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_1}{d\omega}}{d\omega} - pt_1\right) + \frac{V_2}{2}\left(d\frac{\frac{1}{p}\frac{dt_2}{d\omega}}{d\omega} - pt_2\right).$$

Die dritte Gleichung 78) giebt $\zeta_2^* = 0$ gesetzt:

$$\frac{q_2}{\sin w} = -\frac{\zeta}{\cos\gamma}.$$

Die beiden ersten Gleichungen 78) lassen sich hierdurch auf folgende Formen bringen:

$$\xi_2^* = \xi - \zeta\frac{\cos\alpha}{\cos\gamma} = \xi - \zeta\frac{\frac{d\xi}{ds}}{\frac{d\zeta}{ds}}, \quad \eta_2^* = \eta - \zeta\frac{\cos\beta}{\cos\gamma} = \eta - \zeta\frac{\frac{d\eta}{ds}}{\frac{d\zeta}{ds}},$$

oder, wenn $\zeta$ zur unabhängigen Variabelen genommen wird:

$$\xi^* = -\zeta^2 d\frac{\frac{\xi}{\zeta}}{d\zeta}, \quad \eta^* = -\zeta^2 d\frac{\frac{\eta}{\zeta}}{d\zeta}.$$

## C. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer Geraden.

Analog wie bei den in B untersuchten Flächen können zwei Fälle stattfinden, deren jeder eine besondere Ausführung erfordert, je nachdem der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ ebenfalls, wie die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien, auf einer Geraden liegt, oder einer beliebigen Curve angehört. Es wird sich ergeben, dass die Curve plan ist. Der Einfachheit halber, soll der erstgenannte Fall zuerst betrachtet werden.

Liegt der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ auf einer Geraden, wird dieselbe zur Axe der $z$ genommen, so hat man in den Gleichungen 28) $\cos\alpha = 0$, $\cos\beta = 0$ und $\cos\gamma = 1$, also $\xi^* = 0$, $\eta^* = 0$. Die Gleichungen 30) und 31) geben dann:

$$\frac{dx_1}{du} = 0, \quad \frac{dy_1}{du} = 0, \quad \frac{dz_1}{du} = \frac{1}{\cos w}\frac{dT_1}{du}, \quad z_1 = \Omega + T_1\cos w.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen findet man leicht:

$$T_1 \sin w = V_1 + \Omega \cot w + \int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\, dw,$$

103)

$$z_1 = V_1 \cot w + \frac{\Omega}{\sin^2 w} + \cot w \int \frac{\Omega}{\sin^2 w}\, dw.$$

Es ist $V_1$ eine Function von $v$. In den beiden rechts stehenden Integralen ist $w$ zur Integrationsvariabelen genommen. Mit Hülfe der beiden vorstehenden Gleichungen reducirt sich die Gleichung 26) auf:

$$\left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2 = \left(\frac{dV_1}{dv}\right)^2.$$

Ist $\psi$ eine Function von $v$, $F(\psi)$ eine Function von $\psi$, so lässt sich die vorstehende Gleichung durch die folgenden ersetzen:

104) $$x_1 = F''(\psi)\cos\psi + F'(\psi)\sin\psi, \quad y_1 = F''(\psi)\sin\psi - F'(\psi)\cos\psi,$$
$$V_1 = F''(\psi) + F(\psi),$$

wo $F'(\psi)$ und $F''(\psi)$ die Derivirten erster und zweiter Ordnung von $F(\psi)$ nach $\psi$ sind.

Der zweite Fall, wenn der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ auf einer Curve liegt, bildet eine Combination der beiden in B geführten Untersuchungen. Um an dieselben direct anschliessen zu können, liege der Mittelpunkt der Kugelfläche der sphärischen Krümmungslinien auf der Axe der $y$, oder auch auf einer Parallelen zu derselben. Es sind dann $\xi_2^*$ und $\zeta_2^*$ constant, also nach 13) auch $\xi^*$ und $\zeta^*$. In Folge der Gleichungen 28) ist:

$$\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha} = \frac{\zeta^*}{\xi^*}.$$

Stellt man das linksstehende Verhältniss aus den Gleichungen 78) her, so ist auch:

$$\frac{\zeta_2^* - \zeta}{\xi_2^* - \xi} = \frac{\zeta^*}{\xi^*}$$

oder:

$$(\zeta_2^* - \zeta)\xi^* - (\xi_2^* - \xi)\zeta^* = 0.$$

In dieser Gleichung sind nur $\xi$ und $\zeta$ variabel. Der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ liegt also in einer festen Ebene, welche der $y$-Axe parallel ist. Wird diese Ebene zur Coordinatenebene der $x$ und $y$ genommen, so ist $\zeta_2^* = \zeta = 0$ und $\zeta^* = 0$. In den Gleichungen 21) ist also $\xi^*$ constant und $\zeta^* = 0$. Setzt man $\xi^* = k$, so hat man nach 21) und 22*) die beiden Relationen:

$$\frac{dz_1}{du} = 0.$$

$$\frac{dx_1}{du} = \frac{k}{2} d \frac{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2}{du}.$$

Die zweite Gleichung integrirt giebt:

105) $$x_1 - F(v) = \frac{k}{2}(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - T_1^2),$$

wo $F(v)$ eine Function von $v$ bedeutet. Da $\zeta = 0$, so gelten wieder die Gleichungen 82) bis 93) von B, zu denen noch die Gleichung 105) zu nehmen ist. Die Gleichungen 28) geben $\xi^* = k$ und $\cos\alpha = \sin\varepsilon$ gesetzt:

106) $$\sin\varepsilon = k\Omega.$$

Wird aus der vorstehenden Gleichung der Werth von $\Omega$ in die Gleichungen 92) substituirt, so gehn dieselben über in:

107) $$\int \frac{\sin\varepsilon}{\sin^2 w}\left(1 + \frac{dw}{d\varepsilon}\right) e^{-q}\, d\varepsilon = kJ_1, \quad \int \frac{\sin\varepsilon}{\sin^2 w}\left(1 - \frac{dw}{d\varepsilon}\right) e^{q}\, d\varepsilon = kJ_2.$$

Man setze aus den Gleichungen 93) und 106) die Werthe von $x_1$, $y_1$, $z_1$, $T_1$ und $\Omega$ in die Gleichung 105), wodurch dieselbe sich auf folgende Form bringen lässt:

$$-2kF(v) + (kV_1 + P_1)(kV_2 + P_2) + \frac{\sin^2\varepsilon}{\sin^2 w} + (kJ_1 - P_1)(kJ_2 + P_2) = 0,$$

wo:

108) $$P_1 = (\cot w \sin\varepsilon + \cos\varepsilon) e^{-q} + kJ_1,$$
$$P_2 = (\cot w \sin\varepsilon - \cos\varepsilon) e^{q} - kJ_2,$$

Die beiden letzten Gleichungen 109) geben:

$$\frac{dr''}{dv} = \frac{2q_2(V''' + V')}{\sin^2 w \,.\, D_1^2}(1 + V^2 + V'^2).$$

Werden die drei ersten Gleichungen 109) nach $v$ differentiirt, so erhält man mittelst der vorstehenden Gleichung:

$$110) \quad \begin{cases} \cos a = \sin w \cos v + 2\dfrac{\cos w - V\sin w}{1 + V^2 + V'^2}(V\cos v - V'\sin v), \\ \cos b = \sin w \sin v + 2\dfrac{\cos w - V\sin w}{1 + V^2 + V'^2}(V\sin v + V'\cos v), \\ \cos c = \cos w - 2\dfrac{\cos w - V\sin w}{1 + V^2 + V'^2}. \end{cases}$$

Man differentiire die Gleichungen 110) nach $v$ und setze:

$$\frac{\sqrt{G}}{r''} = \frac{2(V + V'')\cos w + (1 - V^2 + V'^2 - 2VV'')\sin w}{1 + V^2 + V'^2}.$$

Für $\cos a''$, $\cos b''$ und $\cos c''$ ergeben sich dann folgende Gleichungen:

$$\cos a'' = \frac{2VV'\cos v + (1 + V^2 - V'^2)\sin v}{1 + V^2 + V'^2},$$

$$\cos b'' = \frac{2VV'\sin v - (1 + V^2 - V'^2)\cos v}{1 + V^2 + V'^2},$$

$$\cos c'' = \frac{-2V'}{1 + V^2 + V'^2}.$$

Es sind $\cos a''$, $\cos b''$ und $\cos c''$ von $u$ unabhängig, die betreffenden Flächen sind also durch

$$\frac{d\sqrt{E}}{dv} = 0$$

characterisirt. Diese Bedingung ergiebt sich durch Vertauschung von $u$ mit $v$ aus:

$$\frac{d\sqrt{G}}{du} = 0.$$

Die Gleichungen 109) und 110) geben:

$$x^2+y^2+z^2 = [\int q_2\, dw]^2 + q_2^2.$$

Ein weiterer Verfolg der Gleichungen 109) und 110) würde wieder auf die in IX gefundenen Resultate führen. Die Aufstellung der Gleichungen 109) und 110) ist in sofern nicht ohne Interesse, als dieselbe auf den allgemeinen Formeln dieses Abschnitts beruht.

## Anhang.

### A. Bemerkungen über die Flächen, für welche die Krümmungslinien eines Systems gleichzeitig geodätische Linien sind.

Die Flächen mit einem Systeme planer Krümmungslinien, deren Ebenen die Normalen der Flächen enthalten, bieten ein besonderes Interesse, sowohl in Beziehung auf ihre Entstehungsweise, wie durch ihr häufiges Auftreten bei geometrischen Problemen. Aus diesem Grunde sollen die in IV B aufgestellten Gleichungen 48) und 50) noch einige Umformungen erleiden, welche für verschiedene Anwendungen vortheilhaft sind.

Man kann die Gleichungen 48) von IV B auf folgende Weise darstellen, welche zu ziemlich einfachen geometrischen Interpretationen Veranlassung giebt:

$$1)\quad \begin{cases} x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = \dfrac{\varrho}{r}[f''(\omega)+f(\omega)], \\ x(\cos l\sin\omega+\cos\lambda\cos\omega)+y(\cos m\sin\omega+\cos\mu\cos\omega)+z(\cos n\sin\omega+\cos\nu\cos\omega) \\ \qquad = -f(\omega)\sin\omega - f'(\omega)\cos\omega + \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \\ x(\cos l\cos\omega-\cos\lambda\sin\omega)+y(\cos m\cos\omega-\cos\mu\sin\omega)+z(\cos n\cos\omega-\cos\nu\sin\omega) \\ \qquad = -f(\omega)\cos\omega + f'(\omega)\sin\omega + \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi. \end{cases}$$

Legt man die Gleichungen 50) von IVB zu Grunde, so lässt sich an Stelle der vorstehenden Gleichungen 1) das folgende System aufstellen:

$$2)\quad \begin{cases} (x-\xi)\cos\alpha+(y-\eta)\cos\beta+(z-\zeta)\cos\gamma = 0, \\ (x-\xi)(\cos l\sin\omega+\cos\lambda\cos\omega)+(y-\eta)(\cos m\sin\omega+\cos\mu\cos\omega) \\ \qquad +(z-\zeta)(\cos n\sin\omega+\cos\nu\cos\omega) = \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi+V\sin\psi, \\ (x-\xi)(\cos l\cos\omega-\cos\lambda\sin\omega)+(y-\eta)(\cos m\cos\omega-\cos\mu\sin\omega) \\ \qquad +(z-\zeta)(\cos n\cos\omega-\cos\nu\sin\omega) = \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi-V\cos\psi. \end{cases}$$

In den Gleichungen 2) ist $(\xi, \eta, \zeta)$ ein Punkt einer beliebigen Curve doppelter Krümmung, für welche die in I entwickelten Formeln gelten. Die in IVB gegebene Ableitung setzt voraus, dass $f(\omega)$ nicht der Differentialgleichung:

$$3)\quad d\frac{\frac{\varrho}{r}[f''(\omega)+f(\omega)]}{d\omega}+\frac{r}{\varrho}f'(\omega) = 0$$

genügen darf, wenn man sich der Gleichungen 2) bedienen will. Findet die Gleichung 3) statt, so sind die Gleichungen 1) zu nehmen. Nach den in I gegebenen Formeln, sind $\cos l$, $\cos m$, und $\cos n$ die particulären Integrale der Differentialgleichung 3). Bezeichnen $x_0$, $y_0$, $z_0$ arbiträre Constanten, so ist in 3):

$$4)\quad -f(\omega) = x_0\cos l+y_0\cos m+z_0\cos n.$$

Aus der vorstehenden Gleichung folgt, durch Differentiation nach $\omega$,

$$-f'(\omega) = x_0\cos\lambda+y_0\cos\mu+z_0\cos\nu,$$

$$\frac{\varrho}{r}[f''(\omega)+f(\omega)] = x_0\cos\alpha+y_0\cos\beta+z_0\cos\gamma.$$

Die vorstehenden Gleichungen lassen an Stelle der Gleichungen 1) ein System treten, welches unmittelbar aus 1) für $f(\omega) = 0$ und durch Vertauschung von $x$, $y$, $z$ respective mit $x-x_0$, $y-y_0$, $z-z_0$ folgt.

Die Constanten $x_0$, $y_0$, $z_0$ beziehn sich nur auf eine Verlegung des Anfangspunkts der Coordinaten. Man kann also, ohne die Allgemeinheit der Formeln zu verringern, $x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0$, d. i. nach 4) $f(\omega) = 0$ nehmen. Findet also für $f(\omega)$ die Differentialgleichung 3) statt, so setze man in den Gleichungen 1) $f(\omega) = 0$. Die Ebenen des Systems planer Krümmungslinien schneiden sich dann sämmtlich in einem festen Punkte, dem Anfangspunkte der Coordinaten.

In den Gleichungen 1) sind die Ebenen der planen Krümmungslinien den Normalebenen einer Curve doppelter Krümmung $\Gamma$ parallel. Man kann die bemerkten Ebenen auch den rectificirenden Ebenen einer Curve $\Gamma_1$ im Raume parallel nehmen. Es ergeben sich dann sehr einfache und symmetrische Gleichungen. Es verdient indessen hierbei hervorgehoben zu werden, dass diese Vereinfachung nicht für den allgemeinen Fall planer Krümmungslinien stattfindet. In dem allgemeinen Falle werden die Formeln im Gegentheil weitläufiger und dadurch für Anwendungen weniger brauchbar.

Es seien $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ die Winkel, welche die Tangente im Punkte $\Pi_1$ der Curve $\Gamma_1$ mit den Coordinatenaxen bildet. Bezeichnet man das Bogenelement der Curve $\Gamma_1$ allgemein durch $ds_1$, so können $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ als Functionen von $s_1$ angesehn werden.

Man setze:

$$5) \qquad \cos l \sin\omega + \cos\lambda\cos\omega = \cos\alpha_1, \quad \cos m \sin\omega + \cos\mu\cos\omega = \cos\beta_1$$
$$\cos n \sin\omega + \cos\nu\cos\gamma = \cos\gamma_1.$$

Auf die rechten Seiten der vorstehenden Gleichungen lassen sich die in I aufgestellten Formeln anwenden, wenn alle dort vorkommenden Quantitäten mit dem Index 1 versehen werden. Unter dieser Voraussetzung geben die Gleichungen 5) differentiirt:

$$-\frac{\cos\alpha\cos\omega}{\varrho}\,ds = \frac{\cos\lambda_1}{\varrho_1}\,ds_1, \quad -\frac{\cos\beta\cos\omega}{\varrho}\,ds = \frac{\cos\mu_1}{\varrho_1}\,ds_1,$$
$$-\frac{\cos\gamma\cos\omega}{\varrho}\,ds = \frac{\cos\nu_1}{\varrho_1}\,ds_1.$$

Nimmt man hierin:

$$6) \qquad \frac{\cos\omega\, ds}{\varrho} = \frac{ds_1}{\varrho_1},$$

so finden die Gleichungen statt:

$$7) \qquad -\cos\alpha = \cos\lambda_1, \quad -\cos\beta = \cos\mu_1, \quad -\cos\gamma = \cos\nu_1,$$

Nach den Gleichungen I 8) und I 7) ist,

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos\lambda_1 & \cos\mu_1 & \cos\nu_1 \\ \cos\alpha_1 & \cos\beta_1 & \cos\gamma_1 \end{vmatrix} = \cos l_1, \qquad \begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma \\ \cos l & \cos m & \cos n \\ \cos\lambda & \cos\mu & \cos\nu \end{vmatrix} = 1.$$

Bildet man das Product dieser Gleichungen, so folgt unter Anwendung der Gleichungen 5) und 7):

$$\cos l\cos\omega - \cos\lambda\sin\omega = \cos l_1.$$

Es ergeben sich so die folgenden Gleichungen:

$$8) \qquad \cos l\cos\omega - \cos\lambda\sin\omega = \cos l_1, \quad \cos m\cos\omega - \cos\mu\sin\omega = \cos m_1,$$
$$\cos n\cos\omega - \cos\nu\sin\omega = \cos n_1.$$

Differentiirt man diese Gleichungen, berücksichtigt die Gleichungen 7), so folgt:

$$9) \qquad -\frac{\sin\omega\, ds}{\varrho} = \frac{ds_1}{r_1}.$$

Man setze:

$$10) \qquad -\frac{\varrho}{r}\left[f''(\omega)+f(\omega)\right] = \Omega_1,$$

wo $\Omega_1$ eine Function von $s$ oder $s_1$ bedeutet. Mit Hülfe dieses Werthes von $\Omega_1$, sowie der Gleichungen 6) und 9) erhält man einfach durch Differentiation:

$$-d\left[f'(\omega)\cos\omega+f(\omega)\sin\omega\right] = -\left[f''(\omega)+f(\omega)\right]\frac{\cos\omega\, ds}{r} = \frac{\Omega_1\cos\omega ds}{\varrho} = \frac{\Omega_1 ds_1}{\varrho_1},$$

$$d\left[f'(\omega)\sin\omega - f(\omega)\cos\omega\right] = \left[f''(\omega)+f(\omega)\right]\frac{\sin\omega\, ds}{r} = \frac{-\Omega_1\sin\omega ds}{\varrho} = \frac{\Omega_1 ds_1}{r_1}.$$

Durch Integration geben diese Gleichungen:

$$11)\qquad \begin{aligned} -[f'(\omega)\cos\omega + f(\omega)\sin\omega] &= h_1 + \int \frac{\Omega_1\, ds_1}{\varrho_1}, \\ f'(\omega)\sin\omega - f(\omega)\cos\omega &= h_2 + \int \frac{\Omega_1\, ds_1}{r_1}, \end{aligned}$$

wo $h_1$ und $h_2$ Constanten sind. Die beiden Constanten $h_1$ und $h_2$ kann man annulliren. Da die rechten Seiten der beiden letzten Gleichungen 1) mit Hülfe der Gleichungen 11) transformirt werden sollen, so verschwinden $h_1$ und $h_2$ wenn $V$ durch $V_1 + h_2\cos\psi - h_1\sin\psi$ ersetzt wird, wo $V_1$ eine arbiträre Function von $v$ bezeichnet. In die Gleichungen 1) führe man aus den Gleichungen 5) bis 11) die bestimmenden Elemente der Curve $\Gamma_1$ ein, wobei noch $h_1 = 0$, $h_2 = 0$ zu setzen ist. Das System 1) lässt sich durch das folgende einfachere System ersetzen:

$$12)\qquad \begin{cases} x\cos\lambda_1 + y\cos\mu_1 + z\cos\nu_1 = \Omega_1, \\ x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 = \int \frac{\Omega_1}{\varrho_1} ds_1 + \frac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \\ x\cos l_1 + y\cos m_1 + z\cos n_1 = \int \frac{\Omega_1}{r_1} ds_1 + \frac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi. \end{cases}$$

Bei Anwendungen der Gleichungen 12) kann man den Index 1 einfach weglassen. Dieses ist im Vorstehenden unterlassen, damit nicht dieselben Quantitäten $\alpha$, $l$, $\lambda$ etc. sich auf verschiedene Curven beziehn, wodurch die Vergleichung von Resultaten erschwert wird.

In den Gleichungen 10), 11) und 12) von IV nehme man $\cos\sigma = 0$, $\sin\sigma = 1$ und nach IV B $\theta = \omega + \psi$. Man führe ferner mittelst der obigen Gleichungen 5), 7) und 8) die Winkel $\alpha_1$, $\lambda_1$, $l_1$ etc. ein. Hierdurch folgt:

$$13)\qquad \begin{cases} \cos a = -\cos\alpha_1\sin\psi + \cos l_1\cos\psi, \\ \cos b = -\cos\beta_1\sin\psi + \cos m_1\cos\psi, \\ \cos c = -\cos\gamma_1\sin\psi + \cos n_1\cos\psi. \end{cases} \qquad 14)\qquad \begin{cases} \cos a' = \cos\lambda_1, \\ \cos b' = \cos\mu_1, \\ \cos c' = \cos\nu_1. \end{cases}$$

15)
$$\begin{cases} \cos a'' = \cos\alpha_1 \cos\psi + \cos l_1 \sin\psi, \\ \cos b'' = \cos\beta_1 \cos\psi + \cos m_1 \sin\psi, \\ \cos c'' = \cos\gamma_1 \cos\psi + \cos n_1 \sin\psi. \end{cases}$$

Die erste Gleichung 12) gibt nach $u$ differentiirt:

$$(\cos a' \cos\lambda_1 + \cos b' \cos\mu_1 + \cos c' \cos\nu_1)\sqrt{E}$$
$$-(x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1)\frac{1}{\varrho_1}\frac{ds_1}{du}$$
$$-(x\cos l_1 + y\cos m_1 + z\cos n_1)\frac{1}{r_1}\frac{ds_1}{du} = \frac{d\Omega_1}{du}.$$

Wegen der Gleichungen 12) und 14) giebt die vorstehende Gleichung:

$$\frac{d\Omega_1}{du} = \frac{d\Omega_1}{ds_1}\frac{ds_1}{du}$$

gesetzt:

16)
$$\sqrt{E}\frac{du}{ds_1} = \frac{d\Omega_1}{ds_1} + \frac{1}{\varrho_1}\left[\int\frac{\Omega_1}{\varrho_1}ds_1 + \frac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi\right]$$
$$+\frac{1}{r_1}\left[\int\frac{\Omega_1}{r_1}ds_1 + \frac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi\right].$$

Wird die zweite oder dritte Gleichung 12) nach $v$ differentiirt, so erhält man mittelst der Gleichungen 15):

17)
$$\sqrt{G}\frac{dv}{d\psi} = \frac{d^2V}{d\psi^2} + V.$$

Durch Differentiation der Gleichungen 13) nach $u$ und $v$ und Zuziehung der Gleichungen 14) und 15) findet man:

18)
$$\frac{\sqrt{E}}{r'}\frac{du}{ds_1} = \frac{\sin\psi}{\varrho_1} - \frac{\cos\psi}{r_1}.$$

19)
$$\frac{\sqrt{G}}{r''}\frac{dv}{d\psi} = 1.$$

Ist in den Gleichungen 1) $f(\omega) = 0$, so ist nach 10) in den Gleichungen 12) $\Omega_1 = 0$. Wenn $f(\omega)$ nicht verschwindet, so kann man das System der Gleichungen 2) statt der Gleichungen 1) nehmen. In den Gleichungen 2) und 12) setze man:

$$20) \qquad X = \frac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \quad Y = \frac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi.$$

Man kann $X$ und $Y$ als Coordinaten eines Punktes einer planen Curve $C$ ansehn, es sei $O$ der Anfangspunkt des Systems der $X$ und $Y$. Die Gleichungen 2) und 12) bestimmen dann dieselbe plane Curve $C$ in beliebig vielen Lagen, wenn die Ebene der Curve sich in einer bestimmten, gleich zu definirenden Weise fortbewegt. Es seien $\xi$, $\eta$, $\zeta$ die Coordinaten eines Punktes $\Pi$ einer Curve doppelter Krümmung $\Gamma$. Die Curve $\Gamma$ hat unendlich viele Evoluten, es sei $\Gamma'$ eine beliebig gewählte Evolute von $\Gamma$ und $\Pi'$ der Punkt von $\Gamma'$, welcher dem Punkte $\Pi$ entspricht. Es sind dann:

$$\cos l \sin\omega + \cos\lambda\cos\omega, \quad \cos m\sin\omega + \cos\mu\cos\omega, \quad \cos n\sin\omega + \cos\nu\cos\omega,$$

die Cosinus der Winkel, welche die Verbindungslinie der Punkte $\Pi$ und $\Pi'$ mit den Coordinatenaxen einschliesst. Die Gleichungen 2) geben folgende Entstehungsweise der durch dieselben analytisch definirten Flächen.

Theorem.

In einer Ebene werde eine feste Curve $C$ angenommen und zwei bestimmte zu einander orthogonale Geraden, welche sich in einem Punkte $O$ schneiden. Es sei $\Gamma$ eine beliebige Curve doppelter Krümmung, $\Gamma'$ eine Evolute von $\Gamma$, ferner seien $\Pi$ und $\Pi'$ zwei Punkte von $\Gamma$ und $\Gamma'$, welche einander entsprechen. Die Curve $C$ bewege sich nun so, dass der Punkt $O$ die Curve $\Gamma$ durchläuft, dass die Ebene von $C$ mit der jedesmaligen Normalebene eines Punktes $\Pi$ von $\Gamma$ zusammenfällt und eine der beiden festen Geraden in der Ebene von $C$ auf die Verbindungslinie der Punkte $\Pi$ und $\Pi'$ zu liegen kommt. Die Curve $C$ erzeugt dann die allgemeinste Fläche, auf welcher sie gleichzeitig Krümmungslinie und geodätische Curve ist.

Dieser Satz erfordert eine Modification, wenn sich die Curve $\Gamma$ auf einen Punkt reducirt, oder besser, die Ebene von $C$ immer durch einen festen Punkt geht. Ist die Curve $\Gamma$ plan, so ist nach IV D die Fläche die Enveloppe einer Rotationsfläche, welche sich so bewegt, dass ihre Axe immer senkrecht zu einer Ebene $H$ bleibt, und ein fester Punkt

der Axe eine beliebige Curve $\Gamma$ in der Ebene $H$ durchläuft. Geht die Ebene der Curve $C$ durch einen festen Punkt, so sei derselbe der Anfangspunkt der Coordinaten, die Gleichungen 12) geben dann $\Omega_1 = 0$ gesetzt:

$$21) \quad \begin{cases} x\cos\lambda_1 + y\cos\mu_1 + z\cos\nu_1 = 0, \\ x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1 = \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \\ x\cos l_1 + y\cos m_1 + z\cos n_1 = \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi. \end{cases}$$

Diese Gleichungen geben folgendes

Theorem.

In einer Ebene $E$ werde eine feste Curve $C$ und zwei bestimmte, zu einander orthogonale, Geraden angenommen, welche sich in einem Punkte $O$ schneiden. Die Ebene $E$ drehe sich um den Punkt $O$ derart, dass die beiden festen Geraden den Tangenten und Binormalen der verschiedenen Punkte einer Curve doppelter Krümmung beständig parallel bleiben. Die Curve $C$ erzeugt dann die allgemeinste Fläche mit einem System planer Krümmungslinien, dessen Ebenen die Normalen der Fläche enthalten und beständig durch einen festen Punkt gehn.

Die Gleichungen 21) lassen noch folgende geometrische Deutung zu. Durch Elimination von $\psi$ zwischen der zweiten und dritten der Gleichungen 21) folgt:

$$22) \quad x\cos l_1 + y\cos m_1 + z\cos n_1 = \Phi(x\cos\alpha_1 + y\cos\beta_1 + z\cos\gamma_1),$$

wo $\Phi$ eine beliebige Function ihres Arguments ist. Die vorstehende Gleichung nach $s_1$ differentiirt, giebt:

$$\left(\frac{1}{r_1} - \frac{\Phi'}{\varrho_1}\right)(x\cos\lambda_1 + y\cos\mu_1 + z\cos\nu_1) = 0,$$

d. i.

$$x\cos\lambda_1 + y\cos\mu_1 + z\cos\nu_1 = 0,$$

was wieder die erste Gleichung 21) ist. Die in Rede stehende Fläche

ist also auch die Enveloppe einer Cylinderfläche, deren Kanten den Hauptnormalen einer Curve doppelter Krümmung parallel sind.

Die Flächen, definirt durch die Gleichungen 21), haben eine geometrische Eigenschaft, die sich unmittelbar auf folgende Art ergiebt. Die Summe der Quadrate der Gleichungen 21), nämlich:

$$x^2+y^2+z^2=\left(\frac{dV}{d\psi}\right)^2+V^2,$$

ist unabhängig von $u$. Durch Differentiation nach $u$ folgt:

23) $$x\frac{dx}{du}+y\frac{dy}{du}+z\frac{dz}{du}=0,$$

oder:

24) $$x\cos a'+y\cos b'+z\cos c'=0.$$

Die Verbindungslinien der Punkte der Fläche mit einem festen Punkte stehn auf den Tangenten zu einem der Hauptschnitte senkrecht. Findet umgekehrt die Gleichung 23) statt, so ist $G$ von $u$ unabhängig. Die Gleichung 24) nach $v$ differentiirt giebt nämlich:

25) $$(x\cos a''+y\cos b''+z\cos c'')\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{G}}{du}=0.$$

Die Annahme:

$$x\cos a''+y\cos b''+z\cos c''=0,$$

oder:

$$x\frac{dx}{dv}+y\frac{dy}{dv}+z\frac{dz}{dv}=0,$$

zeigt in Verbindung mit der Gleichung 23), dass $x^2+y^2+z^2$ constant ist, der Punkt $(x, y, z)$ also einer Kugelfläche angehört. Von diesem besonderen Falle abgesehn, gibt die Gleichung 25):

$$\frac{d\sqrt{G}}{du}=0,$$

als allgemeine Lösung. Die Gleichung 24) zieht die Gleichung:

$$d\frac{x\cos a+y\cos b+z\cos c}{du}=0$$

nach sich. Ist eine Gleichung von der Form:

$$26)\qquad x\cos a+y\cos b+z\cos c=F[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]$$

gegeben, wo $F(t)$ eine beliebige Function von $t$ ist, so giebt diese Gleichung nach $u$ und $v$ differentiirt:

$$27)\quad \begin{cases}(x\cos a'+y\cos b'+z\cos c')\left[\frac{1}{r'}+\frac{F'[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right]\sqrt{E}=0,\\ (x\cos a''+y\cos b''+z\cos c'')\left[\frac{1}{r''}+\frac{F'[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right]\sqrt{G}=0.\end{cases}$$

Die Gleichungen 27) geben zu vier Annahmen Veranlassung, von denen zwei auf die Kugelflächen führen, nämlich:

$$x\cos a'+y\cos b'+z\cos c'=0,\quad x\cos a''+y\cos b''+z\cos c''=0$$

und:

$$\frac{1}{r'}=\frac{1}{r''}=-\frac{F'[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$$

Die letzte Doppelgleichung schliesst auch noch die Ebene ein. Mit Beseitigung dieser besonderen Fälle werden die Gleichungen 27) allgemeiner erfüllt durch:

$$28)\qquad x\cos a'+y\cos b'+z\cos c'=0,\quad \frac{1}{r''}+\frac{F'[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=0,$$

oder:

$$x\cos a''+y\cos b''+z\cos c''=0,\quad \frac{1}{r'}+\frac{F'[\sqrt{x^2+y^2+z^2}]}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=0.$$

Die beiden letzten Annahmen gehn durch Vertauschung von $u$ und $v$ in einander über. Die erste der Gleichungen 28) hat wieder:

$$\frac{d\sqrt{G}}{du}=0$$

zu Folge. Durch die Gleichung 26) sind die Flächen definirt, welche die Eigenschaft haben, dass, in Beziehung auf einen festen Punkt $O$, für jeden Punkt $P$ der Fläche, die Projection des Radius vectors $OP$ auf die Normale im Punkte $P$ zur Fläche, eine Function des Radius vectors $OP$ ist. Die Gleichung 26) lässt sich auch mit einem photometrischen Problem in Verbindung setzen. Es werde eine Fläche von einem Punkte $O$ aus beleuchtet, die Helligkeit in einem Punkte $P$ der Fläche ist abhängig von der Distanz $OP$ und dem Incidenzwinkel, welchen der einfallende Strahl $OP$ mit der Normalen des Punktes $P$ bildet. Nach den Principien der Photometrie ist das Maass der Helligkeit im Punkte $P$ proportional dem Cosinus des Incidenzwinkels, dividirt durch das Quadrat der Distanz des Punktes $P$ vom leuchtenden Punkte $O$. Setzt man statt des Quadrats der Distanz eine beliebige Function derselben, so hat allgemeiner die Intensität der Beleuchtung zum Maass den Ausdruck:

$$29) \qquad \frac{x\cos a + y\cos b + z\cos c}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\Phi\left[\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right] = T,$$

wo $T$ zur abkürzenden Bezeichnung des links stehenden Ausdrucks gesetzt ist. Soll die Helligkeit in jedem Punkte einer Fläche, welche von einem Punkte aus beleuchtet ist, dieselbe sein, so ist in 29) $T$ constant. Dann findet aber die Gleichung 26) statt, $x$, $y$ und $z$ sind durch die Gleichungen 21) bestimmt. Setzt man ihre Werthe aus 21) in die Gleichung 29), substituirt ferner die Werthe von $\cos a$, $\cos b$ und $\cos c$ aus den Gleichungen 13), nimmt $Tg = -1$, wo $g$ eine Constante bedeutet, so folgt:

$$30) \qquad \frac{V}{\sqrt{V^2+\left(\frac{dV}{d\psi}\right)^2}}\Phi\left[\sqrt{V^2+\left(\frac{dV}{d\psi}\right)^2}\right] = \frac{1}{g}.$$

Für eine gegebene Function $\Phi$ ist aus dieser Gleichung $V$ als Function von $\psi$ zu bestimmen. Ist $V$ als Function von $\psi$ bekannt, so lässt sich mittelst der Gleichungen 20) die Curve finden, von deren Be-

stimmung die Aufstellung gleichmässig beleuchteter Flächen abhängt. Aus dem Vorstehenden ergiebt sich folgendes

Theorem.

Eine Fläche werde von einem Punkte $O$ aus beleuchtet, die Helligkeit in einem Punkte $P$ der Fläche sei dem Product proportional aus dem Cosinus des Incidenzwinkels in eine Function der Distanz der Punkte $O$ und $P$. Alle Flächen, welche in jedem Punkte dieselbe Helligkeit besitzen, haben die Eigenschaft, dass ein System von Krümmungslinien plan ist, die Ebenen des Systems die Normalen zur Fläche enthalten und sämmtlich durch den Punkt $O$ gehn.

Nimmt man in 30) $\Phi(t) = \frac{1}{t^{2p}}$ und $g = k^{2p}$, so ist:

$$\frac{V}{\left[V^2+\left(\frac{dV}{d\psi}\right)^2\right]^{p+\frac{1}{2}}} = \frac{1}{k^{2p}}.$$

Durch Integration folgt:

$$V = k\left[\sin\frac{2p}{2p+1}(\psi+\psi_0)\right]^{\frac{2p+1}{2p}},$$

wo $\psi_0$ eine Constante bedeutet, welche auf die Relation zwischen $X$ und $Y$, d. h. auf die Form der Curve $C$, von keinem Einfluss ist. Diesem Werthe von $V$ entsprechend hat man in 20):

$$X\cos\psi_0 - Y\sin\psi_0 = k\left[\sin\frac{2p}{2p+1}(\psi+\psi_0)\right]^{\frac{1}{2p}}\cos\frac{\psi+\psi_0}{2p+1},$$

$$X\sin\psi_0 + Y\cos\psi_0 = k\left[\sin\frac{2p}{2p+1}(\psi+\psi_0)\right]^{\frac{1}{2p}}\sin\frac{\psi+\psi_0}{2p+1}.$$

Für den Fall der Natur ist $p = 1$, dann geben die vorstehenden Gleichungen:

$$(X^2+Y^2)^2 = 2k^2(X\cos\psi_0 - Y\sin\psi_0)(X\sin\psi_0 + Y\cos\psi_0).$$

Nimmt man $\psi_0 = \frac{\pi}{4}$, so folgt:

$$(X^2 + Y^2)^2 = k^2(X^2 - Y^2),$$

was die bekannte Gleichung der Lemniscate ist. Die aus den Gleichungen 29) und 30) erhaltenen Resultate finden sich, soweit dieselben auf Photometrie Bezug haben, zuerst mitgetheilt in den „Nachrichten v. d. K. G. d. W. Aus dem Jahre 1866" (pag. 270 u. f.).

## B. Die Flächen der Krümmungscentra, mit besonderer Beziehung auf Flächen mit einem System planer Krümmungslinien.

Die Endpunkte der beiden Hauptkrümmungshalbmesser $r'$ und $r''$ liegen bekanntlich auf zwei Flächen, welche zuerst von Monge angegeben sind und die Flächen, oder auch die Schalen, der Krümmungscentra heissen mögen*). Diese beiden Flächen geben zu einigen bemerkenswerthen Sätzen Veranlassung, wenn die primitive Fläche ein System planer Krümmungslinien besitzt. Mit Hülfe der in II aufgestellten Gleichungen lassen sich die Untersuchungen für die Flächen der Krümmungscentra ziemlich einfach und leicht durchführen. Für die folgenden Anwendungen ist eine Aufstellung der wesentlichsten Formeln erforderlich, eine Aufstellung, die um so mehr geboten erscheint, als ein nur annäherend befriedigendes analytisches Material, bisher nicht vorhanden war.

Dem Punkte $P$ einer Fläche $S$ mögen die beiden Punkte $P_1$ und und $P_2$ durch die folgenden Gleichungen entsprechen:

*) Die erste Erwähnung findet sich in der schon früher citirten Abhandlung von Monge: »Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais« in der Histoire de l'Académie pour l'année MDCCLXXXI. (Paris 1784.) Auf pag. 693 ist die Aufgabe gestellt »Trouver les équations de deux surfaces qui sont les lieux géométriques des centres de moindre et de plus grande courbure.« Diese Untersuchungen finden sich erweitert in der »Application de l'analyse à la géométrie.« (Cinquième éd. Paris 1850) pag. 134—139, so wie den §§ XXIII, XXIV und XXV.

$$1)\quad \begin{cases} x_1 = x + r'\cos a, \\ y_1 = y + r'\cos b, \\ z_1 = z + r'\cos c. \end{cases} \qquad 2)\quad \begin{cases} x_2 = x + r''\cos a, \\ y_2 = y + r''\cos b, \\ z_2 = z + r''\cos c. \end{cases}$$

Die beiden Punkte $P_1$ und $P_2$ liegen auf den beiden Schalen $S_1$ und $S_2$ der Krümmungscentra der Fläche $S$. Die rechten Seiten der Gleichungen 1) und 2) gestatten directe Anwendungen der in II aufgestellten Gleichungen, wobei es hinreichend ist, diese Anwendungen nur für eins der Systeme 1) oder 2) vollständig durchzuführen. Da die Gleichungen 1) und 2) durch gegenseitige Vertauschung von $u$ und $v$ in einander übergehn, so lassen sich ohne weitere Rechnungen aus Formeln, welche für das eine System gelten, die Formeln für das andere System schliessen.

Analog den in II gebrauchten Bezeichnungen sollen für die Flächen $S_1$ und $S_2$ die folgenden stattfinden:

$$3)\quad \begin{cases} \left(\frac{dx_1}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{du}\right)^2 = E_1, \\ \left(\frac{dx_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dv}\right)^2 = G_1, \\ \frac{dx_1}{du}\frac{dx_1}{dv} + \frac{dy_1}{du}\frac{dy_1}{dv} + \frac{dz_1}{du}\frac{dz_1}{dv} = F_1. \end{cases}$$

$$4)\quad \begin{cases} \left(\frac{dx_2}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{du}\right)^2 + \left(\frac{dz_2}{du}\right)^2 = E_2, \\ \left(\frac{dx_2}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dv}\right)^2 + \left(\frac{dz_2}{dv}\right)^2 = G_2, \\ \frac{dx_2}{du}\frac{dx_2}{dv} + \frac{dy_2}{du}\frac{dy_2}{dv} + \frac{dz_2}{du}\frac{dz_2}{dv} = F_2. \end{cases}$$

Die Gleichungen 1) geben nach $u$ und $v$ differentiirt, unter Anwendung der in II aufgestellten Formeln:

$$5)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{du} = \frac{dr'}{du}\cos a, \\ \frac{dy_1}{du} = \frac{dr'}{du}\cos b, \\ \frac{dz_1}{du} = \frac{dr'}{du}\cos c. \end{cases} \qquad 6)\quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dv} = \frac{dr'}{dv}\cos a + \frac{r''-r'}{r''}\sqrt{G}\cos a'', \\ \frac{dy_1}{dv} = \frac{dr'}{dv}\cos b + \frac{r''-r'}{r''}\sqrt{G}\cos b'', \\ \frac{dz_1}{dv} = \frac{dr'}{dv}\cos c + \frac{r''-r'}{r''}\sqrt{G}\cos c''. \end{cases}$$

Mit Rücksicht auf die in II aufgestellte Gleichung 13) geben die vorstehenden Gleichungen 5) und 6):

$$7)\qquad \begin{cases} \dfrac{dy_1}{du}\dfrac{dz_1}{dv} - \dfrac{dy_1}{dv}\dfrac{dz_1}{du} = -(r''-r')\dfrac{dr'}{du}\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\cos a', \\ \dfrac{dz_1}{du}\dfrac{dx_1}{dv} - \dfrac{dz_1}{dv}\dfrac{dx_1}{du} = -(r''-r')\dfrac{dr'}{du}\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\cos b', \\ \dfrac{dx_1}{du}\dfrac{dy_1}{dv} - \dfrac{dx_1}{dv}\dfrac{dy_1}{du} = -(r''-r')\dfrac{dr'}{du}\dfrac{\sqrt{G}}{r''}\cos c'. \end{cases}$$

Es ist weiter:

$$8)\qquad \begin{vmatrix} \dfrac{d^2x_1}{du^2} & \dfrac{d^2y_1}{du^2} & \dfrac{d^2z_1}{du^2} \\ \dfrac{dx_1}{du} & \dfrac{dy_1}{du} & \dfrac{dz_1}{du} \\ \dfrac{dx_1}{dv} & \dfrac{dy_1}{dv} & \dfrac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} = (r''-r')\left(\frac{dr'}{du}\right)^2\frac{\sqrt{EG}}{r'r''}.$$

$$9)\qquad \begin{vmatrix} \dfrac{d^2x_1}{du\,dv} & \dfrac{d^2y_1}{du\,dv} & \dfrac{d^2z_1}{du\,dv} \\ \dfrac{dx_1}{du} & \dfrac{dy_1}{du} & \dfrac{dz_1}{du} \\ \dfrac{dx_1}{dv} & \dfrac{dy_1}{dv} & \dfrac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} = 0.$$

$$10)\qquad \begin{vmatrix} \dfrac{d^2x_1}{dv^2} & \dfrac{d^2y_1}{dv^2} & \dfrac{d^2z_1}{dv^2} \\ \dfrac{dx_1}{du} & \dfrac{dy_1}{du} & \dfrac{dz_1}{du} \\ \dfrac{dx_1}{dv} & \dfrac{dy_1}{dv} & \dfrac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} = -(r''-r')\frac{dr'}{du}\frac{dr''}{du}\frac{r'}{\sqrt{E}}\left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^3.$$

Aus den Gleichungen 5) und 6) findet man:

$$11)\qquad E_1 = \left(\frac{dr'}{du}\right)^2,\quad G_1 = \left(\frac{dr'}{dv}\right)^2 + \left(\frac{r''-r'}{r''}\right)^2 G,\quad F_1 = \frac{dr'}{du}\frac{dr'}{dv}.$$

Sind $r'_1$ und $r''_1$ die beiden Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche $S_1$ im Punkte $P_1$, so erhält man aus den Gleichungen 8), 9), 10) und 11):

$$12) \qquad \frac{1}{r'_1 r''_1} = -\frac{\dfrac{dr''}{du}}{\dfrac{dr'}{du}} \frac{1}{(r''-r')^2}.$$

$$13) \qquad \left(\frac{1}{r'_1}+\frac{1}{r''_1}\right)(r''-r')^2 \frac{dr'}{du}\frac{\sqrt{E}}{r'}\left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2 = \left(\frac{dr'}{dv}\frac{\sqrt{E}}{r'}\right)^2 + \left[(r''-r')\frac{\sqrt{EG}}{r'r''}\right]^2 - \frac{dr'}{du}\frac{dr''}{du}\left(\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2.$$

Sind ferner $r'_2$ und $r''_2$ die beiden Hauptkrümmungshalbmesser der Fläche $S_2$ im Punkte $P_2$, so geben die Gleichungen 11), 12) und 13) durch Vertauschung von $u$ und $v$, also von $E$, $G$, $r'$ und $r''$ respective mit $G$, $E$, $r''$ und $r'$ die nachstehenden

$$14) \qquad E_2 = \left(\frac{dr''}{du}\right)^2 + \left(\frac{r'-r''}{r'}\right)^2 E, \quad G_2 = \left(\frac{dr''}{dv}\right)^2, \quad F_2 = \frac{dr''}{du}\frac{dr''}{dv}.$$

$$15) \qquad \frac{1}{r'_2 r''_2} = -\frac{\dfrac{dr'}{dv}}{\dfrac{dr''}{dv}} \frac{1}{(r'-r'')^2}.$$

$$16) \qquad \left(\frac{1}{r'_2}+\frac{1}{r''_2}\right)(r'-r'')^2 \frac{dr''}{dv}\frac{\sqrt{G}}{r''}\left(\frac{\sqrt{E}}{r'}\right)^2 = \left(\frac{dr''}{du}\frac{\sqrt{G}}{r''}\right)^2 + \left[(r'-r')\frac{\sqrt{EG}}{r'r''}\right]^2 - \frac{dr'}{dv}\frac{dr''}{dv}\left(\frac{\sqrt{E}}{r'}\right)^2.$$

Die vorstehenden Gleichungen sind auf die Kugelfläche und die developpabeln Flächen nicht anwendbar. Sieht man eine developpabele Fläche als Tangentenfläche einer Curve doppelter Krümmung $\Gamma$ an, so ist die rectificirende Fläche der Curve $\Gamma$ die Fläche der Krümmungscentra der endlichen Hauptkrümmungshalbmesser der Tangentenfläche

von $\Gamma$. Werden bei einer Kegelfläche die Generatricen den Tangenten einer Curve $\Gamma$ parallel genommen, so ist die Fläche der Krümmungscentra wieder eine Kegelfläche, deren Generatricen den rectificirenden Geraden von $\Gamma$ parallel sind*).

In der „Application de l'analyse à la géométrie" (V. éd. Paris 1850) finden sich der Reihe nach folgende von Monge sehr detaillirt ausgeführte Untersuchungen in Beziehung auf die Flächen, für welche eine der Schalen der Krümmungscentra gegeben ist.

§ XXIII. De la surface courbe dont toutes les normales sont tangentes à la surface d'une même sphère. (p. 246—286).

§ XXIV. De la surface courbe dont toutes les normales sont tangentes à une même surface conique a base arbitraire. (p. 286—321).

§ XXV. De la surface courbe dont toutes les normales sont tangentes à une même surface développable quelconque. (p. 322—368).

Die von Monge behandelten Probleme lassen sich in ein Problem zusammenfassen, nämlich in die Bestimmung der Flächen, für welche ein System von Krümmungslinien aus geodätischen Linien besteht.

Ist eine der Schalen der Krümmungscentra eine developpabele Fläche, so sei dieses mit der Fläche $S_1$ der Fall. In der Gleichung 12) verschwindet die linke Seite, da $r'_1 = \infty$ oder $r''_1 = \infty$, es ist also $\frac{dr''}{du} = 0$, also auch $\frac{dG}{du} = 0$.

---

*) Die Gleichungen 12) und 15) geben, wenn $r' - r''$ constant ist folgendes Theorem.

Ist für eine Fläche in jedem ihrer Punkte die Differenz der Hauptkrümmungshalbmesser constant, so haben die beiden Flächen der Krümmungscentra überall constantes, negatives Krümmungsmaass.

Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, dass sich nur besondere Fälle von Flächen von constantem, negativem Krümmungsmaass ergeben können. Nimmt man eine Helikoidfläche, so sind die beiden Flächen der Krümmungscentra wieder Helikoidflächen. Aus der allgemeinsten Helikoidfläche, für welche die Differenz der Hauptkrümmungshalbmesser constant ist, lassen sich nur zwei besondere Helikoidflächen von constantem, negativem Krümmungsmaass herleiten, wie eine Rechnung ergiebt, deren Ausführung hier unterbleiben möge.

Ist eine der Flächen der Krümmungscentra eine Kugelfläche, so sei dieses die Fläche $S_2$. Bedeutet $k$ eine Constante, wird der Mittelpunkt der Kugelfläche zum Anfangspunkt der Coordinaten genommen, so ist:

$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = k^2,$$

oder die Werthe von $x_2$, $y_2$, $z_2$ aus 2) substituirt:

17) $$(x + r'' \cos a)^2 + (y + r'' \cos b)^2 + (z + r'' \cos c)^2 = k^2.$$

Diese Gleichung nach $v$ differentiirt giebt:

18) $$(x \cos a + y \cos b + z \cos c + r'') \frac{dr''}{dv} = 0.$$

Nimmt man $\frac{dr''}{dv} = 0$, so ist die Fläche $S$ die Enveloppe einer Kugelfläche von variabelem Radius, deren Mittelpunkt eine beliebige Curve beschreibt. Die eine Fläche der Krümmungscentra reducirt sich dann auf die beliebige Curve. Hiervon abgesehn, kann die Gleichung 18) nur die Lösung:

19) $$x \cos a + y \cos b + z \cos c + r'' = 0$$

geben. Die Elimination von $r''$ zwischen den Gleichungen 18) und 19) giebt:

20) $$x^2 + y^2 + z^2 = k^2 + (x \cos a + y \cos b + z \cos c)^2.$$

Diese Gleichung enthält in der That die Bedingung, dass die Normale des Punktes $(x, y, z)$ der Fläche $S$ eine um den Anfangspunkt der Coordinaten mit dem Radius $k$ beschriebene Kugelfläche berühre. Die Gleichung 20) ist in der allgemeinen Form der Gleichung 26) von Anhang A enthalten. Sie führt wieder auf die Gleichungen:

$$x \cos a' + y \cos b' + z \cos c' = 0, \quad \frac{dG}{du} = 0.$$

Aus den Gleichungen 1) und 7) folgt:

21) $$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \frac{dx_1}{du} & \frac{dy_1}{du} & \frac{dz_1}{du} \\ \frac{dx_1}{dv} & \frac{dy_1}{dv} & \frac{dz_1}{dv} \end{vmatrix} = -(r'' - r') \frac{dr'}{du} \frac{\sqrt{G}}{r''} \cdot (x \cos a' + y \cos b' + z \cos c').$$

Es verschwindet die links stehende Determinante wenn

$$x\cos a' + y\cos b' + z\cos c' = 0,$$

die berührende Ebene zur Schale $S_1$ im Punkte $(x_1, y_1, z_1)$ geht dann durch einen festen Punkt, den Anfangspunkt der Coordinaten. Die Fläche $S_1$ ist also allgemein eine Kegelfläche, wenn für die primitive Fläche $S$ die Relation:

22) $$x\cos a + y\cos b + z\cos c = \Phi(x^2+y^2+z^2)$$

besteht, wo $\Phi$ eine beliebige Function ist. Umgekehrt, ist die Schale $S_1$ eine Kegelfläche, so verschwindet die linke Seite der Gleichung 21), es ist dann allgemein:

$$x\cos a' + y\cos b' + z\cos c' = 0$$

Diese Gleichung führt auf:

$$d\frac{x\cos a + y\cos b + z\cos c}{du} = 0, \quad d\frac{x^2+y^2+z^2}{du} = 0,$$

oder:

$$x\cos a + y\cos b + z\cos c = V_1, \quad x^2+y^2+z^2 = V_2,$$

wo $V_1$ und $V_2$ beliebige Functionen von $v$ sind. Die Elimination von $v$ zwischen den vorstehenden Gleichungen reproducirt die Gleichung 22).

Aus den Gleichungen 11) und 14) folgt:

$$E_1\left(\frac{dF_1}{du} - \frac{1}{2}\frac{dE_1}{dv}\right) - \frac{F_1}{2}\frac{dE_1}{du} = 0, \quad G_2\left(\frac{dF_2}{dv} - \frac{1}{2}\frac{dG_2}{du}\right) - \frac{F_2}{2}\frac{dG_2}{dv} = 0$$

oder auch:

23) $$d\frac{F_1}{\sqrt{E_1}du} - \frac{d\sqrt{E_1}}{dv} = 0, \quad d\frac{F_2}{\sqrt{G_2}dv} - \frac{d\sqrt{G_2}}{du} = 0.$$

Den beiden Systemen von Krümmungslinien der Fläche $S$ entsprechen auf den Schalen $S_1$ und $S_2$ je zwei Systeme von Curven. Wegen der Gleichungen 23) entsprechen dem System $(u)$ der Fläche $S$ auf $S_1$ geodätische Linien, dem System $(v)$ von $S$ entsprechen auf $S_2$ geodä-

tische Linien, wie sich schon bei Monge findet. (Analyse. p, 137). Um die anderen Curven zu untersuchen, sollen folgende Bezeichnungen gebraucht werden. Auf der Fläche $S_1$, bestimmt durch die Gleichungen 1), entspreche der Krümmungslinie $(u)$ die Curve $C'_1$, der Krümmungslinie $(v)$ die Curve $C''_1$. Analog mögen auf der Fläche $S_2$, bestimmt durch die Gleichungen 2), den Krümmungslinien $(u)$ und $(v)$ der primitiven Fläche $S$ die Curven $C''_1$ und $C''_2$ entsprechen. Zur weiteren Discussion der Curven $C'_1$ und $C''_1$ hat man in den Gleichungen 1) entweder $u$ allein, oder $v$ allein variabel zu nehmen. Dasselbe gilt für die Gleichungen 2) in Beziehung auf die Curven $C'_2$ und $C''_2$. Wie schon bemerkt sind die Curven $C'_1$ und $C''_2$ geodätische Linien auf $S_1$ und $S_2$.

Sollen die Curven $C'_1$ und $C''_1$ zu einander orthogonal sein, so ist $F_1 = 0$, wegen der Gleichung 9) sind die Curven $C'_1$ und $C''_1$ dann auch Krümmungslinien. Es giebt die Bedingung $F_2 = 0$ nach 14) $\frac{dr''}{du} = 0$ und umgekehrt. Hieraus schliesst man, dass den Krümmungslinien einer Fläche $S$ nur dann auf einer Fläche ihrer Krümmungscentra wieder Krümmungslinien entsprechen können, wenn auf der Fläche $S$ die betreffenden Curven gleichzeitig geodätische Curven sind. Mit Hülfe der in I aufgestellten Gleichungen lassen sich die Curven $C'_1$, $C''_1$, $C'_2$ und $C''_2$ untersuchen. Für die Curven $C'_1$ und $C''_1$ bezeichne man die in I vorkommenden geometrischen Elemente, soweit dieselben in den Gleichungen 1) bis 8) von I enthalten sind, mit dem unteren Index 1 und einem oder zwei Accenten. Für die Curve $C'_1$ ist dann $ds'_1$ das Bogenelement, es sind ferner $\alpha'_1$, $\beta'_1$, $\gamma'_1$ die Winkel, welche die Tangente zur Curve im Punkte $(x_1, y_1, z_1)$ mit den Coordinatenaxen bildet. Die analogen Quantitäten für die Curve $C''_1$ sind durch $ds''_1$ und $\alpha''_1$, $\beta''_1$, $\gamma''_1$ bezeichnet. Für die Curven $C'_2$ und $C''_2$ auf $S_2$ sind die in I vorkommenden geometrischen Elemente mit dem unteren Index 2 und einem oder zwei Accenten versehn.

Unter Zuziehung der Gleichungen von II geben die Gleichungen 1) nach $u$ differentiirt:

$$\frac{dx_1}{du} = \cos\alpha'_1 \frac{ds'_1}{du} = \cos a \frac{dr'}{du}, \quad \frac{dy_1}{du} = \cos\beta'_1 \frac{ds'_1}{du} = \cos b \frac{dr'}{du},$$

$$\frac{dz_1}{du} = \cos\gamma'_1 \frac{ds'_1}{du} = \cos c \frac{dr'}{du}.$$

Nimmt man:

24) $$\frac{ds'_1}{du} = \frac{dr'}{du},$$

so finden die Gleichungen statt:

25) $$\cos\alpha'_1 = \cos a, \quad \cos\beta'_1 = \cos b, \quad \cos\gamma'_1 = \cos c.$$

Man differentiire diese Gleichungen wieder nach $u$. Wird:

26) $$\frac{1}{\varrho'_1} \frac{ds'_1}{du} = \frac{\sqrt{E}}{r'}$$

genommen, so findet man:

27) $$\cos\lambda'_1 = -\cos a', \quad \cos\mu'_1 = -\cos b', \quad \cos\nu'_1 = -\cos c'.$$

Die Gleichungen 25) und 27) geben:

28) $$\cos l'_1 = \cos a'', \quad \cos m'_1 = \cos b'', \quad \cos n'_1 = \cos c''.$$

Die vorstehenden Gleichungen geben nach $u$ differentiirt, mit Rücksicht auf die Gleichungen 27):

29) $$\frac{1}{r'_1} \frac{ds'_1}{du} = -\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{d\sqrt{E}}{dv}.$$

Durch Division der Gleichungen 26) und 29) ergiebt sich:

30) $$\frac{\varrho'_1}{r'_1} = -\frac{r'}{\sqrt{EG}} \frac{d\sqrt{E}}{dv}.$$

Nach den Untersuchungen von II auf pag. 15 der ersten Abhandlung, ist die rechte Seite gleich der negativen Cotangente des Winkels, welchen die Binormale der Krümmungslinie ($u$) im Punkte ($x$, $y$, $z$) der Fläche $S$ mit der Normalen desselben Punktes einschliesst. Hieraus ergiebt sich folgendes

Theorem:

Längs einer Krümmungslinie $K$ auf einer Fläche $S$ bilden die Normalen zu $S$ eine developpabele Fläche, deren Wendecurve $W$ sei. Sind $P$ und $P_1$ zwei correspondirende Punkte auf $K$ und $W$, so ist das Verhältniss des Krümmungsradius zum Torsionsradius der Wendecurve im Punkte $P_1$ gleich der negativen Cotangente des Winkels, welchen die Binormale der Krümmungslinie im Punkte $P$ mit der Normalen desselben Punktes zur Fläche $S$ einschliesst.

Für die Curve $C''_2$ hat man der Gleichung 30) entsprechend:

$$\frac{\varrho''_2}{r''_2} = -\frac{r''}{\sqrt{E}\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du}.$$

Ist das System der Krümmungslinien $(v)$ plan, so ist die rechte Seite der vorstehenden Gleichung nach II 7) gleich $\cot\sigma$, also:

$$\frac{\varrho''_2}{r''_2} = \cot\sigma.$$

Da die rechte Seite dieser Gleichung nur von $u$ abhängt, so ist die Curve $C''_2$ eine Helix einer beliebigen Cylinderfläche. Man erhält hieraus das

Theorem:

Einem planen System von Krümmungslinien entsprechen auf der betreffenden Fläche der Krümmungscentra Schraubenlinien.

Weniger einfach wie die Formeln für die Curven $C'_1$ und $C''_2$ gestalten sich dieselben für die Curven $C''_1$ und $C'_2$. Da bei den früheren Untersuchungen das System der Krümmungslinien $(v)$ als plan oder sphärisch angenommen wurde, so soll, um Wiederholungen zu vermeiden, die Curve $C'_2$ in Beziehung auf die Tangente untersucht werden, es soll also in den Gleichungen 2) nur $u$ variiren.

Mit Rücksicht auf die gewählten Bezeichnungen differentiire man die Gleichungen 2) nach $u$. Ferner führe man die Bezeichnung aus II 23):

31)
$$\frac{1}{\sqrt{E}\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du} = H_2$$

ein, und setze dann nach II 10):

$$\frac{dr''}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\frac{r''}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)\sqrt{E}\,H_2\,r''.$$

Es ergeben sich dann aus den Gleichungen 2) die folgenden:

$$\frac{dx_2}{du} = \cos\alpha'_2\,\frac{ds'_2}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)r''\sqrt{E}\,.\left(H_2\cos a + \frac{\cos a'}{r''}\right),$$

$$\frac{dy_2}{du} = \cos\beta'_2\,\frac{ds'_2}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)r''\sqrt{E}\,.\left(H_2\cos b + \frac{\cos b'}{r''}\right),$$

$$\frac{dz_2}{du} = \cos\gamma'_2\,\frac{ds'_2}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)r''\sqrt{E}\,.\left(H_2\cos c + \frac{\cos c'}{r''}\right).$$

Nimmt man in diesen Gleichungen:

$$-\frac{ds'_2}{du} = \left(1 - \frac{r''}{r'}\right)r''\sqrt{E}\sqrt{\frac{1}{r''^2} + H_2^2},$$

so sind $\alpha'_2$, $\beta'_2$ und $\gamma'_2$ auf folgende Art bestimmt:

32)
$$\begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{r''^2} + H_2^2}\,.\cos\alpha'_2 = H_2\cos a + \frac{\cos a'}{r''}, \\ -\sqrt{\frac{1}{r''^2} + H_2^2}\,.\cos\beta'_2 = H_2\cos b + \frac{\cos b'}{r''}, \\ -\sqrt{\frac{1}{r''^2} + H_2^2}\,.\cos\gamma'_2 = H_2\cos c + \frac{\cos c'}{r''}. \end{cases}$$

Die Gleichungen II 25) und II 27) reduciren die Gleichungen 32) auf:

33) $$\cos\alpha'_2 = \cos l_2, \quad \cos\beta'_2 = \cos m_2, \quad \cos\gamma'_2 = \cos n_2.$$

Es ist also die Tangente im Punkte $(x_2, y_2, z_2)$ der Curve $C'_2$ parallel der Binormale der Krümmungslinie $(v)$ im Punkte $(x, y, z)$ der Fläche $S$. Aus dem Vorstehenden schliesst man folgendes

**Theorem:**

Auf den beiden Flächen der Krümmungscentra einer Fläche $S$ entsprechen den Krümmungslinien von $S$ vier Systeme von Curven.

Zwei dieser Systeme haben die Normalen von $S$ zu Tangenten, die Tangenten der beiden anderen Systeme sind den Binormalen der Krümmungslinien von $S$ parallel.

Ein weiterer Verfolg der Gleichungen 32) oder 33) führt im allgemeinen Falle zu keinen einfachen Resultaten, nur für plane Krümmungslinien ergeben sich einfache Verhältnisse, in den Gleichungen 33) sind dann die rechten Seiten von $v$ unabhängig, da die Binormale einer planen Curve für alle Punkte der Curve dieselbe ist. Substituirt man in die Gleichungen 2) die Werthe von $x$, $y$, $z$ und $\cos a$, $\cos b$, $\cos c$ aus den Gleichungen IV 40) und IV 10), ferner den Werth von $r''$ aus IV 43), so ist die Fläche $S_2$ der Krümmungscentra durch folgende Gleichungen bestimmt:

34)

$$x_2\cos\alpha+y_2\cos\beta+z_2\cos\gamma=\frac{\Omega}{\sin^2\sigma}$$
$$+\Big[-(W+J)e^q+\frac{\sin(\theta-\varphi)}{1-\cos(\theta-\varphi)}d\frac{W+J}{dV}-\frac{e^{-q}}{1-\cos(\theta-\varphi)}d^2\frac{W+J}{dV^2}\Big]\cot\sigma,$$
$$x_2(\cos\lambda\cos\varphi+\cos l\sin\varphi)+y_2(\cos\mu\cos\varphi+\cos m\sin\varphi)+z_2(\cos\nu\cos\varphi+\cos n\sin\varphi)$$
$$=-d\frac{W+J}{dV}+\frac{\sin(\theta-\varphi)e^{-q}}{1-\cos(\theta-\varphi)}d^2\frac{W+J}{dV^2},$$
$$x_2(\cos\lambda\sin\varphi-\cos l\cos\varphi)+y_2(\cos\mu\sin\varphi-\cos m\cos\varphi)+z_2(\cos\nu\sin\varphi-\cos n\cos\varphi)$$
$$=(W+J)e^q-\frac{\sin(\theta-\varphi)}{1-\cos(\theta-\varphi)}d\frac{W+J}{dV}+\frac{\cos(\theta-\varphi)e^{-q}}{1-\cos(\theta-\varphi)}d^2\frac{W+J}{dV^2}.$$

Für $\theta$ hat man nach IV 20) den Differentialquotienten:

35)
$$\frac{d\theta}{dV}=-\big[1-\cos(\theta-\varphi)\big]e^q.$$

Lässt man in den Gleichungen 34) $v$ oder $V$ allein variiren, so erhält man mit Hülfe der Gleichung 35) eine Verification des oben ausgesprochenen Satzes, dass der Punkt $(x_2, y_2, z_2)$ der Curve $C'_2$ der Helix einer Cylinderfläche angehört.

Man findet:

$$\frac{\cos\alpha\frac{dx_2}{dV}+\cos\beta\frac{dy_2}{dV}+\cos\gamma\frac{dz_2}{dV}}{\sqrt{\left(\frac{dx_2}{dV}\right)^2+\left(\frac{dy_2}{dV}\right)^2+\left(\frac{dz_2}{dV}\right)^2}}=\cos\sigma.$$

Die Generatricen der Cylinderfläche sind der Richtung parallel, welche die Winkel $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ bestimmen. Es ist $\sigma$ der Winkel, unter welchem die Helix die Generatricen der Cylinderfläche schneidet. Was die Curve $C'_2$ betrifft, so bietet ihre weitere Untersuchung keine Schwierigkeit. Nach der Gleichung III 7) geben die Gleichungen 32), mit Rücksicht auf den Werth von $H_2$ aus 31):

$$\begin{aligned}\cos\alpha'_2 &= \cos a\cos\sigma-\cos a'\sin\sigma,\\ \cos\beta'_2 &= \cos b\cos\sigma-\cos b'\sin\sigma,\\ \cos\gamma'_2 &= \cos c\cos\sigma-\cos c'\sin\sigma.\end{aligned}$$

Wegen der Gleichungen IV 1) vereinfachen sich die vorstehenden Gleichungen in:

$$\cos\alpha'_2=\cos\alpha,\quad \cos\beta'_2=\cos\beta,\quad \cos\gamma'_2=\cos\gamma.$$

Die Bestimmung der geometrischen Elemente der Curve $C'_2$ folgt durch unmittelbare Anwendung der in I gegebenen Formeln auf die vorstehenden Gleichungen. Zu sehr einfachen Verhältnissen für die Curven $C'_1$, $C''_1$, $C'_2$ und $C''_2$ geben die in A betrachteten Flächen Veranlassung, wesshalb eine Aufstellung der wesentlichsten Formeln ausgeführt werden soll.

Mit Hülfe der in IX aufgestellten Gleichungen 11) bis 19) erhält man aus den Gleichungen 1) und 2) durch leichte Rechnung:

$$36)\quad \begin{cases}(x_1-\xi)\cos\alpha+(y_1-\eta)\cos\beta+(z_1-\zeta)\cos\gamma=0,\\ (x_1-\xi)\cos\lambda+(y_1-\eta)\cos\mu+(z_1-\zeta)\cos\nu=\varrho,\\ (x_1-\xi)\cos l+(y_1-\eta)\cos m+(z_1-\zeta)\cos n=\dfrac{\dfrac{dV}{d\psi}-\varrho\cos(\omega+\psi)}{\sin(\omega+\psi)}.\end{cases}$$

$$37)\quad \begin{cases} (x_2-\xi)\cos\alpha+(y_2-\eta)\cos\beta+(z_2-\zeta)\cos\gamma=0, \\ (x_2-\xi)(\cos l\sin\omega+\cos\lambda\cos\omega)+(y_2-\eta)(\cos m\sin\omega+\cos\mu\cos\omega) \\ \qquad +(z_2-\zeta)(\cos n\sin\omega+\cos\nu\cos\omega)=-\dfrac{d^2V}{d\psi^2}\sin\psi+\dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi, \\ (x_2-\xi)(\cos l\cos\omega-\cos\lambda\sin\omega)+(y_2-\eta)(\cos m\cos\omega-\cos\mu\sin\omega) \\ \qquad +(z_2-\zeta)(\cos n\cos\omega-\cos\nu\sin\omega)=\dfrac{d^2V}{d\psi^2}\cos\psi+\dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi. \end{cases}$$

Die Gleichungen 36) lassen sich durch die folgenden ersetzen:

$$38)\quad \frac{x_1-\xi-\varrho\cos\lambda}{\cos l}=\frac{y_1-\eta-\varrho\cos\mu}{\cos m}=\frac{z_1-\zeta-\varrho\cos\nu}{\cos n}=\frac{\dfrac{dV}{d\psi}-\varrho\cos(\omega+\psi)}{\sin(\omega+\psi)}.$$

Die Fläche $S_1$ wird aus den Krümmungsaxen der Curve gebildet, deren Normalebenen die Ebenen des planen Systems von Krümmungslinien parallel sind. Die Fläche $S_1$ ist also developpabel. Hat in den Gleichungen 38) $\psi$ einen bestimmten Werth, so gelten die bemerkten Gleichungen für eine kürzeste Linie der developpabeln Fläche der Krümmungsaxen einer Curve. Einem bestimmten Werthe von $s$ entspricht eine Gerade.

Setzt man:

$$39)\quad \begin{aligned} X&=\frac{dV}{d\psi}\cos\psi+V\sin\psi, \qquad Y=\frac{dV}{d\psi}\sin\psi-V\cos\psi, \\ Y_2&=\frac{d^2V}{d\psi^2}\cos\psi+\frac{dV}{d\psi}\sin\psi, \quad X_2=-\frac{d^2V}{d\psi^2}\sin\psi+\frac{dV}{d\psi}\cos\psi, \end{aligned}$$

so kann man $X$, $Y$ als Coordinaten eines Punktes einer planen Curve ansehn, es sind dann $X_2$, $Y_2$ die Coordinaten des entsprechenden Punktes der Evolute. Die Gleichungen 38) haben dieselben Formen, wie die Gleichungen 2) von A, nur dass $X$ und $Y$ respective durch $X_2$ und $Y_2$ ersetzt sind. Es ist also die Fläche $S_2$ von derselben Art wie die Fläche $S$.

Bedient man sich der in A aufgestellten Gleichungen 12) bis 19) für $\Omega_1=0$, so treten an Stelle der Gleichungen 36) und 37) die folgenden:

$$40)\quad \begin{cases} x_1\cos\lambda_1 + y_1\cos\mu_1 + z_1\cos\nu_1 = 0, \\ x_1\cos\alpha_1 + y_1\cos\beta_1 + z_1\cos\gamma_1 = -\dfrac{\dfrac{1}{r_1}\dfrac{dV}{d\psi}}{\dfrac{\sin\psi}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\psi}{r_1}}, \\ x_1\cos l_1 + y_1\cos m_1 + z_1\cos n_1 = \dfrac{\dfrac{1}{\varrho_1}\dfrac{dV}{d\psi}}{\dfrac{\sin\psi}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\psi}{r_1}}. \end{cases}$$

$$41)\quad \begin{cases} x_2\cos\lambda_1 + y_2\cos\mu_1 + z_2\cos\nu_1 = 0 \\ x_2\cos\alpha_1 + y_2\cos\beta_1 + z_2\cos\gamma_1 = -\dfrac{d^2V}{d\psi^2}\sin\psi + \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi, \\ x_2\cos l_1 + y_2\cos m_1 + z_2\cos n_1 = \dfrac{d^2V}{d\psi^2}\cos\psi + \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi. \end{cases}$$

Die Gleichungen 40) lassen sich durch die folgenden ersetzen:

$$42)\quad \frac{x_1}{\dfrac{\cos l_1}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\alpha_1}{r_1}} = \frac{y_1}{\dfrac{\cos m_1}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\beta_1}{r_1}} = \frac{z_1}{\dfrac{\cos n_1}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\gamma_1}{r_1}} = \frac{\dfrac{dV}{d\psi}}{\dfrac{\sin\psi}{\varrho_1} - \dfrac{\cos\psi}{r_1}}.$$

Durch diese Gleichungen ist eine Kegelfläche bestimmt. Die Kanten derselben sind den rectificirenden Geraden einer Curve doppelter Krümmung parallel, deren rectificirenden Ebenen, die Ebenen des planen Systems von Krümmungslinien parallel sind.

Die Gleichungen 40) oder 42) nehmen sehr einfache Formen an, wenn statt der Winkel $\alpha_1$, $\lambda_1$, $l_1$ etc. wieder die Winkel $\alpha$, $\lambda$, $l$ etc. mittelst der Gleichungen 5), 7) und 8) von A eingeführt werden und ferner nach 6) und 9) von A

$$\frac{\varrho_1}{r_1} = -\operatorname{tang}\omega$$

gesetzt wird. An Stelle der Gleichungen 40) lassen sich dann die folgenden setzen:

43)

$$x_1\cos\alpha+y_1\cos\beta+z_1\cos\gamma=0,$$

$$x_1(\cos l\sin\omega+\cos\lambda\cos\omega)+y_1(\cos m\sin\omega+\cos\mu\cos\omega)+z_1(\cos n\sin\omega+\cos\nu\cos\omega)=\frac{\sin\omega\dfrac{dV}{d\psi}}{\sin(\omega+\psi)},$$

$$x_1(\cos l\cos\omega-\cos\lambda\sin\omega)+y_1(\cos m\cos\omega-\cos\mu\sin\omega)+z_1(\cos n\cos\omega-\cos\nu\sin\omega)=\frac{\cos\omega\dfrac{dV}{d\psi}}{\sin(\omega+\psi)}.$$

Diese Gleichungen reduciren sich einfach auf:

44)
$$\frac{x_1}{\cos l}=\frac{y_1}{\cos m}=\frac{z_1}{\cos n}=\frac{dV}{d\psi}\frac{1}{\sin(\omega+\psi)}.$$

Nimmt man die Ebenen des planen Systems den Normalebenen einer Curve $\Gamma$ doppelter Krümmung parallel, so sind die Generatricen der Kegelfläche, bestimmt durch die Gleichungen 44), den Binormalen der Curve $\Gamma$ parallel.

Sollen die Gleichungen 36) eine Kegelfläche bestimmen, deren Spitze im Anfangspunkt der Coordinaten liegt, so giebt die erste derselben $x_1=0$, $y_1=0$, $z_1=0$ gesetzt:

$$\xi\cos\alpha+\eta\cos\beta+\zeta\cos\gamma=0.$$

Hieraus folgt:

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2=g^2,$$

wo $g$ eine Constante bedeutet. Der Punkt $(\xi, \eta, \zeta)$ gehört einer sphärischen Curve an. Aus dem Vorhergehenden, erhält man unter Zuziehung der in A aufgestellten Theoreme, folgende allgemeinen Resultate, für Flächen, deren Krümmungslinien gleichzeitig geodätische Linien sind.

Theorem:

In einer Ebene werde eine feste Curve $C$ angenommen und zwei bestimmte zu einander orthogonale Geraden, welche sich in einem Punkte $O$ schneiden. Es sei $\Gamma$ eine beliebige Curve doppelter Krümmung, $\Gamma'$ eine ihrer Evoluten, einem Punkte $\Pi$ von $\Gamma$ entspreche der Punkt $\Pi'$

von $\Gamma'$. Die Curve $C$ bewege sich nun so, dass der Punkt $O$ die Curve $\Gamma$ durchläuft, dass im Punkte $\Pi$ ihre Ebene mit der Normalebene von $\Gamma$ zusammenfällt und eine der beiden festen Geraden in der Ebene von $C$ die Verbindungslinie der Punkte $\Pi$ und $\Pi'$ ist. Die Curve $C$ erzeugt dann die allgemeinste Fläche $S$, auf welcher $C$ gleichzeitig Krümmungslinie und geodätische Linie ist. Die Evolute der Curve $C$ erzeugt eine Fläche $S_2$, welche eine der Flächen der Krümmungscentra von $S$ ist. Den Krümmungslinien von $S$ entsprechen auf $S_2$ wieder Krümmungslinien, dem planen System entspricht wieder ein planes System; dem nicht planen System entsprechen auf $S_2$ Curven, deren Tangenten den Tangenten der Curve $\Gamma$ parallel sind. Die andere Fläche $S_1$ der Krümmungscentra von $S$ ist die developpabele Fläche der Krümmungsaxen der Curve $\Gamma$. Für eine sphärische Curve $\Gamma$ ist die Fläche $S_1$ eine conische Fläche. Ist die Curve $\Gamma$ plan, so existirt nur eine Evolute $\Gamma'$, es findet dann für die Flächen $S$ und $S_2$ eine ganz ähnliche Erzeugung wie im allgemeinen Falle statt. Die Fläche der Krümmungsaxen geht in eine cylindrische Fläche über, welche auf der Ebene von $\Gamma$ senkrecht steht und die Evolute $\Gamma'$ enthält.

Geht die Ebene der Curve $C$ immer durch denselben festen Punkt $O$, so drehe sich die Ebene um den Punkt $O$ derart, dass sie der Normalebene im Punkte $\Pi$ einer Curve doppelter Krümmung $\Gamma$ parallel bleibt und eine der beiden festen Geraden die Richtung der Verbindungslinie $\Pi\Pi'$ hat. Die eine Fläche der Krümmungscentra wird von der Evolute von $C$ beschrieben, die andere ist eine Kegelfläche, welche den festen Punkt $O$ zur Spitze hat und deren Generatricen den Binormalen der Curve $\Gamma$ parallel sind. Die Ebene der Curve $C$ kann sich auch um den festen Punkt $O$ so drehn, dass sie den rectificirenden Ebenen einer Curve $\Gamma_1$ parallel bleibt, und zwei feste zu einander orthogonale Geraden in der Ebene von $C$ dabei die respectiven Richtungen der Tangenten und Binormalen der Curve $\Gamma_1$ annehmen. Die Generatricen der developpabeln Fläche der Krümmungscentra sind den rectificirenden Geraden der Curve $\Gamma_1$ parallel.

## Anmerkung zu Anhang B.

### Analytische Bestimmung der Flächen, für welche eine Schale der Krümmungscentra eine Kegelfläche zweiten Grades ist.

Wenn auch der Zweck der vorliegenden Untersuchungen wesentlich in der Aufstellung möglichst allgemeiner Resultate besteht, soweit die Allgemeinheit der Resultate durch die behandelten Probleme bedingt ist, möchte es nicht ungeeignet erscheinen, die im Anhang B entwickelten Gleichungen auf ein verhältnissmässig einfaches Beispiel anzuwenden. Die sehr geringe Anzahl von Beispielen in Beziehung auf Flächen, für welche die Schalen der Krümmungscentra gegeben sind, kann wohl zur Rechtfertigung einer speciellen Untersuchung dienen. Diese Untersuchung bietet in sofern einiges Interesse dar, als nur eine der Schalen der Krümmungscentra gegeben ist, während die zweite unbestimmt bleibt.

Ist die Fläche $S_1$ eine Kegelfläche, deren Spitze mit dem Anfangspunkt der Coordinaten zusammenfällt, so verschwindet die linke Seite der Gleichung 21) von B, es ist dann $x\cos a' + y\cos b' + z\cos c' = 0$. Die Gleichungen 12) und 14) von A geben $\Omega_1 = 0$, also nach 10) $f''(\omega) + f(\omega) = 0$. Sind $h_1$ und $h_2$ Constanten, so ist

$$f(\omega) = h_1\cos\omega + h_2\sin\omega.$$

Man kann einfach $h_1 = 0$ und $h_2 = 0$, also $f(\omega) = 0$ nehmen. Es kommt dieses darauf hinaus in der zweiten und dritten Gleichung 1) von A einfach $V$ statt $V + h_1\cos\psi - h_2\sin\psi$ zu setzen, wodurch die Allgemeinheit nicht verringert wird, da $V$ eine beliebige Function von $v$ oder $\psi$ ist. Die Gleichungen 1) von A geben $f(\omega) = 0$ gesetzt:

$$1)\quad \begin{cases} x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = 0, \\ x(\cos l\sin\omega + \cos\lambda\cos\omega) + y(\cos m\sin\omega + \cos\mu\cos\omega) + z(\cos n\sin\omega + \cos\nu\cos\omega) \\ \qquad = \dfrac{dV}{d\psi}\cos\psi + V\sin\psi, \\ x(\cos l\cos\omega - \cos\lambda\sin\omega) + y(\cos m\cos\omega - \cos\mu\sin\omega) + z(\cos n\cos\omega - \cos\nu\sin\omega) \\ \qquad = \dfrac{dV}{d\psi}\sin\psi - V\cos\psi. \end{cases}$$

Durch diese Gleichungen ist der Punkt $(x, y, z)$ einer Fläche $S$ definirt, für welche die Schale $S_1$ der Krümmungscentra eine Kegelfläche ist. Für einen Punkt $(x_1, y_1, z_1)$ dieser Kegelfläche bestehn die Gleichungen 44) von B, nämlich:

$$2)\qquad \frac{x_1}{\cos l} = \frac{y_1}{\cos m} = \frac{z_1}{\cos n}.$$

Da die Gleichung einer Kegelfläche von der Form:

$$\Phi\left(\frac{x_1}{z_1}, \frac{y_1}{z_1}\right) = 0$$

ist, so zeigen die Gleichungen 2), dass die Aufstellung der Fläche $S$ auf die Untersuchung einer Curve doppelter Krümmung hinauskommt, welche durch die Richtungen ihrer Binormalen definirt ist.

Sind $f$, $g$ und $h$ Constanten, liegt der Punkt $(x_1, y_1, z_1)$ auf einer Kegelfläche zweiten Grades, so findet die Gleichung statt:

$$3)\qquad \frac{x_1^2}{f^2} + \frac{y_1^2}{g^2} - \frac{z_1^2}{h^2} = 0.$$

Mittelst der Gleichungen 2) giebt die Gleichung 3):

$$4)\qquad \frac{\cos^2 l}{f^2} + \frac{\cos^2 m}{g^2} - \frac{\cos^2 n}{h^2} = 0.$$

Es sei $f \geqq g$. Auf die Gleichung 4) lassen sich die in I gegebenen Formeln anwenden, bei welcher Anwendung, der Einfachheit halber, die Gleichungen von I nicht weiter einzeln angeführt werden sollen.

Die Gleichung 4) nach $s$ differentiirt giebt:

$$\left(\frac{\cos l\cos\lambda}{f^2}+\frac{\cos m\cos\mu}{g^2}-\frac{\cos n\cos\nu}{h^2}\right)\frac{1}{r}=0,$$

d. i.

$$5)\qquad \frac{\cos l\cos\lambda}{f^2}+\frac{\cos m\cos\mu}{g^2}-\frac{\cos n\cos\nu}{h^2}=0.$$

Wird die Gleichung 5) nach $s$ differentiirt, so folgt, mit Rücksicht auf die Gleichung 4),:

$$6)\qquad \left(\frac{\cos l\cos\alpha}{f^2}+\frac{\cos m\cos\beta}{g^2}-\frac{\cos n\cos\gamma}{h^2}\right)\frac{1}{\varrho}=\left(\frac{\cos^2\lambda}{f^2}+\frac{\cos^2\mu}{g^2}-\frac{\cos^2\nu}{h^2}\right)\frac{1}{r}.$$

Zur Vereinfachung der folgenden Rechnungen setze man:

$$7)\qquad \frac{\varrho}{r}=p,$$

und:

$$8)\qquad \frac{\cos^2\lambda}{f^2}+\frac{\cos^2\mu}{g^2}-\frac{\cos^2\nu}{h^2}=q.$$

Die Gleichung 6) wird dann einfacher:

$$9)\qquad \frac{\cos l\cos\alpha}{f^2}+\frac{\cos m\cos\beta}{g^2}-\frac{\cos n\cos\gamma}{h^2}=pq.$$

In der Summe der Gleichungen 4) und 8) setze man

$$\cos^2 l+\cos^2\lambda=1-\cos^2\alpha \text{ etc.},$$

es folgt dann:

$$10)\qquad \frac{\cos^2\alpha}{f^2}+\frac{\cos^2\beta}{g^2}-\frac{\cos^2\gamma}{h^2}=\frac{1}{f^2}+\frac{1}{g^2}-\frac{1}{h^2}-q.$$

Die vorstehende Gleichung nach $s$ differentiirt giebt:

$$\left(\frac{\cos\alpha\cos\lambda}{f^2}+\frac{\cos\beta\cos\mu}{g^2}-\frac{\cos\gamma\cos\nu}{h^2}\right)\frac{1}{\varrho}=-\frac{1}{2}\frac{dq}{ds}.$$

Setzt man hierin $ds = r\,d\omega$ und aus 7) $\varrho = pr$, so erhält man:

11) $$\frac{\cos\alpha\cos\lambda}{f^2} + \frac{\cos\beta\cos\mu}{g^2} - \frac{\cos\gamma\cos\nu}{h^2} = -\frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}.$$

Unter Zuziehung der Gleichungen 4), 5), 8), 9), 10) und 11) folgt:

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma \\ \cos\lambda & \cos\mu & \cos\nu \\ \cos l & \cos m & \cos n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\cos\alpha}{f^2}, & \frac{\cos\beta}{g^2}, & -\frac{\cos\gamma}{h^2} \\ \frac{\cos\lambda}{f^2}, & \frac{\cos\mu}{g^2}, & -\frac{\cos\nu}{h^2} \\ \frac{\cos l}{f^2}, & \frac{\cos m}{g^2}, & -\frac{\cos n}{h^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{f^2}+\frac{1}{g^2}-\frac{1}{h^2}-q, & -\frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}, & pq \\ -\frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}, & q & 0 \\ pq & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

d. i.

12) $$\frac{1}{(fgh)^2} = p^2q^3.$$

Die Gleichungen 4), 5) und 9) schreibe man wie folgt:

$$\cos l\frac{\cos l}{f^2} + \cos m\frac{\cos m}{g^2} - \cos n\frac{\cos n}{h^2} = 0,$$

$$\cos\lambda\frac{\cos l}{f^2} + \cos\mu\frac{\cos m}{g^2} - \cos\nu\frac{\cos n}{h^2} = 0,$$

$$\cos\alpha\frac{\cos l}{f^2} + \cos\beta\frac{\cos m}{g^2} - \cos\gamma\frac{\cos n}{h^2} = pq.$$

Sieht man in diesen Gleichungen $\frac{\cos l}{f^2}$, $\frac{\cos m}{g^2}$, $\frac{-\cos n}{h^2}$ als Unbekannte an, so findet man unmittelbar:

13) $$\frac{\cos l}{f^2} = pq\cos\alpha, \quad \frac{\cos m}{g^2} = pq\cos\beta, \quad \frac{-\cos n}{h^2} = pq\cos\gamma.$$

Mittelst der vorstehenden Gleichungen erhält man durch Substitution der Werthe von $\cos l$, $\cos m$ und $\cos n$ in:

$$\cos l\cos\alpha + \cos m\cos\beta + \cos n\cos\gamma = 0$$

die Relation:

14) $$f^2\cos^2\alpha + g^2\cos^2\beta - h^2\cos^2\gamma = 0.$$

Sieht man in den Gleichungen 5), 8) und 11) $\frac{\cos\lambda}{f^2}$, $\frac{\cos\mu}{g^2}$, $\frac{-\cos\nu}{h^2}$ als Unbekannte an, so giebt eine einfache Rechnung:

$$\frac{\cos\lambda}{f^2} = q\cos\lambda - \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\alpha, \quad \frac{\cos\mu}{g^2} = q\cos\mu - \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\beta,$$
$$-\frac{\cos\nu}{h^2} = q\cos\nu - \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\gamma$$

oder:

15) $$\left(q-\frac{1}{f^2}\right)\cos\lambda = \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\alpha, \quad \left(q-\frac{1}{g^2}\right)\cos\mu = \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\beta,$$
$$\left(q+\frac{1}{h^2}\right)\cos\nu = \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\gamma.$$

In den Gleichungen 9), 10) und 11) sehe man $\frac{\cos\alpha}{f^2}$, $\frac{\cos\beta}{g^2}$, $\frac{-\cos\gamma}{h^2}$ als Unbekannte an. Für $\frac{\cos\alpha}{f^2}$ ergiebt sich die Gleichung:

$$\frac{\cos\alpha}{f^2} = pq\cos l + \left(\frac{1}{f^2}+\frac{1}{g^2}-\frac{1}{h^2}-q\right)\cos\alpha - \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\lambda$$

oder:

$$pq\cos l + \left(\frac{1}{g^2}-\frac{1}{h^2}-q\right)\cos\alpha - \frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\cos\lambda = 0.$$

Setzt man hierin die Werthe von $\cos l$ und $\cos\lambda$ aus 13) und 15) so folgt:

16) $$(pq)^2 f^2 + \frac{1}{g^2} - \frac{1}{h^2} - q - \frac{\left(\frac{p}{2}\frac{dq}{d\omega}\right)^2}{q-\frac{1}{f^2}}.$$

Durch Substitution des Werthes von $p^2$ aus 12), nämlich:

$$p^2 = \frac{1}{(fgh)^2 q^3}$$

liefert die Gleichung 16) folgende Differentialgleichung zur Bestimmung von $q$:

$$17) \qquad \left(\frac{1}{2}\frac{dq}{d\omega}\right)^2 = (fgh)^2 q^2 \left(q-\frac{1}{f^2}\right)\left(\frac{1}{g^2}-q\right)\left(q+\frac{1}{h^2}\right).$$

Um die Gleichung 17) auf die gewöhnliche Form einer elliptischen Differentialgleichung zu reduciren, setze man:

$$18) \qquad \begin{cases} \dfrac{\frac{1}{g^2}-\frac{1}{f^2}}{\frac{1}{g^2}+\frac{1}{h^2}} = k^2, \quad k^2+k'^2 = 1. \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{g}\dfrac{k'\cos\delta}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}}, \quad \dfrac{1}{h} = \dfrac{1}{g}\dfrac{k'\sin\delta}{\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}} \\ q = \dfrac{\frac{k'^2\sin^2\varphi}{g^2}+\frac{\cos^2\varphi}{f^2}}{1-k^2\sin^2\varphi}. \end{cases}$$

Bedeutet $t$ eine Unbestimmte, deren Werth von $\varphi$ unabhängig ist, so kann man setzen:

$$19) \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{f} = tk'\cos\delta, \quad \dfrac{1}{g} = t\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}, \quad \dfrac{1}{h} = tk'\sin\delta, \\ q = t^2k'^2\dfrac{\cos^2\delta+k^2\sin^2\delta\sin^2\varphi}{1-k^2\sin^2\varphi}. \end{cases}$$

Mittelst dieser Gleichungen findet man:

$$20) \qquad \begin{cases} q-\dfrac{1}{f^2} = t^2k'^2\dfrac{k^2\sin^2\varphi}{1-k^2\sin^2\varphi}, \quad \dfrac{1}{g^2}-q = t^2\dfrac{k^2\cos^2\varphi}{1-k^2\sin^2\varphi}, \\ q+\dfrac{1}{h^2} = t^2k'^2\dfrac{1}{1-k^2\sin^2\varphi}. \end{cases}$$

Nimmt man aus der Gleichung 17) den Werth von $\frac{dq}{d\omega}$ positiv, so ist nach 19) und 20) der Winkel $\varphi$ durch folgende Differentialgleichung bestimmt:

$$21) \qquad \frac{\tang\delta\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}{1+k^2\tang^2\delta\sin^2\varphi}\frac{d\varphi}{d\omega}=1.$$

Die Gleichungen 10) und 14) in Verbindung mit

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1,$$

bestimmen $\cos\alpha$, $\cos\beta$ und $\cos\gamma$. Nimmt man die Wurzeln positiv, so folgt unter Zuziehung der Gleichungen 19):

$$22) \qquad \cos\alpha=\frac{k'\cos\delta\sin\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}, \quad \cos\beta=\frac{\cos\varphi\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}},$$

$$\cos\gamma=\frac{k'\sin\delta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}.$$

In den Gleichungen 13) und 15) setze man aus 12) $p=\frac{1}{fgh\,q^{\frac{8}{2}}}$, mit Hülfe der Gleichungen 19) und 22) findet man:

$$23) \quad \begin{cases} H\cos l=\sin\varphi\tang\delta\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}, & H\cos\lambda=\dfrac{-\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}, \\ H\cos m=k'\sin\delta\cos\varphi, & H\cos\mu=\dfrac{k'\sin\varphi\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}}{\cos\delta\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}, \\ H\cos n=-\sqrt{1-k'^2\sin^2\delta}, & H\cos\nu=\dfrac{-k^2\sin\delta\sin\varphi\cos\varphi}{\cos\delta\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}, \end{cases}$$

$$H=\sqrt{1+k^2\tang^2\delta\sin^2\varphi}.$$

Durch die Gleichungen 22) und 23) sind die Factoren von $x$, $y$ und $z$ der Gleichungen 1) durch einen Winkel $\varphi$ ausgedrückt, dessen Bestimmung von der Gleichung 21) abhängt. Die weitere Untersuchung dieser Gleichung mit Hülfe elliptischer Functionen bietet keine Schwierigkeit, wesshalb diese Untersuchung hier nicht weiter ausgeführt werden soll. Die Function $V$ auf den rechten Seiten der Gleichungen 1) bleibt unbestimmt, durch die bemerkten Gleichungen sind alle Flächen analytisch bestimmt, für welche eine Schale der Krümmungscentra eine Kegelfläche zweiten Grades ist. Für einen Rotationskegel ist $f=g$, nach 16) ist dann $k=0$, $k'=1$, die dritte Gleichung 22) reducirt sich auf

$\cos\gamma = \sin\delta$, durch welche Gleichung eine Helix einer beliebigen Cylinderfläche characterisirt ist. Die Gleichung 21) reducirt sich für $k = 0$, $k' = 1$ einfach auf

$$\sin\delta \frac{d\varphi}{d\omega} = 1.$$

Findet zwischen $f$, $g$ und $h$ die Gleichung $f^2 - g^2 = h^2$ statt, so ist nach 19)

$$k \operatorname{tang}^2\delta = 1.$$

An Stelle eines elliptischen Integrals dritter Gattung führt die Gleichung 21) durch Integration nur auf ein elliptisches Integral erster Gattung. Die vorhergehende Darstellung enthält eine bedeutende Vereinfachung von analogen Untersuchungen, welche in den „Nachrichten v. d. K. G. d. W." aus dem Jahre 1871 (p. 231—242) enthalten sind.

# Inhalt.


Einleitung . . . . . p. 1

VIII. Bemerkungen über die Transformation durch reciproke Radii vectores oder die inversen Flächen. Anwendung auf Flächen mit sphärischen Krümmungslinien . . . . . » 4

IX. Einige Bemerkungen über Flächen mit sphärischen Krümmungslinien » 17

X. Flächen, für welche beide Systeme von Krümmungslinien sphärisch sind » 30

Anmerkung zu X. Ueber einige Flächen, für welche ein System von Krümmungslinien aus Kreisen besteht . . . . . » 39

XI. Ausdehnung der Transformation durch reciproke Radii vectores. Anwendung auf die Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien, deren Kugelflächen die betreffenden Flächen orthogonal schneiden . . . . . » 52

XII. Flächen, für welche ein System von Krümmungslinien sphärisch ist.

A. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer Curve doppelter Krümmung . . . . . » 62

B. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer planen Curve . . . . . » 90

C. Die Mittelpunkte der Kugelflächen der sphärischen Krümmungslinien liegen auf einer Geraden . . . . . » 97

Anhang.

A. Bemerkungen über die Flächen, für welche die Krümmungslinien eines Systems gleichzeitig geodätische Linien sind . . . . . » 103

B. Die Flächen der Krümmungscentra, mit besonderer Beziehung auf Flächen mit einem System planer Krümmungslinien . . . . . » 115

Anmerkung zum Anhang B. Analytische Bestimmung der Flächen, für welche eine Schale der Krümmungscentra eine Kegelfläche zweiten Grades ist . . . . . » 132

# ABHANDLUNGEN

DER

## HISTORISCH-PHILOLOGISCHEN CLASSE

DER

## KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

SECHSUNDZWANZIGSTER BAND.

# Das Heerwesen der Muhammedaner

## nach dem Arabischen.

Von

*F. Wüstenfeld.*

(Vorgelegt in der Königl. Gesellsch. d. Wiss. am 6. December 1879.)

## Vorwort.

Über die Gothaer Handschrift Nr. 258, deren erste Hälfte Fol. 1—106 die „Regeln für die Diwane" von *Ibn Mammâtî* enthält, habe ich in der Abhandlung über die Geographie und Verwaltung Aegyptens von *Calcaschandî* S. 35 und 148 einiges gesagt; es sind von den 15 Capiteln, deren Inhalt die Vorrede angiebt, nur die ersten zehn erhalten, aus denen ich in dem Folgenden noch ein Paar Stellen entnommen habe. Der Codex Nr. 366 enthält gleichfalls nur diese zehn Capitel und bricht noch zwei Zeilen früher als jener ab, so dass die Vermuthung nahe liegt, dass schon eine ältere Handschrift, von welcher diese beiden abstammen, nicht weiter reichte.

Als den Titel der zweiten Hälfte giebt *Möller* an: *Liber perfectionis hoc est de arte equestri (et militari)*, und er hat durch den eingeklammerten Zusatz andeuten wollen, dass die ganze zweite Hälfte zu einem und demselben Buche gehöre, was auch sehr wahrscheinlich ist, da das Ganze einen sehr verwandten Inhalt hat und auch von einerlei Hand geschrieben ist. Nur mit der weiteren Angabe über die Zeit der Abfassung, oder auch nur der Abschrift *„anno 1031 H. 1621 Chr. absolutus"* verhält es sich anders; diese Jahreszahl steht in der Unterschrift eines Besitzers der Handschrift, welcher darin gelesen hatte, طالع في هذا الكتاب,

derselbe Ausdruck ist von einem Arnauten Emir Muçṭafa auf dem Titelblatt gebraucht mit der Jahrszahl 1194 (1780), welcher also das Buch geliehen hatte oder in der Bibliothek des damaligen Besitzers einsah, denn dieser letztere hat mit derselben Jahrszahl seinen Namen Aḥmed el-Schâri el-Schâfi'í el-Azharí eingeschrieben.

Diese zweite Hälfte zerfällt wieder in zwei Abtheilungen, von denen die erste Fol. 110—147 den vollen Titel hat: كتاب الكمال وهو الفروسية وانواع السلاح واداب العمل بذلك وصفات السيوف والرماح وصفات الخيل واجناسها ومعايبها „das Buch der Vollkommenheit d. i. die Reitkunst, die verschiedenen Waffen und die Anweisung zur Handhabung derselben, Beschreibung der Schwerdter und Lanzen und Beschreibung der Pferde, ihrer Racen und ihrer Fehler." Damit ist der Inhalt so gut angegeben, dass es einer weiteren Ausführung nicht bedarf, leider! fehlt aber der letzte Abschnitt über die Pferde ganz und auch ein Theil des vorangehenden; in dem Capitel über das Schwingen des Schwerdtes beginnt auf der letzten Seite noch ein Abschnitt mit der Überschrift: „Wenn du Jemandem den Kopf abschlagen willst", und die etwas verschabte Schrift dieses Blattes lässt deutlich erkennen, dass es längere Zeit ohne schützende Decke war, bis es durch das Zusammenbinden mit dem anderen Theile in die Mitte des Bandes kam. Aus dieser Abtheilung habe ich das Capitel über die verschiedenen Schwerdter der Muslimen am Schlusse dieser Abhandlung abdrucken lassen.

Die zweite Abtheilung der zweiten Hälfte Fol. 149—215 ist ohne Titel und enthält aus dem grösseren Werke die Abschnitte 8. 9. und 10[1]); im Inneren ist mit Ausnahme von ein Paar einzelnen Worten keine Lücke bemerkbar, der Abschreiber hat aber einige Capitel überschlagen, wie aus der Zählung derselben hervorgeht. Jeder dieser drei Abschnitte hat die Ueberschrift التعليم „die Unterweisung", und es lässt sich daraus ein Zusammenhang mit der vorigen Abtheilung folgern, da in dieser einige Male in den Überschriften ebenfalls das Wort „Unterweisung" gebraucht ist.

1) Anstatt التاسع *9* steht in der Überschrift dieses Capitels السابع *7* durch einen in dem Arabischen Worte leicht möglichen und öfter vorkommenden Schreibfehler.

Diese drei Abschnitte 8. 9. 10 handeln über das Heerwesen und die Kriegführung und der Verfasser hat darin einen Theil der Taktik des *Aelianus* aufgenommen, von der bisher nicht bekannt war, dass davon eine Arabische Übersetzung vorhanden sei. Eine Andeutung davon findet sich in dem von *Lord Munster* im J. 1840 lithographirt herausgegebenen Verzeichnisse Arabischer Werke über Kriegswissenschaft, welche er im Orient wollte suchen lassen und zu erwerben wünschte كتاب فهرسة الكتب التى نرغب ان نبتاعها S. ٣٨, wo er unter den Schriften der Griechen, Perser und Inder die Bücher des *Aelianus* und *Polybius* namentlich anführt, المنقولة من اللغة اليونانية الى اللغة العربية, welche aus dem Griechischen in das Arabische übersetzt seien. Wenn man dieses Desideraten-Buch des *Lord Munster* genauer ansieht, so findet man, dass es in der ersten Hälfte nach der Reihenfolge der Capitel oder Paragraphen den Inhalt eines ganz gleichen Werkes angiebt, wie unser Fragment, als wenn er vorausgesetzt hätte, dass über einzelne Themata daraus noch besondere Bücher geschrieben seien. Danach ist als sicher anzunehmen, dass die beiden Arabischen Verfasser ein und dasselbe ältere Buch über diesen Gegenstand benutzt haben, da einige Stellen, welche *Lord Munster* etwas ausführlicher excerpirt hat, wörtlich mit unbedeutenden Varianten auch in unserem Fragment vorkommen. Wo diese Handschrift des *Lord Munster* sich befinden mag, ist mir ebenso unbekannt, als ob sie die Übersetzung des *Aelianus* enthält, welche vielleicht nur nicht als solche erkannt wurde, vermuthen lässt sich indess, dass *Lord Munster* die Stelle unserer Abhandlung S. 10, 8 und 11, 7 u. 10 des Arabischen Textes vor Augen hatte, wo *Aelianus* und *Polybius* genannt werden, woraus aber nicht folgt, dass auch *Polybius* in das Arabische übersetzt sei, da *Aelianus* nur ein Citat aus ihm giebt.

So wenig nun der Haupttitel des ganzen Werkes und der Inhalt der anderen Abschnitte bekannt ist, ebenso wenig auch der Name des Verfassers, und es ist unwahrscheinlich, dass die Übersetzung des *Aelianus* von ihm gemacht wurde, vielmehr war sie schon vorhanden, so dass er sie nur in sein Werk aufnahm, da ja auch der Verfasser des *Lord Munster*'schen Codex von *Aelianus* etwas wusste, oder beide über

ihn ihren Vorgänger benutzten. Über sein Zeitalter kann man nur die Vermuthung hegen, dass er um die Mitte des 8. Jahrhunderts d. H. lebte, da er an zwei Stellen S. 17 u. 32 von der grossen Tataren-Schlacht spricht, welche im J. 702 (Chr. 1302) bei Marg el-Çuffar geschlagen wurde (*Abulfidâ* Annal. Tom. V. pag. 186), als wäre sie zu seiner Zeit noch in guter Erinnerung. Die Schreibart, d. h. die ziemlich zahlreichen Verstösse gegen das classische Arabisch, z. B. S. 1 Z. 9 — 10 die Nominative statt der Accusative, in der Übersetzung aus *Aelianus* noch mehr als in den übrigen Stücken, sowie eine Menge von seltenen oder bis dahin ganz unbekannten oder in besonderer Bedeutung gebrauchten Wörter lassen ebenfalls auf ein spätes Zeitalter schliessen und weisen auf Ägypten hin als das Vaterland des Verfassers, und um das Characterische nicht zu verwischen, habe ich das Arabische mit allen seinen Fehlern genau abdrucken lassen. Sollte durch diese Incorrectheiten hier und da eine fehlerhafte Auffassung veranlasst sein, so wird man dies namentlich bei der Benutzung nur einer Handschrift entschuldigen.

Die aus *Aelianus* ausgezogenen Stellen mögen etwa ein Drittel der ganzen Taktik enthalten, sie sind durch die Cursivschrift kenntlich gemacht und dadurch von den Einschiebungen des Arabischen Übersetzers unterschieden, zugleich habe ich zur leichteren Übersicht die Capitel-Eintheilung unserer Griechischen Ausgaben angegeben. Was der Übersetzer ausgelassen hat, mochte ihm zu ausführlich sein, oder er hat anderes an die Stelle gesetzt, wie es zu seiner Zeit war; manches hat er vielleicht auch nicht verstanden, da es nicht mehr in seinem Ideenkreise liegen mochte. Er übersetzt oft so wörtlich, dass man das Arabische ohne das Griechische kaum verstehen kann und dadurch schien es geboten, wieder das Arabische so wörtlich als möglich zu übersetzen, um erkennen zu lassen, wie der Araber das Griechische aufgefasst hat. Dazu war es aber auch erforderlich, von diesem Theile den Arabischen Text vollständig zu liefern, und um das Ganze noch deutlicher zu machen, habe ich diejenigen Wörter, auf deren Erläuterung es besonders ankam, in der Übersetzung Griechisch, Arabisch und Deutsch zusam-

mengestellt; von den anderen Stücken habe ich nur einige Proben gegeben, um wenigstens den Inhalt des Ganzen übersehen zu lassen.

Das letztere gilt auch in Bezug auf die Übersetzung der Abschnitte, welche noch auf *Aelianus* folgen. Zweikämpfe wurden im Orient noch gewöhnlicher als im Occident vor dem Beginn einer Schlacht gehalten; von den Erzählungen derselben, welche der Verfasser aus glaubwürdigen Quellen entnommen hat, habe ich einige beibehalten. Die zehnte Unterweisung hat schon der Abschreiber nicht vollständig copiert und es ist nichts damit verloren, dass ich sie noch weiter abgekürzt und den übrigen Inhalt nur nach den Überschriften angedeutet habe. Die bei Belagerungen zu Zerstörungen zu verwendenden Mittel sind in einer Geheimschrift geschrieben, welche ich entziffert und in den „Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften" 1879 Nr. 15 erläutert habe.

Es ist zu bedauern, dass der Verfasser ungeachtet der besonderen Überschrift zu dem Plane des Muslimischen Lagers eine weitere Erläuterung nicht hinzugefügt hat, weil darin einige Ausdrücke vorkommen und Ämter in der Begleitung des Fürsten und in der Armee namhaft gemacht werden, welche sich in der Abhandlung selbst nicht wiederfinden; möglich auch, dass das Exemplar, welches der Abschreiber copirte, nicht mehr enthielt. Der Arabische Plan ist in der Grösse des Originals mit den Einzeichnungen genau nachgebildet, bei dem Deutschen, wo sich die Bezeichnungen in die kleinen Quadrate nicht gut hineinbringen liessen, sind die Felder nummerirt und die Erklärung dazu besonders gegeben, wobei ich, wie auch bei mehreren anderen schwierigen Ausdrücken mich des nie versagenden Rathes des Herrn Geh. Hofrath Professor *Fleischer* zu erfreuen hatte.

F. Wüstenfeld.

Im Namen Gottes des barmherzigen des erbarmenden!
Hilf, gnädiger Herr.

## Die achte Unterweisung.

Über die Zusammensetzung der Armeen, ihre Sammlung, ihre Befehlshaber, Hauptleute und Führer und über die Anzahl ihrer Corps in einer Weise, dass sie vor Unfällen, welche aus ihrer Schwäche entstehen, sicher sind, und was damit zusammenhängt.

Eine Pflicht, welche dem Aufseher über sämmtliche Truppen obliegt, ist, dass er bei der Anstellung der einzelnen Hauptleute nicht nachlässig verfährt, weder in Bezug auf ihre Gesammtzahl, noch auf einen Theil derselben, sondern er muss sich bei ihrer Ernennung von der Rücksicht auf das Allgemeine und auf eine vollständige Zuverlässigkeit leiten lassen. In dieser Beziehung haben die Vorfahren bei sorgfältiger Überlegung nach verschiedenen Ansichten verschiedene Wege eingeschlagen.

### Erstes Capitel der achten Unterweisung.

Zu den Obliegenheiten des Fürsten gehört es für alle Angelegenheiten der Armee zu sorgen und ihr einen Führer zu geben, welcher sich schon als General ausgezeichnet hat, und fest, umsichtig, erfahren und kundig ist; einem solchen überträgt er den Befehl über die Armee. Dieser Feldherr muss zur Übernahme seines Amtes vollkommen befähigt sein, genügende Ausdauer und Schnelligkeit in seinen Bewegungen besitzen, wenig persönliche Rücksichten nehmen, selbst in Kleinigkeiten, auf die er zu achten hat, nicht nachlässig sein, denn die geringste Nachlässigkeit in der richtigen Beachtung der Verhältnisse kann für die ganze

Armee verderblich werden, weil, wenn er in irgend einer Anordnung nachsichtig ist, öfter ein Emir dem anderen zwei-, dreimal darin nachfolgt. Zuweilen nimmt ein solcher Rücksicht auf einen Schwachen, auf ein mageres Pferd und andere Dinge, worauf er besonders zu achten hat, dann soll der Feldherr in dieser Beziehung in keiner Sache, und wäre sie auch geringfügig, nachsichtig sein. Der Feldherr muss, wie man zu sagen pflegt, بزّر جمهر die Würze der Gesammtheit sein. Zur Führung der Truppen und zur Austheilung der Befehle taugt nur ein Mann, welcher vier, drei, zwei und eine Eigenschaft besitzt; die vier sind: Festigkeit, Geduld, welche in Schwierigkeiten vor Übereilung schützt ausser unter günstigen Umständen, Standhaftigkeit, welche durch Unglücksfälle selbst bei wiederholten Schlägen nicht gebrochen wird, Freigebigkeit, welche grosse Reichthümer verachtet, wenn sie angesprochen werden; die drei sind: Schnelligkeit in der Belohnung tapferer Soldaten für eine Grossthat, Strenge in der Bestrafung der Pflichtvergessenen, Ungerechten und solcher, welche Aufruhr anstiften und dem zeitigen Herrscher nicht treu bleiben [1]); die zwei sind: Entfernung des Thürstehers, welcher die Untergebenen abweist, gleichmässige Rechtsprechung zwischen den Starken und Schwachen; die eine ist: Wachsamkeit in allen Geschäften ohne etwas von einem Tage zum andern aufzuschieben. Wenn er diese Eigenschaften besitzt, wird er dem Heere einen vollkommenen Schutz gewähren. Ihm zur Seite muss ein scharfsichtiger, gewandter Secretär stehen, welcher über Alles Auskunft zu geben und die Befehle auszuführen versteht. Der Feldherr muss zu drei verschiedenen Malen über das Heer Musterung halten, erstens beim Anfange der Zusammenziehung der Truppen, zweitens beim Anfang des Zusammenstosses mit dem Feinde, wobei es besonders auf die Schlachtordnung ankommt, und drittens die Musterung bei der Beendigung des Feldzuges, wonach die Vertheilung der Beute folgt; auch muss er in der Armee auf die Geschicklichkeit im Reiten achten. Wir werden nun einige Abschnitte hiervon besonders behandeln, welche, so Gott will, dem Feldherrn und seinem Secretär eine Hülfe gewähren sollen.

1) hier ist eine Eigenschaft ausgelassen.

## Zweites Capitel der achten Unterweisung.

Über die sprachlichen Ausdrücke und gewöhnlichen Bezeichnungen, mit Übergehung der selten gebrauchten Wörter. Wir wollen dies jetzt der Reihe nach aufführen, indem wir bei der Vollständigkeit uns dem Versprechen gemäss der Kürze befleissigen.

Hierher gehören zunächst die Bezeichnungen für die äussere Erscheinung eines Menschen. Der richtige Ausdruck für einen, der noch nicht ganz ausgewachsen ist, ist صبىّ „Bursch", wenn er sich der Mannbarkeit nähert, heisst er امرد „dem der Flaum anfängt zu wachsen"; wenn an der Stelle شاربه seiner Oberlippe einige schwarze Haare hervorkommen, sagt man حين طرّ شاربُه بفتح الراء „wenn ihm der Schnurrbart sprosst" oder بقّل شاربُه „er bekommt an der Oberlippe einen Milchbart", das erste ist besser gesagt; wann dann in ähnlicher Weise der Bart auf den Backen und am Kinn zum Vorschein kommt, sagt man حين بقل وَجْهه بتخفيف القاف „wenn sein Gesicht den Milchbart bekommt" in der ersten Form des Verbum ohne Verdoppelung des *Káf*; wenn sein Bart durchgehends schwarz wird, sagt man حين اتّصلت لحيتُه „wann sein Bart in Verbindung kommt"; wenn das Haar im Gesicht vollständig gewachsen ist, heisst er شابٌّ „ein junger Mann"; wenn in seinem Barte einige wenige weisse Haare zum Vorschein kommen, sagt man حين خَطَّ الشَّيْبُ „wenn das Alter Linien zieht"; vermehrt sich dies, so dass Weiss und Schwarz gleich werden, so sagt man مجتمع „übereinstimmend" oder كَهْل „ausgewachsen"; wenn das Weisse sich mehrt und gegen das Schwarze vorherrschend wird, sagt man اشيَب „alternd"; wenn das Weisse vollständig geworden ist, so ist er شيخ „ein Greis". In die Armeeliste wird die Bezeichnung „Greis" nicht eingetragen, weil deren nur wenige vorkommen [1]).

1) Hieraus geht hervor, dass in den Listen solche Rubriken für die Bezeichnung der Altersklassen gemacht wurden und daraus ergiebt sich der Zusammenhang dieses sonst auffälligen Abschnittes mit dem Ganzen. Ebenso gehört das Folgende zu der Personalbeschreibung des Soldaten, wie am Ende des Capitels bemerkt ist.

Ueber die Bärte. Wenn das Barthaar nach allen Seiten üppig gewachsen ist, so heisst der Mann أَلْحَى „bärtig, Vollbart"; ist der Bart der Länge nach üppig, so heisst er طويل اللحية „langbärtig", einige bezeichnen auch dieses nur durch „bärtig"; ist er am Kinn üppig und auf den Backen dünn, so sagt man خفيف العارضَيْن „dünn auf beiden Backen"; wenn am Kinn und an den Backen nur wenig Haar ist, so sagt man كوسج „mit spärlichem Bart"; sind der Haare so wenige, dass sie nur sehr vereinzelt stehen, so sagt man سباط „mit lockerem Bart"; wenn sein Gesicht von Haaren ganz entblösst ist, so heisst er ثط oder اثط „bartlos". Wenn in dem Barte die röthliche Farbe vorherrschend ist, so heisst er اشقر „blond", ist es noch etwas mehr, so dass er roth ist, so sagt man اصهب „roth". Wenn Jemand das Haar lang herabhängen lässt, so sagt man سبط الشعر „mit herabhängendem Haar", das Gegentheil davon ist جعد الشعر „mit krausem Haar".

Wir betrachten weiter die Farbe. Weiss schrieben die alten Araber ein als ابيض „weiss", die späteren schrieben dafür تعلوه سُمْرَة „das Gesprenkelte herrscht bei ihm vor" und die meisten stimmen darin überein, ihn als اسمر „gesprenkelt" einzuschreiben; desshalb nehmen sie auch keine Rücksicht auf die Farbenbezeichnung اصفر „blond", weil das, was zwischen diese kommt, nicht wieder vergeht; ein andermal loben sie diese Farbe, nur muss sie ursprünglich sein, dann hat sie diesen eigenen Namen. Ist der Mann weiss mit vorherrschender Röthe, so sagt man اسمر مشرَّب بحُمْرَة „gesprenkelt mit Roth vermischt", ist er nur leicht gesprenkelt, so heisst er ادم „rothbraun", ist es ein wenig mehr, so heisst er ادمُ طاهرُ الادمة „hervorstechend rothbraun", ist es viel mehr, so heisst er اصفر „Goldfuchs"; wenn seine Farbe dunkel ist, wird er اسود „schwarz" genannt.

Ferner betrachten wir das Haar, welches vom Kopfe an der Stirn herabhängt; wenn es oben an der Stirn getheilt ist, heisst es انزع „kahl", ist es nur wenig, so heisst es خفى „unmerklich", ist es viel, so heisst es بيّن „deutlich sichtbar"; befindet sich an dieser Stelle ein kahler Fleck, so sagt man بنزْعته اثرٌ „an seinem Scheitel ist ein kahler Fleck" mit nä-

herer Bezeichnung der Stelle ob er auf der rechten oder linken Seite ist; wenn es mehr ist als dieses, so sagt man اجلا „Glatzkopf", und ist es noch mehr als dieses, so sagt man اجلح „Kahlkopf;" so war 'Alí ben Abu Ṭâlib; اصلع sagt man, wenn der vordere Theil des Kopfes gänzlich kahl ist.

Wir betrachten nun die Stirn. Wenn sie breit ist, so heisst der Mann واسع الجبهة „mit breiter Stirn", das Gegentheil davon ist ضيق الجبهة „mit schmaler Stirn"; wenn ihre Haut in Falten gelegt متكسر ist, sagt man بها غضون „es sind Runzeln daran"; wenn eine Narbe davor ist, so wird besonders erwähnt, an der und der Seite; reicht diese bis an das Haar, so heisst es متّصل بقصاص شعره „bis an den Rand seines Haares reichend"; reicht sie bis an die rechte oder linke Augenbraune, so wird dieses bemerkt und gesagt مقترن بحاجبه „mit seiner Augenbraune verbunden"; ist ein Fleck darauf, so sagt man, daran ist ein unmerklicher oder ein deutlich sichtbarer خال Fleck auf der und der Seite.

Dann betrachten wir die Augenbraunen. Wenn sie an einander stossen, sagt man مقرون بينهما بيّن او خفى „deulich oder unmerklich mit einander verbunden"; ist eine Falte als Trennung dazwischen, so sagt man مقرون بينهما خطٌّ „verbunden, dazwischen eine Falte" oder zwei Falten, wenn es breiter ist; wenn es مغترض „gefurcht" ist, sagt man بينهما انثناء „zwischen beiden eine Trennung"; ist ein Fleck dazwischen, so wird dies erwähnt. Dann wird die grössere oder geringere Menge ihrer Haare angegeben und gesagt: مقرون الحاجبين غليظهما او دقيقهما „mit dicken oder dünnen Augenbraunen, die mit einander verbunden sind"; oder sind die Haare von einander getrennt, so sind die Ausdrücke dafür ابلج oder ابلد oder افرق; sind die Augenbraunen dünn und kurz, so sagt man أزجّ, in der gewöhnlichen Sprache مزجّج; wenn das Haar derselben dick und voll ist, so ist der Mann أوطف, wenn es lang überhängt und gebogen ist, so ist er أقوس, wenn es dünn und spärlich gewachsen ist, so ist er أنمص, wenn es nach vorn dick und nach hinten dünn ist, so ist er أدمص, und wenn ihm alle Haare ausgegangen sind, so ist er أمرط.

Hierauf betrachten wir die Nase. Wenn sie lang ist, so heisst

der Mann طويل الانف „langnasig", wenn sie in die Höhe steht, heisst er اقنى, umgekehrt ist قصير „kurz"; wenn sie von hinten in die Höhe geht, so ist er أَسَمّ [1]); „dick" ist غليظ und umgekehrt دقيق „dünn"; wenn die Spitze der Nase nach dem Munde gekehrt ist, heisst er أَوْرَدُ الارنبة [2]); sind seine Nasenlöcher weit geöffnet, so heisst er منتشر المنخرين; wenn sie in der Mitte breit ist, so wird er افطس genannt; wenn der hintere Theil gebogen ist, sagt man اخنس; wenn die Nase nach einer von beiden Seiten gewandt ist, sagt man أَوْرَدُ; ist von ihrer Spitze ein Stück abgeschnitten, so ist er اجدع „verstümmelt"; ist es an احد الناشرين einem der beiden Nasenflügel geschehen, so ist er أَحْرَمُ; ist die Nase klein, ebenmässig, so sagt man اذلف [3]); wenn sie kurz, entstellt ist, so sagt man الذلف اكرم(?); ist ihre Form stark in die Breite gedrückt, so sagt man افطح; wenn dies noch mehr der Fall ist, so dass sie wie eine Rindsnase aussieht, so heisst dies اخشم; ist sie erhaben in Proportion, so sagt man اشمّ; wenn ihre Spitze stark nach der Wölbung der Lippe geneigt ist, so ist dies احنّ; wendet sich dies nach einer von beiden Seiten, so heisst es اقعم; wenn die Spitze sich nach der Nasenscheidewand erhebt, heisst der Mann اقمى.

Danach betrachten wir die Lippen. Wenn sie beide dick sind, sagt man غليظ الشفتين, das Gegentheil ist دقيق; ist die Oberlippe aufgeworfen, so heisst sie قلصة, ist sie kurz, so nennt man sie متسمرة „angenagelt"; ist die untere aufgeworfen, nennt man sie هدلاء oder دالعة; ist in der oberen eine Scharte, so sagt man اعلم, bei der unteren heisst dies افلج; ist in der Mitte der oberen ein Zwischenraum zwischen dem Bart, so nennt man sie طَرْماء, an der unteren nennt man sie نَزْقاء.

Alsdann betrachten wir das Aeussere des Gesichtes. Sind

---

1) Dies wird im *Kâmûs* erklärt „mit engen Nasenlöchern"; die Handschr. hat أسم.

2) Im *Kâmûs* وارد الارنبة „mit langer Nasenspitze."

3) Darauf folgen die Worte نعمرده بلا حاجة mit darüber geschriebenem ط als Zeichen eines Fehlers غلط; den folgenden Ausdruck اكرم würde man eher von einer edlen Form erwarten.

die beiden Backen eingefallen, so sagt man مصموم الخدّين; steht der obere Theil derselben hervor, so heisst es ناتئ الوجنتين; sind im Gesichte Pockennarben deutlich sichtbar oder unmerklich, so sagt man او مجدور بيّن خفى; sind sie an einzelnen Stellen, so sagt man: in seinem Gesichte sind نبذ جدرى einige wenige Pocken, und giebt dazu die Beschaffenheit an und beschreibt die Stelle, an welcher sie sich befinden; dazu auch die Farbe als roth oder deutlich schwarz. Auch werden die im Gesicht befindlichen Male oder Flecken, lang oder breit, oder Narben u. d. gl. angegeben.

Darauf betrachten wir die Zähne. Wenn zwischen ihnen ein Zwischenraum ist, so heisst es افلج, und مفلّج الثنايا „mit getrennten Vorderzähnen" sagt man, wenn es sich auf diese besonders und auf die nächsten und die Augenzähne bezieht, die unteren oder die oberen oder beide, oben oder unten oder in beiden Reihen. Wenn einer von ihnen ausgefallen ist, so wird dies erwähnt und die Stelle angegeben und wie es vor dem Ausfallen war, unten oder oben, rechts oder links. Wenn sie ganz oder theilweise eine dunkle Farbe bekommen, sagt man, sie werden da und da فاسد „schadhaft", und wenn sie an den Seiten deutlich oder unmerklich abbröckeln, so ist ein solcher Mann اكسّ بيّن او خفىّ und wenn sie soweit abbröckeln, dass sie mit der Wurzel gleich werden, so heisst er أدرد; bricht ein Zahn ab, so heisst er افتم und wenn die Zähne ganz weggehen und nur اسناخها ihre Kiefern bleiben, so ist er ألثغ.

Nun betrachten wir die Ohren. Wenn er kleine Ohren hat, heisst er اصمع, sind sie beide durchbohrt, so heisst er مثقوب الاذنين, ist es nur mit einem der Fall, so wird dies erwähnt, und ebenso wenn ihm beide Ohren abgeschnitten sind oder eins oder ein Theil desselben.

Endlich betrachten wir das Aeussere und Innere seiner Hände und seine Arme. Wenn daran eine Narbe von einem Hieb, von Feuer oder d. gl. ist, so sagt man an seiner Hand ist das und das.

Dies ist in der Kürze das, was gewöhnlich in der Armeeliste vorkommt.

## Drittes Capitel der achten Unterweisung.

في الفراسة. Ueber die Physiognomik d. i. über das, worauf man bei einem Manne nach allen seinen Zuständen schliessen kann.

دلايل الشعر. Die Deutung der Haare. Weiches Haar deutet auf Furchtsamkeit, hartes auf Tapferkeit; viel Haar auf dem Bauch deutet auf starken Geschlechtstrieb, viel Haar auf dem Rücken deutet auf Tapferkeit, viel Haar auf den Schultern deutet auf Dummheit und لجرء (?) Heimtücke, viel Haar auf der Brust und dem Bauche deutet auf geringen Verstand, aufrechtstehendes Haar auf dem Kopfe und auf dem ganzen Körper deutet auf Furchtsamkeit.

Diese Probe mag genügen; es folgt auf 8 Seiten die Auslegung über Character, Eigenschaften und Fähigkeiten, worauf die Beschaffenheit der übrigen Theile des Körpers soll schliessen lassen: der Stirn, Augenbraunen, Nase, des Auges, Mundes, der Lippen, Zähne, des Gesichtes, des Lachens, des Ohres, Nacken, der Stimme, des Athems, der Sprache, der Beleibtheit, Magerkeit, des Rückens, des Körpers, der Füsse, und umgekehrt auf welche Beschaffenheit der Glieder Dummheit, Tapferkeit und gute Anlagen schliessen lassen. — Das vierte Capitel fehlt.

## Fünftes Capitel der achten Unterweisung.

في الولايات بالعساكر. Die oberste Leitung der Truppen. Hierzu gehört vor Allem, dass der Fürst einen der ausgezeichnetsten Emire an die Spitze stellt, welchem er den Befehl ertheilt, die Vorhut und die nächtlichen Patrouillen abzuschicken und Kundschafter und Berichterstatter anzustellen. Dieser Emir muss die grösste Sorgfalt hierauf verwenden, damit die Beschaffenheit der Wege und der Stand der Feinde ihm genau bekannt werde, so bald sie zu Gesicht kommen, und ihm nichts von ihren Verhältnissen verborgen bleibe; er muss mit Hülfe des Postmeisters die Richtungen der Wege, welche zu ihnen führen, von allen Seiten inspicieren, um sich über die Zustände und Oertlichkeiten des Kriegsterrains zu unterrichten, vom Beginn des Ausmarsches an bis zur Ankunft und dem Zusammenstoss. Dieser Posten ist einer der nützlichsten für die Armee und dieser Emir muss auf die Kundschafter

achten, welche mit Umsicht für die Islamitische Armee sorgen sollen u. s. w. [1]).

Zur Ordnung des Marsches [2]) ist erforderlich, dass der Feldherr die Truppen in vier Corps eintheile, das erste bildet die Vorhut, das sind diejenigen, welche vorangehen und für die Herstellung des Weges sorgen, nachdem ein Emir als Wegweiser und ein Emir, welcher die Bestimmung für das Haltmachen und den Aufbruch zu machen hat, voraufgegangen sind. Das zweite Corps bildet die Nachhut, das sind diejenigen, welche hinterher marschiren und die Nachzügler und die, welche von dem Hauptcorps abkommen, decken und da, wo dieses zusammengedrängt wird, so wie die von der Armee ab- und zugehenden beschützen. Die beiden anderen Corps bilden die Mannschaft des rechten und linken Flügels und decken diese beiden Seiten in ähnlicher Weise, wie die beiden erst genannten Corps decken. Der Vorhut zunächst folgen die Kaufleute und Krämer, die Bedienten und Lakeien, dann kommen die Waffenvorräthe, die Kriegskasse, die Gepäck- und Proviant-Träger, die Verwaltungsbeamten aus den Secretären und Vorstehern der Bureaux, und was damit zusammenhängt. Daran schliessen sich die Kammerherrn und die Ritter, nämlich der Stab von Emiren und die Gross-Emire reiten dem Inhaber und Führer der Truppen voran. So sind die Truppen von ihren Kassen, den Vorräthen und den Emiren umgeben, welche für ihre Bedürfnisse und ihre Sicherheit sorgen, und dies trägt offenbar am meisten dazu bei, sie in gutem Stande zu erhalten, und ist die sicherste Art ihres Schutzes. Dann giebt der Commandirende den Emiren den Befehl, einige von ihren Mannschaften zur Dekkung und als Wache für die Nacht aufzustellen, und ebenso dem Officier der Wache, welche er für sich selbst aufstellt; sie müssen für die Leute, welche zum Schutz der ganzen Armee dienen, wenn sie sich lagert, aufs beste sorgen und sich in grössere oder kleinere Abtheilungen

1) Es folgen noch weitere Vorschriften und Rathschläge für den Feldherrn und eine Anrede des Fürsten an die Truppen, womit er sie entlässt.

2) Der wesentliche Inhalt dieses Paragraphen bei *Lord Munster* S. ٥٨ fg.

theilen, gewöhnlich in zwei, von denen die eine den ersten Theil der Nacht, die andere den zweiten Theil die Wache hat. Einer der früheren Könige hatte dem Armeecommandanten gesagt, der Oberofficier der Wache solle seine Leute in zwei Theile theilen und jedem Theile befehlen, abwechselnd in gewissen Abtheilungen um die ganze Armee herum zu gehen, so dass sie bei der Umkreisung wie ein Alle umschliessender Ring wären, sie sollten sich in mehrere Unterabtheilungen theilen und zwischen je zweien derselben ein gewisser naher Abstand sein, so dass während der Nacht durch die Runde der Wache keine Seite der Armee ungeschützt bleibe, indem die ersten an die letzten reichten, möchten sie marschiren oder still stehen.

Wenn die Armee sich auf den Marsch begeben soll, so wird ein günstiger Tag zum Auszuge gewählt, denn der Prophet pflegte zu den meisten seiner Feldzüge an einem Donnerstage aufzubrechen, und wenn es an einem Donnerstage nicht möglich ist, so kann der Sonnabend gewählt werden.

Wenn sich die Armee dem Feinde oder dem Kriegsschauplatze nähert, so muss der Armeecommandant die Reihen ordnen und die Officiere auswählen für den Fall, dass er den Feind plötzlich überfallen könnte. Sobald sie in Feindes Land einrücken, befielt der Anführer den Officieren und ihren Mannschaften, seinem Befehle nicht entgegen zu handeln, denn wenn sie dies thuen, bleibt ihnen oftmals die Lage ihrer Feinde verborgen. Dahin gehört, dass sie ihre Pferde nicht frei auf die Weide gehen lassen, dass sie mit ihren Waffen kein Geräusch machen, dass sie nicht gar zu oft den Gruss *el-salâm* wiederholen, dass sie mit Ruhe marschiren, dass sie aufmerksam auf alles hören, was auf der Seite des feindlichen Heeres vorgeht oder was möglicher Weise Besorgniss erregen oder zu besonderer Vorsicht veranlassen kann, denn wenn viele Stimmen laut werden und Geschrei sich erhebt, so kann damit leicht etwas bis zu den Gränzen des Heeres hinüber dringen, was seine Aufmerksamkeit erregt und ohne den Lärm und Tumult nicht in dessen Mitte oder auf einer anderen Seite desselben bekannt geworden wäre; und wenn das Schreien und Lärmen nicht vermieden werden kann, sollen

sie doch nicht so rufen, dass der Feind ihre Namen, oder gar ihre Parole und andere Wörter versteht, weil dies dazu verhilft, dass Kundschafter zu ihnen eindringen und ihre Lage ausforschen. Dies alles ist zum Schaden der Armee und in unserer Zeit hat man dies aus Vorsicht unterlassen und es geschieht nur noch von den Soldaten, welche nach Sis (an der Syrischen Gränze zwischen Antiochia und Tarsus) und anderen Gränzgebieten geschickt werden, weil sie dies von jeher so gewohnt sind.

Der Feldherr muss ferner, wenn er sich dem Feinde nähert, die Musterung der Truppen wiederholen, er lässt den Musterungs-Secretär kommen und ihre Namen, Anzahl und Ausrüstung feststellen, mustert ihre Bekleidung, sieht nach ob sie geputzt und ihre Waffen stark sind, um jede Art von ihnen an ihren Platz zu stellen, wie wir gleich erwähnen werden. Nämlich die Leute mit vollständiger Bewaffnung und vollkommen guter und passender Ausrüstung werden für das erste Glied eingeschrieben, ihre Bekleidung reicht bis unten auf die Erde hinab; dann sucht er diejenigen aus, welche ihnen in der Ausrüstung am nächsten kommen, um sie für das zweite Glied zu bestimmen, dann die nächstfolgenden für das dritte Glied; die für das zweite und dritte Glied haben nicht so lang herabreichende Ausrüstung. Ebenso sucht er dann die darauf folgenden aus, welche in das vierte und fünfte Glied gestellt werden sollen. Auf diese Weise wird das Heer geordnet. Hierauf inspicirt er auch das Fussvolk und diejenigen, deren Ausrüstung bis auf die Erde reicht, kommen in das erste Glied zu stehen, in einer Stärke, wie es dem Feldherrn passend scheint, je nachdem er sie in drei oder vier Gliedern aufstellen will.

### فصل ما للمحارب من السلاح فى الاسلام

### Über die Waffen der Krieger im Islam[1]).

Die Bewaffnung besteht in einem festen dauerhaften Panzer, nicht zu schwer und nicht zu leicht, in einem Helm, einer anschliessenden Mütze unter dem Helm, zwei Armschienen, zwei Beinlingen und zwei

1) Diesen Abschnitt hat der Verfasser dem 2. Cap. des Aelian nachgebildet.

Beinschienen. Das Pferd zum Angriff muss einen festen Huf haben und an der Brust, dem Vordertheil, Hals und Hintertheil stark sein. Die Ausrüstung zum Kampfe besteht aus zwei festen, starken Bogen, 30 Pfeilen mit geraden gefeilten Spitzen, hartem Mittelstück und eisernen عَرَب Flügeln, aus einem mässigen Köcher, der nicht zu gross ist und dadurch beschwerlich wird, so dass er die Aufmerksamkeit ablenkt, auch nicht zu klein, so dass er nicht alle Pfeile fassen kann und dadurch ungenügend ist, von festen länglichen Lederstreifen, mit festen Nähten und Bändern von wirklichem Leder, aus einer جُرْبة وهو النيملنج Köchertasche mit starken Schnüren, einer starken Lanze mit heilem Schaft, ganz gerade, nicht übermässig lang, aber auch nicht zu kurz, so dass sie ihren Zweck nicht erfüllt, mit einer Spitze vom besten Eisen mit vielen ذكور scharfen Kanten, von ausserordentlicher Härte mit einem durchdringenden äussersten Ende; einem geraden Wurfspeer, einem scharfen bewährten Schwerdt ganz von Eisen mit lobenswerther Treffähigkeit oder kurz, handlich, schneidig[1]); einem spitzen zweischneidigen Messer oder einer zugespitzten شديدية, einem starken جُوز Streitkolben, welcher den damit kämpfenden weder durch seine Schwere überwältigt, noch durch seine Leichtigkeit ihn täuscht, um einen kräftigen, durchschlagenden Hieb zu thun, oder einem blanken طبر Beil auf beiden Seiten geschärft mit einem festen Griff, womit man auf einen Hieb eine starke Waffe zerhauen kann; aus 30 Steinen in zwei Beuteln, welche an dem Sattelknopfe rechts und links herabhängen. Dies ist die Ausrüstung eines zum Kampf bereiten Reiters und wenn etwas daran fehlt, so ist er unvollständig ausgerüstet.

Nach dem, was oben in Bezug auf die Verschiedenheit oder Gleichheit der Bewaffnung über den Schlachtkampf gesagt ist, wenn Kavallerie gegen Kavallerie, Infanterie gegen Infanterie oder Kavallerie kämpft, giebt es neun verschiedene Mannschaften in den Armeen[2]): 1) Die Soldaten mit vollständiger Bewaffnung; 2) die Schildträger, welche جنويات

1) Vergl. den Zusatz am Schlusse der Abhandlung.

2) Die folgende Stelle wörtlich bei *Lord Munster* S. ٩٢

Palisaden tragen; 3) die Leichtbewaffneten, das sind الخراسانية والزرّاقون والنفّاطون die Chorasanier, die Mischkrug-Schleuderer[1]) und die Naphtha-Schleuderer, diese drei Classen bilden die Reihen der Fussgänger; 4) die Reiter, welche lange Lanzen tragen, einige derselben sind زراقون Krug-Schleuderer; 5) die Reiter, welche mit مزاريق kurzen Lanzen werfen; 6) die Reiter, welche mit Pfeilen schiessen; diese drei bilden die Reihen der Reiterei; 7) die Reiter, welche ganz in Waffen eingehüllt sind; 8) diejenigen, welche die zusammen gekoppelten Pferde reiten, das sind الوشاقية die Knappen, welche die Handpferde nebenher führen; 9) die Bedienten und Elephanten-Wärter, wenn solche vorhanden sind, kommen an diese Stelle, und das Gepäck dahinter.

Wenn der Feldherr einen Emir für das Haltmachen und Aufbrechen ernannt hat, so muss dieser die geeigneten Lagerplätze wählen, wo sich Wasser und Futter befindet, sie müssen in der Ebene liegen und es ist dabei auf die Sicherheit, einen längeren Aufenthalt und einen etwaigen Angriff Rücksicht zu nehmen; wenn es nöthig scheint, werden die dahin führenden Hauptstrassen mit Wachen besetzt, und Alles wird mit Umsicht passend und bequem eingerichtet. Sobald nun ein solcher Lagerplatz bezogen wird, befiehlt der Emir vor Allem, noch an demselben Tage ohne Aufschub und Zögern einen Graben zu ziehen, dieser dient zur Deckung der Armee, verhindert das Desertiren, vereitelt die Versuche eines Überfalls und schützt gegen andere Gefahren, welche durch die List des Feindes und unerwartete Ereignisse herbeigeführt werden können. Jeder Zugang des Grabens wird einem zuverlässigen Hauptmann übergeben, welcher die Aufsicht führt, um die Aus- und Eingehenden zu überwachen.

### فصل فى البيات والكمين

### Über den nächtlichen Überfall und Hinterhalt.

Dies ist etwas, wonach der Feldherr streben und wovor er sich hüten muss, damit nicht der Feind eine Gelegenheit erfasst und die

1) Diese Bedeutung ergiebt sich aus der zehnten Unterweisung, wo das Wort wieder vorkommt.

Muslimen gedeckt sind, während sie jenem einen Hinterhalt legen, dem gemäss, was von dem Propheten überliefert ist, als er über die Angehörigen der Ungläubigen gefragt wurde, wenn sie nächtlicher Weile überfallen und ihre Frauen und Kinder betroffen würden; er antwortete: sie gehören zu ihnen. Amr ben Dinâr drückt es nach Ibn 'Abbâs bestimmter aus: sie gehören zu ihren Vätern. Die Richtigkeit dieser Überlieferung ist begründet, sie ist von Muslim in seine Sammlung aufgenommen[1]) und von anderen, welche sie sämmtlich auf Sufjân ben 'Ojeina zurückführen. Es ist ferner durch Ibn Omar überliefert, dass der Prophet zweimal gegen die Banu el-Muçṭalik einen Zug unternommen habe um ihre Heerden zu rauben; er schlug die Schlacht und nahm die Kinder gefangen. Diese Überlieferung ist gleichfalls in der Wahrheit begründet, Muslim hat sie aufgenommen, und darin liegt der Beweis, dass es erlaubt ist, die Ungläubigen in ihrer Sorglosigkeit und Nachlässigkeit bei Nacht zu überfallen und zu tödten, auch wenn ihre Kinder und Frauen mit davon betroffen werden.

Wenn nun der Feldherr die Muslimen in einen Hinterhalt legen will, so stellt er einen umsichtigen Emir an ihre Spitze, welcher darin schon bewandert ist, und wählt für die Truppen des Überfalles solche Pferde aus, welche wenig Geräusch machen, nicht wiehern, nicht wiederholt dazu ansetzen, nicht im Halse kollern, nicht davon laufen, ruhig sind und andere gute Eigenschaften haben, nicht ungestüm aufrennen, sondern ruhig sind, wenn mit ihnen ein Angriff gemacht werden soll, nicht störrig, so dass sie dem Zügel nicht folgen und Sattel und Zügel sich nicht wollen anlegen lassen, und die nicht scheu werden.

Der Reiter hierzu muss kühn sein, vor schwierigen Unternehmungen nicht zurückschrecken, ein guter Reiter sein, nicht schreien, nicht husten, nicht leicht durstig werden, nicht schnarchen, nicht im Halse röcheln, keine rauhe Stimme haben, leicht erwachen ohne schlaftrunken zu sein, nicht lange Abscheu haben, bei der Nachtwache nicht träge, nicht dumm, nicht schwachsichtig sein, aufhorchen, wenn sich ein Geräusch vernehmen

1) *Muslim*, Corpus tradit. ed. Calcutt. Vol. II. pag. 143.

lässt, und wäre es noch so leise, rasch bereit, wenn ein Angriff und Verstoss gemacht werden soll, nicht träge, nicht gleichgültig, nicht zaghaft, beseelt von dem Verlangen sich Ehre und Ansehen zu erwerben. Er wähle sich eine fest gearbeitete, durchschlagende Waffe, nicht schartig, womit er einen kräftigen Hieb ausführen und schwere Verwundungen beibringen kann[1]).

Wer sich in einen Hinterhalt legen will, der wähle dazu einen Ort in der Nähe von Wasser, damit nicht, wenn die Sache sich in die Länge zieht, der Durst sich einstellt, da sie das Wasser nahe haben; der Weg zu dem Wasser muss eben sein, die Pferde dürfen sich darauf nicht drängen. Der Ort des Hinterhaltes muss an einer Stelle sein, wo der Aufgang zur Warte bei Nacht und bei Tage nicht beschwerlich ist, hochgelegen, damit der oben stehende jede Person von weiten wahrnehmen, sich niemand verstecken oder heranschleichen kann, kein Hinderniss darf ihm dagegen im Wege sein. Jeder Theilnehmer muss die nöthige Kleidung bei sich führen, gegen die Kälte, wenn es Winter ist und wenn es Sommer ist, dann dem entsprechend. Leichtsinn und Zerstreuung müssen sie ablegen, wo sie auch sein mögen, sie müssen ruhig sein und sich des Schweigens befleissigen, Wild und Vögel nicht aufschrecken, denn durch das Stillsein wird ihr Versteck nicht verrathen und sie haben den Vortheil nicht bemerkt zu werden, und wenn sie dann angreifen wollen, nehmen sie die Gelegenheit dazu wahr ohne Aufregung, Unruhe und Leidenschaft, sondern sie erheben sich mit festen, gesammelten, ruhigen, nicht flüchtigen und verwirrten Gedanken und vertrauensvollem, erhebendem und feurigem Muthe. Ihr Angriff muss sein wie ein loderndes mit Donner verbundenes Feuer, welches alles, was ihm vorkommt, grünes und trockenes verbrennt, damit sie einen vollständigen Sieg über ihre Feinde davon tragen und ihre Absicht erreichen.

Die in einem Hinterhalt liegen, dürfen daraus nicht alle auf einmal hervorbrechen, damit der Feind sie nicht für viele hält und ihm ihre Anzahl zur Zeit ihres Angriffes verborgen bleibt; dabei müssen die Wächter den Stand des Feindes sorgfältig beobachten, und wenn der

1) Im Auszuge dieselben Ausdrücke bei *Lord Munster* S. 54

Hinterhalt sich in zwei Theile theilt, so ist dies besonders gut in der Voraussetzung, dass der Feind, wenn er ihre Anzahl für gering hält, oftmals Lust bekommt, sie anzugreifen und sie, wenn dann der Hinterhalt der Muslimen flieht, verfolgt, dann bricht der zweite Theil gegen sie hervor. Keiner darf nach Beute begierig sein, sondern einer muss den anderen anfeuern, den Feind anzugreifen, niemand darf sich von den anderen entfernen, und wenn sie ihre Absicht erreicht haben, kehren sie auf ihre Plätze zurück, ohne einen von ihnen zurückzulassen. Wenn einem sein Pferd schwach wird, so lässt ihn der andere hinter sich aufsitzen und lässt ihn nicht im Stich, denn daraus entsteht ein grosser Schaden, wie es bei den Truppen auf Expeditionen bekannt genug ist.

Einige der früheren Könige haben für den Hinterhalt[1]) die Hälfte der ganzen für einen Krieg aufgestellten Armee bestimmt und gesagt, der Hinterhalt sei das Fundament im Kriege, und wer keinen Hinterhalt habe, der setze seine Truppen dem Untergange aus. Andere sind der Ansicht, dass der Hinterhalt aus zwei Drittel der Armee bestehen müsse, noch andere sagen, die geringste Anzahl sei ein Drittel, weniger nicht. Wenn es für zweckmässig gehalten wird, so theilt der Feldherr die Mannschaft des Hinterhaltes in drei Theile, der erste entfernt sich nach beiden Seiten der Kundschafter nicht eine Meile weit und darüber hinaus nach der Seite, wohin der Feind entfliehen könnte, soweit als es die Aufstellung der Ungläubigen zulässt, und wenn die Länge der Linie auf beiden Seiten der Ungläubigen eine Meile betrüge, so würden jene an die äusserste Gränze der Meile, bis wohin das Ende der Linie des Feindes reicht, zu stehen kommen und dies ist eine der beiden Seiten der hinteren Schlachtlinie. Der zweite Theil des Hinterhaltes steht auf der anderen Seite in derselben Ordnung und der dritte hinter der Armee im Rücken der hinteren Schlachtlinie. Die beiden zu beiden Seiten des

1) Während das Wort „Hinterhalt" bisher von einem Corps gebraucht wurde, welches dem Feinde auflauert, bezeichnet es im Folgenden in dem Sinne von „Rückhalt" auch ein Corps, welches von der Hauptarmee getrennt steht, um zur geeigneten Zeit als „Hülfscorps" einzugreifen, und in einigen Fällen sogar vor der Front seine Stellung haben kann.

Feindes aufgestellten Hinterhalte hindern die Flüchtlinge desselben, sich durch Umgehung auf die Muslimischen Truppen zu werfen und bilden einen Damm zwischen ihnen und zwischen einem Hülfscorps, wenn ein solches vorhanden ist, und bringen zu den Muslimen diejenigen zurück, welche zu ihren Feinden flüchten wollen; und der Hinterhalt hinter der letzten Schlachtlinie der Muslimen dient ihnen als Hülfscorps. Wenn eine Abtheilung desselben durch einen besonderen Befehl zu einer gelagerten Truppe kommt, so nimmt der Hinterhalt hinter derselben seine Stellung, dadurch dient er zum Schutz für diese gelagerten und dadurch wird für die Sicherheit am besten gesorgt. Wenn die Aufstellung zur Schlachtordnung sehr ausgedehnt ist, so ist es am zweckmässigsten, dass der Hinterhalt sich in mehrere Theile theilt, um das Ganze zu schützen. Wenn ein Corps zu schwach ist und zum Weichen gebracht wird, so kommt ihm der hinter ihm stehende Hinterhalt zu Hülfe, vereinigt sich mit den Weichenden und füllt die entstandene Lücke wieder aus. So geschah es im J. 702 auf der so gen. Wiese el-Çuffar [1]), freilich ohne dass ein Hinterhalt aufgestellt war, sondern durch die Hülfe Gottes. Als nämlich beide Armeen in Schlachtordnung aufgestellt waren, warfen sich die Tataren auf den rechten Flügel der Muslimen und durchbrachen ihn, so dass ein Theil der Flüchtenden nicht wieder zum Stehen gebracht werden konnte. Der linke Flügel der Muslimen konnte die Tataren nicht sehen. Als nun die Trommeln geschlagen wurden, kehrte ein Theil der Leute, welche schon geflohen waren, zurück, der linke Flügel vereinigte sich mit dem Centrum und so wurde die Schlachtordnung wieder hergestellt, als wenn keiner darin fehlte. So war also der linke Flügel gleichsam der Hinterhalt der Armee und zwar durch Gottes Fügung, nicht durch ihre Veranstaltung, und der Feind wurde so total geschlagen, dass er nachher keinen Widerstand mehr leisten konnte. Erkenne hierin, o kluger Feldherr, die That Gottes und seine Leitung; der Einsichtige deutet dabei auf den Hinterhalt hin, denn er befreiet die Armee aus sehr grosser Gefahr.

1) *Abul-Fidâ* nahm Theil an dieser Schlacht; vergl. Annal. Muslem. T. V. pag. 184.

Über das Lager des Fürsten und der Truppen bei einer Belagerung, über den Platz, welchen jeder einzelne von ihnen im Lager einnimmt, nach der Ansicht der früheren Herrscher, und über die sorgfältige Deckung darin.

# Plan.

## Erläuterung zu dem Lager des Fürsten und der Truppen und dem Platze jedes einzelnen von ihnen.

Um eine Festung, eine Burg oder d. gl. einzunehmen, (denn dazu sind manche nothwendige Dinge erforderlich, von denen man nicht eins entbehren kann), ist es nöthig, dass der zum Commandanten ernannte Emir ein treuer, erfahrener, einsichtsvoller Mann sei, welcher auf den ersten Blick erkennt, wer durch Einsicht und Kampfeslust zu dem Unternehmen tauglich ist, so dass sie seinen Anordnungen, die zu dem Unternehmen nöthig sind, bereitwillig folgen, ihm bündige Zusagen geben, mit äusserster Tapferkeit zum Schutz und Schirm ihm vorangehen, nachdem sie ihm alle Waffen und Werkzeuge, welche zu einer Belagerung gehören, herbeigeschafft haben, wenn sie zur Belagerung schreiten, d. h. wenn der Sturm gemacht werden soll. Beim Angriff hängt der grösste, vollständigste und sicherste Erfolg ab [1]) von gut gearbeiteten festen Bogen, langen und kurzen Pfeilen, والجراد?, المجارى Armbrusten, runden und langen Schilden, الكاتل grossen und kleinen Körben, المراكن Kübeln, grossen und kleinen Wurfmaschinen, Schleudern, Indischen Bogen, welche in der Nässe aush alten, Raucherzeugern mit ihren Wurfmaschinen, den zu den

1) Der folgende Abschnitt ebenso bei *Lord Munster* S. vi.

verschiedenen Arten des Werfens und Schleuderns zugerichteten Steinen, den Leitern mit Zubehör, den eisernen Instrumenten, womit die Stricke durchgehauen werden, viereckigen auf vier Beinen stehenden جمّازات leicht beweglichen Holzgerüsten, Spitzeisen, ومسلة حى Zangen? —, eisernen Hacken, Beilen, Messern, gekrümmten Haken, Kesseln zum Schmelzen von Schwefel und Naphtha, scharfen Bohrern, Werkzeugen, mit denen der geschmolzene Schwefel ausgefüllt und mit denen brennende Naphtha geschleudert wird, Schwefel, Pech, Nutz- und Brennholz. Hierzu kommen die Handwerker, wie Zimmerleute, Sattler, Stellmacher, Pfeilschnitzer, Eisen- und Kupferschmiede mit ihren Werkzeugen, Steinhauer und Minirer, und aus allen diesen Fächern die Mannschaft bis zu ihrem Meister, zur Aufsicht über das Ganze die Ingenieure, welche wieder dem bei der Belagerung commandirenden Emir unterstellt sind. Ferner die Schuster, Riemer und Deckenmacher, und alles was bei Festungen an Proviant und Futter bereit gehalten werden muss und was zur Ernährung und Stärkung nöthig ist, und zum Schutz der Brücken, Gräben und فارقينات eingefriedigten Plätze mit ihren Umzäunungen, Pfeilern, Mauern und Dämmen, die Wachthäuser und Warten mit ihren Wächtern und Wärtern, die Pförtner, die Thore und Schlüssel und deren Hüter und zuverlässige Aufseher, die Aufstellung der Mannschaften auf allen Seiten und Enden, das Anzünden der zahlreichen, weithin sichtbaren Leuchtfeuer, die Aufstellung jedes einzelnen Mannes an dem für seinen Auftrag passenden Platze, — dies sind die Dinge, von denen auch nicht das geringste verabsäumt werden darf.

## Erklärung des Lager-Planes.

| | | |
|---|---|---|
| الملك | 1 | der Fürst |
| الفناء | 2 | der Vorplatz |
| الدهليز | 3 | die Flur |
| الانشاء والعلماء | 4 | das Secretariat und die 'Ulema |
| ديوان السر | 5 | das geheime Cabinet |
| صاحب شراب الخاص والوصفاء | 6 | Hof-Restaurant und Bedienung |
| صاحب المايدة | 7 | der Tafeldecker |

| | | |
|---|---|---|
| المطبخ | 8 | die Küche |
| مربط الخاص | 9 | Stall für die Pferde des Fürsten |
| بيت المال | 10 | Kriegs-Casse |
| مجلس العظماء | 11 | Sitzungszelt der Grossen |
| الوزير | 12 | der Wezir |
| اهل الملك وخواصه | 13 | Familie und Verwandte des Fürsten |
| المدار | 14 | der Spiegelhalter (Kammerdiener) |
| راس الخصيان | 15 | Oberster der Eunuchen |
| الخصيان | 16 | die Eunuchen |
| خزانة الخاص | 17 | Garderobe des Fürsten |
| المسجد | 18 | die Moschee |
| الحرس فرسان ورجالة | 19 | Wachen zu Pferde und zu Fuss |
| صاحب الحرس | 20 | Wach-Commandant |
| الطريق | 21 | die Strasse |
| قايد القلب الاعظم | 22 | Commandeur des Haupt-Centrums |
| اصحاب قايد القلب الاعظم | 23 | Gefolge des Commandeur des Hauptcentrum |
| ابناء الملك | 24 | die Prinzen |
| اتباعهم | 25 | ihr Gefolge |
| قايد راس الميمنة | 26 | Commandeur der Spitze des rechten Flügels |
| اصحاب قايد راس الميمنة | 27 | Gefolge des Commandeur der Spitze des rechten Flügels |
| بعض الجمهور | 28 | ein Theil der Magnaten |
| صاحب الميمنة | 29 | Commandeur des rechten Flügels |
| اصحاب صاحب الميمنة | 30 | Gefolge des Commandeur des rechten Flügels |
| الجاة | 31 | die Wachen |
| اصبهبد | 32 | ein General |
| الاخوان | 33 | die Brüder |
| الطريق الى العسكر من الميسرة عرضه ثلاثون خطوة والطول ما بلغ | 34 | Hauptweg zur Armee von der linken Seite 30 Schritt breit und so lang er sein kann |
| الرصد | 35 | die Wächter |
| اصبهبد | 36 | ein General |
| الاخوان | 37 | die Brüder |
| اصحاب الاصبهبد | 38 | Gefolge des Generals |

| | | |
|---|---|---|
| صاحب الساقة | 39 | Commandeur des Nachtrabes |
| اصحاب صاحب الساقة | 40 | Umgebung des Commandeur des Nachtrabes |
| اتباعهم | 41 | deren Gefolge |
| الاطباء | 42 | die Ärzte |
| الكحّالين | 43 | die Augenärzte |
| الجرابحية | 44 | die Wundärzte |
| الفيلة ان كانت | 45 | die Elephantenwärter, wenn vorhanden |
| صاحب شراب العامة | 46 | öffentlicher Restaurant |
| اصحاب الشرط | 47 | die Leibwache |
| الحاجب | 48 | der Oberst Cammerherr |
| الموكل بدرب الملك ورفع الاشياء اليه | 49 | der dienstthuende Portier des Fürsten, welcher ihm die Eingaben überreicht |
| صاحب المظالم | 50 | der Untersuchungsrichter in Klagsachen |
| حماة الميسرة | 51 | die Wachen des linken Flügels |
| قايد راس الميسرة | 52 | Commandeur der Spitze des linken Flügels |
| نفصة الطريق | 53 | Wegkundschafter |
| الفقهاء والكتاب | 54 | die Rechtsgelehrten und Notare |
| المصلى اذا حضر العيد | 55 | Betplatz beim Herannahen des Festes |
| الدارجة | 56 | die Wegemacher |
| الخدم | 57 | die Dienerschaft |
| مقدمى الخصيان | 58 | Vorsteher der Eunuchen |
| مرابط العامة | 59 | gemeinschaftliche Stallungen |
| امير الحرس | 60 | Oberst Wach-Commandant |
| ابناء الملك | 61 | die Prinzen |
| القاضى | 62 | der Câdhi |
| المحتسب | 63 | der Polizeidirector |
| اصحاب الركاب | 64 | die berittene Leibgarde |
| البردارية | 65 | Portiers |
| اصبهبد اليمن | 66 | General des rechten Flügels |
| اصحاب اصبهبد اليمن | 67 | Gefolge des Generals des rechten Flügels |
| قايد القلب | 68 | Commandeur des Centrums |
| اصحاب قايد القلب | 69 | Gefolge des Commandeur des Centrums |
| الطريق الى العسكر من الميمنة | 70 | Hauptweg zur Armee von der rechten Seite |

عرضه ثلاثون خطوة والطول ما بلغ 30 Schritt breit und so lang er sein kann
اصبهبد 71 ein General
صاحب المصلى 72 der Feldprediger
خزانة السلاح 73 Waffen-Depot
صاحب الخدم الذى يقدم الناس الى الملك 74 der oberste Diener, welcher die Leute bei dem Fürsten eintreten lässt
صاحب الطريق 75 der Wegweiser
الاحرار 76 die Adligen
امير علم 77 Fahnen-Emir
اصحاب الطبول والقرون والبوقات 78 Trommler, Horn- und Zinkenbläser
اصحاب الكوسات 79 die Paukenschläger
الخصيان 80 die Eunuchen
صاحب الميسرة 81 Commandeur des linken Flügels
اصحاب صاحب الميسرة 82 Gefolge des Commandeur des linken Flügels
الدارجة 83 die Wegemacher
نفضة الطريق 84 die Wegkundschafter
الطريق الى العسكر من ورائه 85 Hauptweg zur Armee von der Rückseite
عرضه ثلاثون خطوة والطول ما بلغ 30 Schritt breit und so lang er sein kann
الخندق 86 der Wall und Graben
الرصد 87 die Wächter
مسلحة الرابطة 88 Posten bewaffneter Reiter
الطريق الى العسكر 89 Hauptweg zu den Truppen
عرضه ثلاثون خطوة والطول ما بلغ 30 Schritt breit und so lang er sein kann
راس الخصيان 90 Oberster der Eunuchen
السوق 91 der Marktplatz
الطباخين 92 die Köche
وبعض السوق 93 und ein Theil des Marktes
الجاة المتسلمة لاعانة الميمنة والاتباع 94 Schutzwache zur Stütze des rechten Flügels und Gefolge
ميمنة الميمنة 95 rechte Seite des rechten Flügels
قلب الميمنة 96 Centrum des rechten Flügels
ميسرة الميمنة 97 linke Seite des rechten Flügels
قلب القلب 98 Mitte des Centrums

الجاة المتسلمة لاعانة القلب 99 Schutzwache zur Stütze des Centrums

النعم والدواب والمذاود 100 das kleine und grosse Vieh und die Krippen

الذوادين والاتباع 101 die Hirten und ihre Knechte

الجاة المتسلمة لاعانة الميسرة 102 Schutzwache zur Stütze des linken Flügels

ميسرة الميسرة 103 linke Seite des linken Flügels

قلب الميسرة 104 Centrum des linken Flügels

ميمنة الميسرة 105 rechte Seite des linken Flügels

الرجالة التراسة 106 Schildträger zu Fuss

الرجالة اصحاب السيوف والدرق 107 Fussvolk mit Schwerdt und rundem Schild

الرجالة بالترسة والرماح 108 Fussvolk mit langem Schild und Lanze

رجالة العجل بالسيوف والتبور 109 Fussvolk bei den Wagen mit Schwerdt und?

رجالة العطل وقادة العجل 110 Fussvolk ohne Waffen und Wagenführer

الجاة المسلمة لاعانة الميسرة 111 Schutzwache zur Stütze des linken Flügels

وسد خلل راوه und zur Wiederherstellung einer Unordnung, die sie bemerkt

الجاة المسلمة لاعانة القلب 112 Schutzwache zur Stütze des Centrums und

وسد خلل راوه zur Wiederherstellung einer Unordnung, die sie bemerkt

الجاة المسلمة لاعانة الميمنة 113 Schutzwache zur Stütze des rechten Flügels

وسد خلل راوه und zur Wiederherstellung einer Unordnung, die sie bemerkt

Auf die richtige Zeichnung des Planes in Bezug auf die Grössenverhältnisse wird man nicht zuviel Gewicht zu legen haben; wollte man z. B. die unter Nr. 34. 70. 85 u. 89 angegebene Maasse der Hauptwege von 30 Schritt Breite zu Grunde legen, so würde die ganze Länge des Lagers höchstens 450 Schritt, die Breite höchstens 280 Schritt betragen, ein Platz, welcher nur für ein sehr kleines Belagerungscorps ausreichen würde, zumal da man die Hälfte desselben für die verhältnissmässig geringe Anzahl von Personen in der Umgebung des Fürsten, für die Officiere und Beamten rechnen muss. In kleinerem Maassstabe und weniger ausführlich sind ähnliche Zeichnungen von Muhammedanischen Lagern aus Arabischen Handschriften nachgebildet von *Lord Munster* a. a. O. S. 44—46, und S. 61 finden sich dieselben Figuren der Schlachtordnungen,

wie sie in den folgenden Abschnitten vorkommen, ein Beweis mehr für die Verwandtschaft der beiden Werke. — Einige Ausdrücke weisen auf den Persischen Ursprung hin. Der Fahnen-Emir (77) gehört hier nur zu dem Gefolge des Fürsten und hat mit der Belagerung nichts zu thun. Sein Amt war, den zu Statthaltern in den Provinzen ernannten Personen als Zeichen der ihnen übertragenen Würde und Macht von Seiten des Sultans eine Fahne zu überbringen. Vergl. *Meninski* Lexic. s. v. امير.

## التعليم التاسع

### فى تعبية الامير الصفوف فى القتال

### Neunte Unterweisung.

### Die Aufstellung des Feldherrn zur Schlachtordnung.

Gott spricht (Sure 61, 4): Siehe, Gott liebt diejenigen, welche für seine Sache in Schlachtordnung kämpfen, als wären sie ein fest zusammengefügtes Gebäude. Und Gott spricht (Sure 3, 117): Und sieh' da, du gingest frühmorgens von deiner Familie, um den Gläubigen einen Platz zum Kampfe zu bereiten. Useid überliefert von dem Propheten: am Tage von Badr, als wir uns geordnet hatten, und sie sich gegen uns ordneten, sprach er: wenn sie euch nahe kommen, dann gebraucht eure Pfeile. Dies ist eine wahre Überlieferung, der Ausdruck اكثبوكم bedeutet قاربوكم sie kommen euch nahe, الكَثْب ist القُرْب die Nähe, er meinte: schiesst nach ihnen, wenn sie euch nahe sind, aber schiesst nicht nach ihnen aus der Entfernung. Nach einer anderen Version heisst es in dieser Tradition: wenn sie sich um euch schaaren, اكثبوكم in der Bedeutung von اكثروكم wenn sie in grosser Zahl zu euch anrücken, dann schiesst auf sie, aber zieht nicht نبلكم eure kurzen Pfeile; oder nach anderen: wenn sie euch nahe kommen, so schiesst auf sie, aber zieht nicht die Schwerdter, bis sie an euch herangekommen sind. نبل *Nabl* sind die Arabischen سهام *Sihâm* (kurzen) Pfeile, sie sind zierlich und nicht so lang, wie die übrigen نشاب *Nuschschâb*-Pfeile, und die حُسْبان *Husbân-*

Pfeile sind noch kleiner als die Nabl und werden von grossen Bogen mit der Armbrust الجارى geschossen, als *nom. unit.* حسبانة *Husbâna.*

el-Muleihí überliefert nach seinen Gewährsmännern von el-Barâ ben 'Âzib [1]): Der Prophet stellte am Tage von Oḥod an die Spitze eines Corps Fussgänger von funfzig Mann den Abdallah ben Ǧubeir und sprach: Wenn ihr seht, dass die Vögel uns wegholen, so weichet nicht von diesem eurem Platze, bis ich zu euch schicke, und wenn ihr sehet, dass wir die Leute in die Flucht schlagen, und unter die Füsse treten, so weichet nicht, bis ich zu euch schicke. Sie schlugen sie dann in die Flucht und (erzählt el-Barâ) ich habe bei Gott! die Frauen davon laufen sehen, dass man ihre Fussspangen sehen konnte und ihre Beine ihre Kleider in die Höhe hoben. Da sprach Abdallah ben Ǧubeir zu seinen Begleitern, [welche hinzu eilen wollten]: habt ihr vergessen, was euch der Gottgesandte gesagt hat? Sie erwiederten: Wir wollen gehen und die Leute einholen. Als sie dann hinkamen, wurden ihre Gesichter umgekehrt [sie wurden zur Umkehr gezwungen] und sie wandten sich zur Flucht, und jetzt war der Zeitpunkt, wo der Bote sie zuletzt zu Hülfe rufen wollte, da bei dem Propheten nur noch zwölf Mann zurückgeblieben waren. Während sie nun zuerst von uns geschlagen waren, erlitt der Prophet danach durch die Ungläubigen einen Verlust von 140 seiner Anhänger, von denen die eine Hälfte gefangen genommen, die andere getödtet wurde. Abu Sufjân rief den Leuten dreimal zu: ist Muḥammed unter euch? Allein der Prophet verbot ihnen, ihm zu antworten. Dann rief er dreimal: ist (Abu Bekr) Ibn Abu Kuḥâfa unter euch? und noch dreimal: ist (Omar) Ibn el-Chaṭṭâb unter euch? Hierauf kehrte er zu seinen Leuten zurück und sprach: diese sind bereits getödtet. Da konnte Omar nicht länger sich selbst beherrschen und rief: bei Gott! du lügst, o Feind Gottes! die du da hergezählt hast, sind alle noch am Leben, und dir ist noch vorbehalten, was dich verderben soll. Er erwiederte [2]): ein Tag (bei Oḥod) gegen den anderen

1) Vergl. *el-Bokhari* traditions Mahométanes par *Krehl.* Vol. III. pag. 78.

2) Vergl. *Ibn Hischâm*, Leben Muhammeds. S. 582.

(bei Badr), das Kriegsglück ist veränderlich; dann sprach er in Reimen: erhebe dich, Hubal! Jetzt sprach der Prophet: wollt ihr ihm nicht antworten? sie entgegneten: was sollen wir sagen? Er sprach: rufet: Allah ist der höchste und gepriesenste. Jener erwiederte: Wir haben die Göttin 'Uzzá, ihr habt keine 'Uzzá. Der Prophet fragte abermals: Wollt ihr ihm nicht antworten? — Sie: was sollen wir sagen? — Er: rufet: Allah ist unser Herr, ihr habt keinen Herren. — Dies ist eine wahre Überlieferung.

*Ibn Isḥâk* erzählt in den „Feldzügen" [1]), dass der Prophet am Tage von Oḥod den Berg, nämlich den Oḥod, in seinen Rücken genommen habe, dann sprach er: kämpfet nicht eher, bis wir euch den Befehl dazu geben. Der Gottgesandte, welcher 700 Mann bei sich hatte, stellte diese in Schlachtordnung und berief an die Spitze der Bogenschützen den Abdallah ben Gubeir, welcher an dem Tage mit einem weissen Überwurf bekleidet war; die Zahl der Schützen betrug funfzig. Dann sprach zu ihm der Gottgesandte: halte von uns die Reiter durch Pfeile ab, damit sie nicht von hinten über uns kommen, mag das Treffen sich für oder gegen uns wenden, so bleibe fest auf deinem Posten, damit wir nicht von deiner Seite angegriffen werden. Als nun die Ungläubigen sich zur Flucht wandten, eilten die Bogenschützen den Truppen nach, um an der Plünderung Theil zu nehmen, dadurch gaben sie den Rücken dem Angriffe der Reiterei preis, welche sie nun von hinten überfiel.

Im Kriege muss man wachsam, umsichtig, listig und trügerisch sein; Gott spricht (Sure 3, 47): Sie (die Juden) waren listig, aber auch Gott war listig und Gott ist unter den Listigen der beste. Nach einer Überlieferung des Gâbir ben Abdallah hat der Gottgesandte gesagt: der Krieg ist ein خدعة Betrug; dies ist eine sichere Überlieferung, welche Muslim unter seine Seltenheiten aufgenommen hat [2]). Das Wort خدعة kann auf dreierlei Weise ausgesprochen werden: erstens خُدْعَة als *Nomen vicis*, dann bedeutet es nach el-Chaṭṭâbí, dass der Krieg so (ein einmaliger Be-

1) Vergl. *Ibn Hischâm* pag. 560.

2) *Muslim*, Corpus tradit. ed. Calcutt. Tom. II. pag. 142; auch *Bochâri*, par *Krehl*. Vol. II. pag. 254.

trug) ist, wenn damit das Morden der Leute beendigt und nicht zum zweiten Male wiederholt wird, in dem Sinne: die Sache wird mit einem Male entschieden; zweitens خُدْعَة ein Betrug als Nomen von الخدع, wie man sagt لُعْبَة ein Spiel; drittens خُدَعَة Täuschung in dem Sinne, dass der Krieg die Leute täuscht, Erwartungen in ihnen rege macht und sie nicht erfüllt. List und Trug sind übrigens im Kriege gegen die Ungläubigen erlaubt, wenn sie auch in anderen Fällen unerlaubt sind.

Fussvolk und Reiter im Kriege zur Schlacht zu ordnen ist eine alte Sitte der Fürsten und Gewohnheit der kämpfenden Parteien, nur sind sie über das Wie? der Aufstellung verschiedener Meinung, je nachdem sich die Ansicht jedes einzelnen Fürsten oder Feldherrn darüber entschied und auch die Anhänger des Islam und des Glaubens an die Liebe Gottes zu ihnen unterscheiden sich durch die Art ihrer Schlachtordnung. Gott spricht (Sure 61, 4): Siehe, Gott liebt diejenigen, welche für seine Sache in Schlachtordnung kämpfen, als wären sie ein fest zusammengefügtes Gebäude. Sie erlangen diese Auszeichnung, wenn sie die Schlachtordnung gut machen, wie sie kein anderer hat, und sie haben die rechte Weise. Gott spricht (29, 69): Und diejenigen, welche für uns kämpfen, werden wir unsere Wege führen. Ihnen ist die Verheissung des Sieges gegeben, Gott wird ihnen den Sieg verleihen. Gott spricht auch (Sure 22, 41): Gott wird dem zum Siege helfen, der ihm hilft.

Châlid ben el-Wâlid war in der Aufstellung zur Schlachtordnung erfahren und dabei umsichtig; es wird erzählt, dass er niemals eine Schlacht geordnet habe, ohne Sieger zu sein, und in der Chronik von Syrien ist seine Art der Anordnung angegeben. — Wenn nun die Schlacht und der Kampf sich naht und das Niederstrecken der Streiter beginnt und die Helden gegen einander stürmen, dann geht mancher aus sich heraus, er fühlt sich dadurch beengt, dass er einem anderen gehorchen soll und möchte sich in Überhebung dessen Befehlen und Verboten entziehen, allein wenn der im Range und Commando über ihm stehende befiehlt, so wird er dessen Befehle willig folgen. Die Griechen besassen in dieser Beziehung eine bewundernswürdige Selbstbeherrschung

bei der Ordnung ihrer Glieder und Corps und in dieser Eigenschaft lag neben ihrer Tapferkeit eine bedeutende Macht. Die Perser haben in ihren Kämpfen mit den Türken sehr ausgedehnte Aufstellungen gemacht, wie es in ihren Chroniken berichtet wird. Der Krieg ist eine gegenseitige Jagd und der Jäger muss nothwendig List anwenden, bis die Jagd beendigt ist. Wir wollen nun durch Figuren der Reihe nach die verschiedenen Schlachtordnungen beschreiben, welche die erfahrenen früheren und die Islamitischen Herrscher angewandt haben.

Der Herrscher muss sich des Rathes der älteren Emire und des Armee-Commandeurs in Angelegenheiten des Krieges bedienen, wie Gott spricht (Sure 3, 153): und frage sie um Rath in den Angelegenheiten. *Ibn Isḥâk* erzählt in den „Feldzügen“ [1]): Als der Gottgesandte von Wâdil-Çafrâ aufbrach und hörte, dass die Kureisch gegen ihn im Anmarsch seien, fragte er seine Leute um Rath und zuerst redete Abu Bekr sehr schön, darauf folgte Omar und redete ebenfalls sehr gut, dann erhob sich el-Mikdâd ben Amr und sprach: O Gesandter Gottes! gehe wohin dir befohlen ist, und wir werden mit dir sein; wir werden nicht sagen wie die Kinder Israels: gehe du und dein Herr und kämpfet, wir werden hier stehen bleiben; sondern: gehe du und dein Herr und kämpfet, wir werden in Gemeinschaft mit euch beiden kämpfen. Bei dem, welcher dich in Wahrheit gesandt hat, wenn du mit uns nach Birk el-Gimâd [2]) ziehen wolltest, wir würden dahin an deiner Seite fechten, bis du es erreichtest. Der Gottgesandte erwiederte ihm: wohl gesprochen! und er segnete ihn. Dann wandte er sich um und sprach: gebt auch ihr mir euren Rath; er meinte die Anṣâr [3]), weil ihrer eine bedeutende Anzahl war; da sagte Sa'd ben Mu'âds: es scheint, o Gottgesandter, als wenn du uns meintest. Allerdings, erwiederte er, und Sa'd fuhr fort: Wir haben an dich geglaubt und dich für wahrhaftig gehalten und bekannt, dass das, was du uns

1) Vergl. *Ibn Hischâm* pag. 434 auf dem Zuge nach Badr.
2) Vergl. *Jâcût* Bd. 1. S. 589.
3) Die mit ihm nach Medina geflüchteten Mekkaner.

gelehrt hast, die Wahrheit sei; wir haben dir dafür den Schwur geleistet und bekräftigt, dass wir hören und gehorchen wollen. So gehe nun, o Gottgesandter, wohin dir befohlen ist, wir werden mit dir sein; bei dem, der dich in Wahrheit gesandt hat, wenn du mit uns dieses Meer überschreiten wolltest, wir würden uns mit dir hineinstürzen, nicht einer von uns würde zurückbleiben; wir haben nichts dagegen, dass du morgen mit uns unseren Feind treffen willst, wir sind gewiss standhaft im Kriege, zuverlässig im Kampfe, vielleicht wird Gott dir an uns zeigen, was dein Auge erfreut; so ziehe denn mit uns unter Gottes Segen. Der Gottgesandte freute sich über die Rede des Sa'd und wurde sehr lebhaft in seinen Worten, dann sprach er: auf! verkündet frohe Botschaft, denn Gott hat mir eine von beiden Abtheilungen[1]) versprochen; bei Gott! es ist mir, als wenn ich jetzt schon die Leute hingestreckt sähe. Omar sprach: bei dem, in dessen Hand mein Leben ist, sie werden nicht verfehlen, sie hinzustrecken.

Die früheren Herrscher hatten verschiedene Arten, in denen sie die Schlachtordnung aufstellten, denn darin bestand die grösste Kunst der Kriegführung, und wir wollen jetzt damit beginnen, was die früheren über die Aufstellung der Armee gesagt haben, ohne etwas zu ihren Worten hinzuzusetzen, oder davon wegzulassen; der Einsichtige, welcher für die Verhältnisse des Krieges ein Verständniss hat, wird, wenn er dieses Buch liest und überdenkt, die darin befindlichen Pläne benutzen und andere Dinge davon auswählen, je nachdem es die Schlachtfelder für ihn erforderlich machen oder wie es nach seinem Belieben der Lage, in welcher er sich befindet, angemessen ist. Gelobt sei Gott, welcher uns lehrt, was wir nicht wissen; ihm sei Lob und Dank dafür!

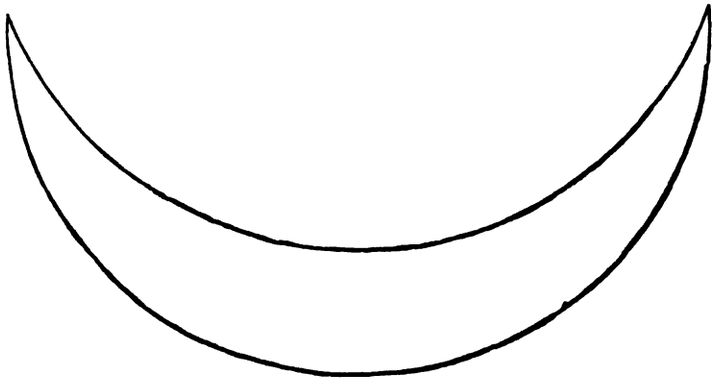
## Erster Theil.

### Über die Schlachtordnung, mit sieben Figuren.

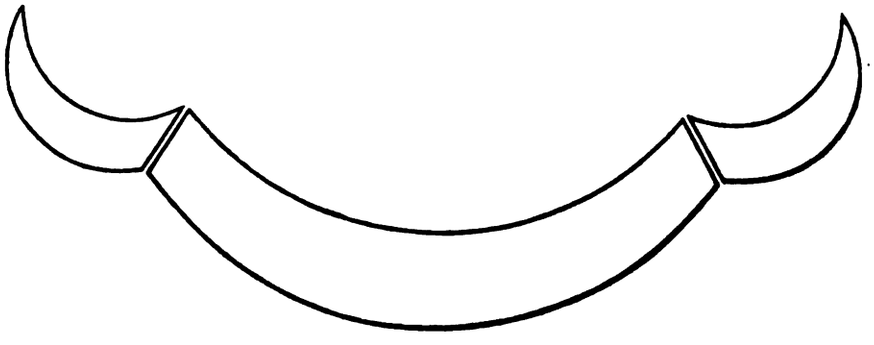
Einer der früheren Schriftsteller sagt bei der Beschreibung der

1) D. i. entweder die Caravane der Mekkaner, die er aber verfehlte, oder die zu deren Schutz ausgezogenen Mekkaner, welche er bei Badr schlug.

Schlachtordnungen, dass er für jede Ordnung einen besonderen Abschnitt gemacht habe mit ihrer Abbildung und der Aufstellung ihrer Mannschaften. Von diesen zeigt die erste die Gestalt einer Mondsichel und dies ist die vorzüglichste aller Aufstellungen nach dem Urtheile der älteren Persischen Könige. Hiervon giebt es zwei Formen, die eine die ausgedehnte mondsichelförmige, welche auch die Schutzwehr oder die sichelförmige spitzige genannt wird, und dies ist diejenige mondsichelförmige, in welcher die beiden Bogen auf beiden Seiten zusammentreffen und die beiden Rückseiten zwei convexe Winkel bilden nach der Figur des Mondes, etwa in dieser Form



Die zweite Form ist diejenige, in welcher jeder Bogen von den beiden Reihen der beiden Seiten und der Rückseite zwei abgetrennte Enden hat und die beiden Enden des grossen Bogens über den kleinen um etwa den vierten Theil dessen herausgehen, was zwischen den beiden Enden des kleinen Bogen liegt. Die Figur ist in dieser Form



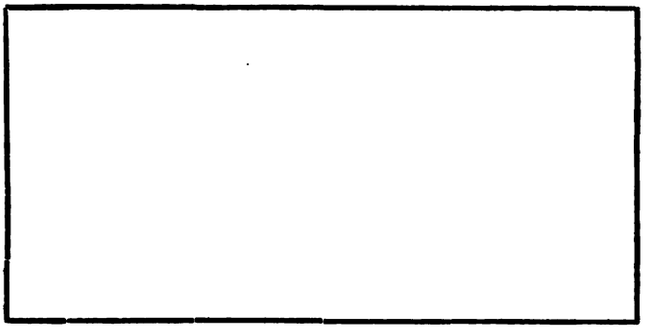
Welche von beiden Aufstellungen nun auch für die Armee nöthig sein sollte, so muss, wenn sie nicht zahlreich ist, die Anzahl der Glieder in ihrer Mitte am grössten sein, das Commando der spitzigen, ausgedehnten Flügel muss den besten und umsichtigsten Officieren übertragen werden, welche mit der grössten Ausdauer die grösste Festigkeit, Muth und Tapferkeit verbinden. Zwischen ihnen und zwischen den beiden als Hinterhalt aufgestellten Corps muss bis an die Seite der Rundung eine Entfernung von etwa einer viertel Meile[1]) sein und bis an die Gränze der Linie des Feindes eine Entfernung von einer Meile; zwischen diesem Hinterhalt und seinen Pfeilschützen, welche nach der Seite des Feindes zu voranstehen, ist eine Entfernung von einer halben Meile. Der Bogen der Mondsichel, welchen die die Hälfte der Armee ausmachenden Glieder einnehmen, hat eine Ausdehnung von anderthalb bis zwei Meilen; zwischen dem Centrum seines Bogens und der Mitte seiner Sehne ist etwa eine viertel Meile oder mehr, je nachdem die Armee im Stande ist den Bogen zu machen und sich nach beiden Seiten auszudehnen. Zwischen der Gränze seiner Sehne und zwischen dem Platz der ihr zunächst stehenden mittleren Vorhut ist eine Entfernung von einer Meile und zwischen dieser und zwischen der ersten Vorhut eine Entfernung von einer halben Meile. Der Tummelplatz der Reiterei für die vorderen Glieder ist zwischen der Mitte seines Bogens und der Gränze seiner Sehne. In dieser Ordnung sind die Glieder der Armee zum Vormarsch aufgestellt in einer Weise, dass an dieser Ordnung, wie sie einmal ist, nichts geändert wird und wenn sie mit dem Feinde in dieser Aufstellung zusammenstossen, so bleibt die Mannschaft des Centrums fest auf seinen Plätzen stehen, ohne sich davon zu entfernen, dagegen die Mannschaft des rechten und linken Corps rückt ganz allmälig vor und die äussersten Enden der beiden Flügel gehen etwas rascher vor, als die ihnen zunächst stehenden; z. B. wenn die Mannschaft des rechten und linken Corps einen Schritt vorgeht, so geht die Mannschaft der spitzen Flügel zwei Schritt vor, was in der Wendung nach Innen einen Raum von andert-

1) Eine Arabische Meile wird einer Englischen etwa gleich gerechnet.

halb Fuss nach Innen beträgt. Dies geschieht in verhältnissmässiger und gleichmässiger Weise, bis dass, wenn das Hauptcorps mit einem Theile seiner Seiten zusammentrifft, Halt gemacht wird, wobei die Vorposten auf den Seiten sich mit den Officieren der äussersten Enden der Flügel vereinigen. Die Mannschaft des Centrums geht nicht einen Schritt vor, ausser wenn ein Rückzug der feindlichen Armee bemerklich wird, dann rückt sie langsam ein wenig vor und zwar halb soviel, als die Mannschaft des rechten und linken Corps vorrückt; das Stehenbleiben ist für sie besser, so lange die Schlacht noch im Schwanken ist, sei es dass man auf eine Umkehr gefasst sein oder einen Hinterhalt befürchten müsste und sie hört nicht auf, geduldig und fest Stand zu halten. Die Mannschaften der beiden Flügel rücken nach und nach ein wenig vor, so weit es ihnen möglich ist, ohne dass ihr Vorgehen auffallend bemerkt wird, bis es damit soweit gekommen ist, dass sie mit dem Hauptcorps und durch die Verbindung mit der Mannschaft des Hinterhalts den Ring um den Feind schliessen können und der Feind in ihre Mitte zu stehen kommt. Wenn sie etwas von dem, was ich erwähnt habe, versäumen, so wird ihre Ordnung verdorben und ihre Glieder bekommen eine andere Richtung, als sie vorher bestimmt hatten. Zuweilen wird die Anordnung so sehr verändert und verschlimmert, dass der Armee-Commandeur darüber besorgt wird und selbst die Runde bei ihnen macht, um ihre Vorgesetzten anzuweisen, wie sie mit je einem oder mit je zwei Schritten vorgehen sollen, er zeigt ihnen dies, treibt sie dazu an und ermuthigt sie fest zu stehen und auf ihren Plätzen auszuharren. Es ist mir bekannt geworden, dass el-Malik el-Dhâhir, als die Tataren sich in Schlachtordnung gestellt hatten, bei seinem Vordringen gegen Cäsarea nach diesem Muster seine Truppen geführt habe, bis er jene in einen Ring fasste und ihnen die berühmte Niederlage beibrachte, welche in den Annalen erwähnt wird und wie man nichts ähnliches gehört hat. Hierzu wird sich jeder tapfere, kühne, verwegene Held entschliessen, welcher den Tod nicht fürchtet, sondern sein Leben an Gott verkauft, wie Gott spricht (Sure 9, 112): siehe, Gott kauft von den Gläubigen ihre Habe und ihre Seele u. s. w.; denn er ist bemüht, zu dieser Art der Schlacht-

ordnung die Anleitung zu geben, weil in ihr das Princip der Überlistung im Kriege und die Kunst den Feind Gottes zu fassen und über ihn zu siegen enthalten ist.

Die dritte Form. Diese Form hat eine hohe Bedeutung und gewährt einen grossen Nutzen; die Perser haben sie angewandt und die Sicilianer haben sie bei ihren Schlachtordnungen nie verlassen und damit ihre Absicht erreicht. Bei dieser Aufstellung muss die Länge ebenso sein als die Tiefe, z. B. wenn die Länge zwei Meilen ist, muss die Tiefe eine Meile sein, wie diese Figur[1])



Er[2]) will damit sagen, dass die Länge der zweimaligen Tiefe gleich sein muss, ungeachtet er sie quadratisch nennt, und dies ist eine von den Figuren des Euklides, welche quadratisch mit rechten Winkeln und verschiedenen Seiten genannt wird. Man bestimmt also ihre Tiefe bei der Aufstellung der Reiterei, dann muss nach der Zahl der Glieder in der Länge die Aufstellung für die Pferde in der Tiefe halb so gross werden, als ihre Aufstellung in der Länge, und wenn in dieser Weise richtig verfahren wird, so kommt bei der genauen Richtung der Glieder die quadratische Figur heraus durch die Gleichmässigkeit in ihrer Aufbauung. Dieser Anordnung kann die Aufstellung des Feindes nur dann schaden, wenn diese sichelförmig und die Reihe des Feindes weiter ausgedehnt ist, alsdann muss ein umsichtiger Feldherr der Mannschaft des

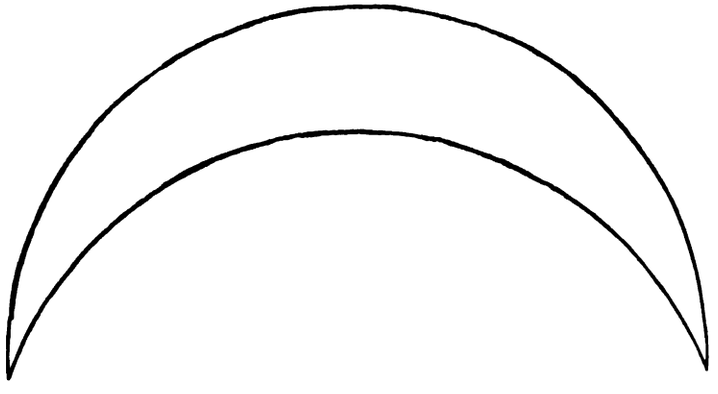
1) Der Arabische Text reicht hier bis unten auf die Seite und deshalb sind die Worte hinzugesetzt „auf der folgenden Seite", hier fehlt aber die Figur und der Text fährt in der obersten Zeile fort.

2) d. i. der hier benutzte Autor; vergl. *Aelianus* Taktik, Cap. 18.

obersten Hinterhaltes den Befehl geben, über die äusserste Länge der Reihe soweit vorzugehen, dass er der Flügelspitze der feindlichen Armeereihe gleich kommt, was ungefähr eine halbe oder eine viertel Meile betragen kann und gewöhnlich wird diese Entfernung nicht überschritten, so dass es nöthig würde, sie auf eine Meile auszudehnen, mit Beziehung darauf, was wir als feststehend angenommen haben, dass die Ausdehnung eines der beiden Heere zwei Meilen betrage; dann findet die Erweiterung in gleicher Weise nach beiden Seiten statt. Ist dieses in einigen Fällen besonders angezeigt, so muss der Heerführer die Hinterhalte der Flanken in drei, vier oder fünf Theile theilen, je nachdem es die Umstände erforderlich machen, und wenn es noch mehr als diese sein müssten, so wird er die Anordnung treffen, und wenn es nöthig sein sollte, die Hälfte der Armee als Hinterhalte aufzustellen, so wird er es thun und sich dadurch den Rücken decken. Zu diesem Zweck stellt er den ersten Hinterhalt, welcher seiner Armee am nächsten ist, von dieser in gerader Richtung auf die Länge von einer viertel Meile auf und weiter nach vorn auf eine halbe Meile. Der zweite Hinterhalt, welcher in der Nähe jenes ist, entfernt sich von ihm nach rechts hin auf eine weitere viertel Meile und Abtheilungen davon gehen noch weiter nach vorn vor bis auf eine halbe Meile oder noch mehr, wenn dies von jeder Seite geschehen kann. So wird ein vollständiger Schutz für diese Aufstellung erreicht, seine Officiere mit seinen Fahnen bilden ringsherum einen Kreis, wie wir es beschrieben haben und in der Mitte des Centrums bleibt ein freier Platz wie die Hälfte eines kleinen Bogens, wo der Heerführer sich befindet, um die Truppen zum Kampf anzufeuern, und wo der Fürst einen Ausblick hat, um die Lage der Truppen übersehen zu können, vor sich einen grossen Theil der kostbaren Gewänder, der Kriegskasse, der Pferde u. d. gl., in einiger Entfernung der Heerführer in der Mitten der Truppen bei der Theilung des Centrums, ohne dass zwischen ihm und dem Heerführer, welcher in dem Centrum des Bogens steht, Jemand hindernd im Wege steht, so dass er Zeuge ist von der Besorgniss bei den einen und dem Verlangen nach dem Gebet bei den anderen u. s. w. Zuweilen geht der Fürst vor, bis dass er die Lage des Heeres beobachten kann und sich in die Mitte des Bogens stellt, um dadurch den Muth der

Mannschaft in den Gliedern auf beiden Seiten und der nächsten in den darauf folgenden Gliedern zu stärken, zuweilen redet er sie auch selbst an, flösst ihnen Muth ein und verspricht ihnen von Gott die Belohnungen in jenem Leben und von sich jährliche kostbare Geschenke und schickt ihnen ein Corps nach dem anderen, einen Trupp nach dem andern zur Hülfe; und wenn einer der Hinterhalte zu schwach ist, schickt er ihnen Verstärkung, ohne dass sie ihren Platz verlassen. Die Unterstützung der Hinterhalte und anderes gehört zu den Veränderungen der Neuzeit, wodurch der Muth der Truppen gestärkt und, wenn sie es von dem Fürsten selber hören, ihre Kraft gefestigt wird.

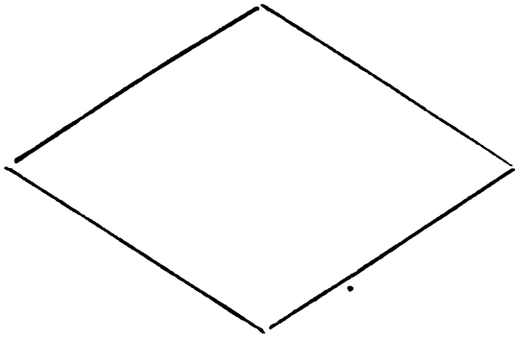
Die vierte Form der Schlachtordnung. Zu den Aufstellungen, welche im Kriege gemacht werden, gehört auch diese Ordnung, weil sie wegen ihrer Vortrefflichkeit, wegen der Deckung, welche sie gewährt und wegen ihrer kräftigen Wirkung mit dem Namen الصف الدّبّابى *el-çaff el-dabbâbi* „die verdeckte Ordnung[1])" bezeichnet wird. Ihre Tiefe richtet sich gewöhnlich nach der Stärke der Nachhut zu beiden Seiten, und die Nachhut nach der Länge der beiden Flügel, und es wird damit eine Täuschung beabsichtigt, zuweilen um die Stärke des Feindes abzuschätzen, zuweilen um die Stärke des eigenen Centrums gering erscheinen zu lassen, zuweilen zu anderen Zwecken. Ein Bild davon giebt diese Figur



1) Diese Bedeutung scheint der später wiederkehrende Ausdruck *dabbâbi* zu haben, eigentlich „heranschleichend und nach und nach sich entwickelnd"; vergl. *Lord Munster* S. ٩٠; man findet zwar auch الذبابى *el-dsubâbi* geschrieben, was man durch „scharf, schneidig" wie die Schärfe des Schwerdtes ذباب erklären könnte, aber nicht so passend.

Diese Ordnung gewährt eine vollkommene Deckung, besonders wenn dabei der Zugang zu einer der Hauptstrassen gegen den Feind eingenommen wird. Das Verfahren dabei ist dieses, dass die vorderen Hinterhalte grösser sind als die ersten Linien, und der erste Hinterhalt muss auf einer von beiden Seiten von dem äussersten Ende derselben in der Entfernung von einer halben Meile vorgehen und nach vorne eine halbe Meile vormarschiren und wird dabei dadurch unterstützt, dass ein anderer der Hinterhalte seinen Platz wieder ausfüllt, und so fort bis in die letzte Reihe auf beiden Seiten. Der Zweck bei dieser Anordnung ist, nicht merken zu lassen, wie oft die Hinterhalte vorgeschoben werden können, und wenn die Hinterhalte in dieser Weise nach der Zahl der Glieder zweimal aufgestellt würden, so dass sie zwei Drittel ausmachten, so würde dies zulässig oder von besonders grossem Nutzen sein. Diese Form nähert sich in ihrer Anordnung der umgekehrten sichelförmigen Aufstellung in ihrem Aufbau.

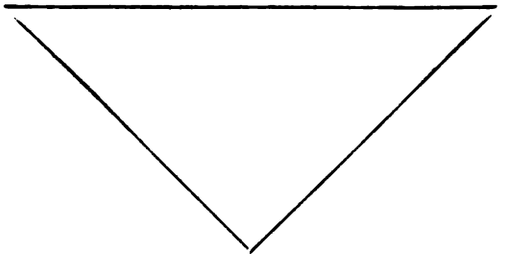
Die fünfte Form der Schlachtordnung hat die Form eines Rhombus und die Aufstellung ist länglich gleichseitig. Diese Aufstellung hat eine geringe Tiefe bei ausreichender Länge, sie ist die leichteste Art in der Anordnung, bei einer Verwirrung und Störung am wenigsten einer Veränderung ausgesetzt, wird in unserer Zeit am häufigsten angewandt, erfordert am wenigsten eine grosse Geschicklichkeit und Erfahrung in der Zusammensetzung, und die Herstellung erfolgt durch einen augenblicklichen Befehl an die Gesammtheit. Die Figur ist diese



Diese Aufstellung hat einen grossen Nutzen, um den Feind bei der Ausdehnung ihrer Länge und ihrer Bauart durch die grosse Zahl in Furcht zu setzen und obendrein erfordert sie weniger Hinterhalte als eine andere, und wenn diese doch in grösserer Menge vorhanden sind, so ist das Richtige, dieselben in drei Theile zu theilen, so dass ein Drittel an vier Stellen den Vortrab bildet, das zweite Drittel auf den beiden Flügeln der Mitte der Armee an zwei Stellen steht und das übrige Drittel hinter der Rückseite an drei Stellen, auf der Spitze der Rückseite und auf der Mitte derselben. Wenn es für gut gehalten wird, dass der ganze Hinterhalt aus dem dritten Theile der ganzen Armee bestehen soll, so ist dies angemessen; wenn er so weit verringert werden soll, dass er aus dem vierten Theil der Armee besteht, so mag dies noch passend sein, aber nicht weniger als dieses. Diese Aufstellung wird genommen, wenn der Feind in solchem Maasse an Zahl überlegen ist, dass dadurch unter den Muslimen Muthlosigkeit entsteht, dann suchen sie sich selbst zu ermuthigen und nehmen diese breite Stellung, damit durch ihre Ausdehnung ihr Geschrei verstärkt wird und der Feind desshalb sie fürchtet. Ihre Tiefe darf aber nicht weniger betragen als drei auf einander folgende Corps. Zuweilen nehmen sie dabei keine Reiterei hinzu, wenn sie ebensoviel Fussvolk und Leichtbewaffnete bei sich haben, dann entstehen im Ganzen sechs Glieder für sechs Emire. Auch wird wohl ungeachtet der Menge und Stärke diese Aufstellung genommen in zwei Fällen, einmal wenn die Armee den Feind erfasst bei der Vereinigung der Wege von der linken und rechten Seite durch ihre Ausdehnung, zweitens richtet sich ihre Ausdehnung zuweilen nach der Ausdehnung einer Ebene, sodass die beiden äussersten Enden der Armee nach beiden Seiten an eine unwegsame Fläche oder an den Fuss eines Berges oder an rauhen Boden hinanreichen, durch deren Deckung eine grosse Sicherheit erzielt wird.

Die sechste Form der Schlachtordnung. Unter den Aufstellungen ist eine, welche die langgestreckte genannt wird und deren Länge viel geringer ist als die Tiefe; z. B. wenn das Maass einer Aufstellung nach beiden Seiten eine Meile beträgt, so beträgt die Tiefe sechs Meilen und

darüber. Das Centrum einer solchen Aufstellung ist unter dem Namen „halber Rhombus“ bekannt[1]) und von grossem Nutzen um eine Haupt-

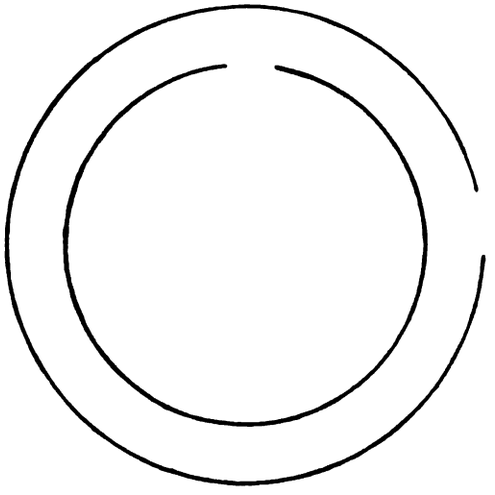


strasse zu bewachen, und wenn die Anzahl der Hinterhalte grösser sein kann als die Hinterhalte des Hauptcorps, so gewährt dies den Mannschaften einen äusserst grossen Nutzen, und ebenso, wenn sie nach der Seite des Feindes hin eine grössere Anzahl aufstellen wollen, z. B. dass drei Viertel derselben nach der Seite des Feindes stehen und das übrige Viertel als Hülfshinterhalte in fünf Theile getheilt, davon einer zur Rechten, der andere zur Linken, zwei an den beiden Winkeln der Rückseite und der fünfte gegenüber dem Commandeur der Rückseite in der Mitte. Der Vormarsch des ersten Hinterhaltes auf jeder Seite dieser Armee geschieht von der Stelle aus, die dem Feinde zunächst ist, und so fort der Frontseite entlang in Entfernung einer Meile und marschirt ihr voran in Entfernung einer Meile auf gleiche Weise, bis die Hinterhalte über die beiden Enden der Frontaufstellung der feindlichen Armee hinaus sind. Bei dieser Aufstellung ist kein Unglück zu befürchten, ausser wenn die Soldaten den Muth verlieren, durchbrochen werden und die Flucht ergreifen, denn eine schlechte Ausführung derselben bekommt die Vergeltung und erreicht den Zweck in keiner Weise und die durch die Verwirrung entstehende Veränderung ist für die Gemüthstimmung der Leute sehr nachtheilig, wesshalb man bei der Anwendung derselben in solcher Lage sehr vorsichtig sein muss.

Die siebente Form der Schlachtordnung. Eine der Formen

1) In dem Arabischen Texte S. 9 ist die Figur umzukehren.

ist die Kreisform, welche manche den Ofen nennen. Diese Aufstellung wird aus verschiedenen Anlässen gewählt, einmal wenn die Zahl des Feindes so gross ist, dass sie die der Muslimen mehrfach übersteigt, und das Schlachtfeld ist weit, so werden sie, wenn sie sich darauf ausbreiten, indem sie die vorher erwähnten Stellungen annehmen, zerstreut und ihre Widerstandsfähigkeit wird in den Augen der Feinde gering geachtet und sie machen Halt um in Geschwindigkeit ihre Anzahl abzuschätzen; zweitens werden zuweilen die ihren Kundschaftern gegebenen Befehle schlecht ausgeführt, einige ihrer Hinterhalte vermischen sich mit den Hinterhalten des Feindes, und ähnliche Fälle, dann ist es nöthig, dass sie sich von allen Seiten auf einen Angriff gefasst machen und sie stellen sich in nach dieser Figur in einander verschlungenen Gliedern auf,



um nach allen Seiten hin gesichert zu sein und die Möglichkeit zu haben sich gegenseitig zu unterstüzen und den Sieg davon zu tragen. Diese Aufstellung ist in sich selbst und in den Hinterhalten von allen die unbedeutendste, schwächste und der Zahl nach geringste, es kommt aber oft vor, wenn die Truppen der Muslimen sich in Feindes Land wie in ein Meer hineingewagt haben und die Wogen plötzlich über ihnen zusammenschlagen, so dass sie mitten darin sind, sie dann kämpfen und nach allen Seiten hin sich vertheidigen müssen.

# Die Arabische Übersetzung der Taktik des Aelianus.

Von

*F. Wüstenfeld.*

(Vorgelegt in der Königl. Gesellsch. d. Wiss. am 10. Januar 1880.)

## Zweiter Theil.

### Über die Glieder, ihre Namen und ihre Anzahl nach der Meinung der Alten.

Wir beginnen jetzt mit der Erklärung der Glieder, ihrer Anzahl und ihrer Form.

Nach dem, was *Aelianus* in seinem Buche sagt (Cap. III), *ist das Erste, was nöthig ist*, wenn Jemand sich die Kenntniss *in der Taktik* verschaffen will, *dass er, wenn unter der Mannschaft sich viele Leute befinden, welche noch keinen Begriff von Aufstellung und keinen Sinn für Ordnung haben, unter ihnen eine Auswahl trifft und einen jeden von ihnen an den Platz stellt, für welchen er passend ist, d. h. in die Glieder*, von welchen in den vorangehenden Abschnitten gehandelt ist, *damit sie eine angemessene schöne Form bekommen.* Denn viele von den Soldaten wissen in der Schlacht nicht, wie und wo sie stehen sollen und manche von ihnen haben das 50ste und 60ste Lebensjahr überschritten, aber noch nie eine Schlachtordnung gesehen, und wenn auch manche von ihnen jeden Tag die fünf vorgeschriebenen Gebete verrichten, aber in der Schlacht nicht ordentlich in Reih und Glied zu stehen wissen, was nützt da ihr hohes Alter, wenn sie noch keine Heeresaufstellung gesehen haben. Jedem Vernünftigen und Einsichtigen wird es also nöthig erscheinen, sich die Kenntniss dieser Wissenschaft zu erwerben, damit er die

Feinde Gottes bekämpfe nach dem Worte des Propheten: Wer stirbt und nicht von selbst das Verlangen nach dem Kampfe hat, der stirbt an einer Art von Heuchelei. So ist von den beiden Scheichen[1]) in ihren Traditionssammlungen überliefert, weil ein solcher seinen Sold verzehrt, den er zu seinem Unterhalt bekommt, um sich dafür den Muslimen nützlich zu machen, aber nicht um den Contract zu brechen, der auf dem Blatt in der Armeeliste über ihn niedergeschrieben ist, und er soll seinen Sold nicht auf eine Weise verzehren, welche noch mehr verboten ist als das Fleisch von gefallenen Thieren und von Schweinen. Die Erlernung der Taktik gehört nun zu den Dingen, welche den Muslimen von grösstem Nutzen sind und sie muss erlernt werden, damit man sie beim Ausbruche des Krieges kennt.

*Nämlich die Ordnung des Heeres ist für den Aufbruch, für den Marsch und für das Zusammentreffen mit dem Feinde sehr wichtig* zur Erlangung des Sieges *und wir finden* in den Geschichtsbüchern, *dass grosse Heere von kleinen Heeren* mit Gottes Willen *besiegt* und in die Flucht geschlagen *sind wegen der schlechten Ordnung jener und der guten Ordnung dieser*, wie Gott spricht (Sure 2, 250): wie oft hat ein kleines Heer ein grosses besiegt mit Gottes Willen und Gott ist mit den Standhaften; und wie es in einer oben angeführten Tradition vorkommt, und wie Châlid ben el-Walîd bei Mûta die Schlacht ordnete, wo 100000 Griechen standen, welche noch von 100000 Christlichen Arabern unterstützt wurden, während die Muslim nur 3 bis 4000 Mann stark waren, denen die Ungläubigen nichts anhaben konnten, nachdem Châlid die Truppen geordnet hatte, so dass der Prophet die (oben angeführten) Worte sprach.

*Nach dem, wie Aeneas die Taktik definirt hat, so ist sie die Kennt-*

---

1) So werden bekanntlich Bochârî und Muslim genannt. Indess nach einer Benachrichtigung des Herrn Prof. *Krehl* kommt eine solche Stelle bei Bochârî nicht vor, wohl aber bei *Muslim*, Bulaker Ausg. IV. S. 314, Calcuttaer Ausg. II, S. 236, und in dem Commentar *Mubârik el-azhâr* des Ibn Mâlik zu dem Traditionsverzeichnisse des Sagânî ist die Erklärung: wer auf diese Weise stirbt, der gleicht den Heuchlern, welche sich von dem heiligen Kampfe zurückziehen.

*niss der militärischen Bewegungen*[1]); *was Polybius betrifft, so behauptet er, ihre Definition sei, „eine Masse von Soldaten zusammen zu fassen, sie abzutheilen, ihre Glieder zu ordnen und sie zu unterweisen*, wie sie sich bei der Schwenkung nach rechts und links zu verhalten haben, *bis ihnen dies zur Gewohnheit geworden ist.*"

Der Sammler dieses Buches bemerkt hierzu: Was *Polybius* angiebt, das sind die Anfangsgründe, welche die Lehrer aufgestellt haben, damit durch sie dem Krieger die Kenntniss beigebracht werde; dann haben die Lehrer daraus eine Spielerei gemacht und eine Einrichtung um dadurch den Unterhalt zu haben, und nachdem sie dies so eingeführt haben, hat es aufgehört, aufrichtig den Absichten Gottes zu dienen, vielmehr ist es nur des schnöden Gewinnes wegen beibehalten und desshalb vergessen, so dass nur noch wenige eine Kenntniss davon besitzen und diesen wenigen sind die Anfangsgründe unbekannt; denn wenn sie sie kennten und zu Gottes Ehren lehrten, so würden sie gegen die Feinde Gottes aufrichtig unterstützt werden, ohne dass sie von anderen Menschen gegenseitige Hülfe verlangten, und dies wäre eine grosse Wohlthat für den, der es wollte oder verstände, für diese und für jene Welt.

Einer der älteren Schriftsteller macht bemerklich, dass eine Zusammenziehung und Zusammenordnung der Truppen eine unerlässliche Pflicht des Feldherrn und ihm nicht erlaubt sei zu gestatten, dass einer von ihnen aus irgend einem Grunde sich von seiner Compagnie trenne. Ein anderer bemerkt über die geringste Anzahl derselben, ein Theil der früheren Könige sei der Meinung gewesen, die geringste Anzahl, welche unter einen gemeinschaftlichen Namen zusammengefasst werden könne, müsse sechs Mann sein, und sie bewiesen dies damit, dass 6 eine vollkommene Zahl sei, weniger als diese könnten es also nicht sein; (Cap. IV) *andere sagen dagegen, die kleinste Zahl sei 10, noch andere sagen, sie bestehe aus 12 Mann, und einige von ihnen behaupten, es könnten nicht weniger als 16 Mann sein.* Ich selbst bin der Ansicht, dass es 8 sein müs-

---

1) Durch die Verkennung des Namen *Aeneas* ist der Arabische Text S. 11 Z. 7 entstellt und zu lesen والذى حَدَّ به ايناس صناعة التعبية فهو العلم

sen, denn in unsrer Zeit hat der Eifer in allen Dingen nachgelassen, warum nicht auch hierin? Denn gewöhnlich, wenn man die Rotte zu 16 annimmt, sind darunter 8 streitbare (voll ausgerüstete) Reiter und 8 geringere von den Leichtbewaffneten, welche dahinter aufgestellt sind, welche nur mit kurzen Lanzen, Schleudern, Pfeilen u. dgl. werfen, und hinter ihnen die Trabanten. Jede Abtheilung von diesen heisst λόχος صفّ *Rotte* und jede von ihnen hat zwei Führer, der erste heisst Hauptmann der geschlossenen Rotte, der andere in der zweiten Reihe heisst Führer des hinteren Gliedes, und jede von diesen Rotten hat zwei nach dieser Aufstellung.

(Cap. V) *Man hat auch die geschlossene Rotte so definirt, sie sei eine Zusammenordnung von Führern und Anschliessenden, welche sich nach dem Grade ihre Tapferkeit anschliessen.* (Cap. VI) *Die Verbindung bei der Bildung der Reihen geschieht auf die Weise, dass neben der ersten Rotte eine eben solche zweite aufgestellt wird, nämlich neben den Rottführer der ersten Reihe der Rottführer der zweiten Reihe, neben den folgenden Mann in der ersten Reihe der folgende Mann in der zweiten Reihe und nach dieser Weise wird in den Folgenden die Verbindung geordnet, und wenn in dieser Ordnung diese Reihen geordnet werden, so heisst diese Aufstellung die Verbindung bei der Bildung der Reihen oder* φάλαγξ جماعة الصفوف المتقاطرة.

(Cap. VII) *Man gebraucht auch die Ausdrücke Stirn (Front), Gesicht, Randeinfassung, verbundene Linie, Mund, Centrum, Herz, Richtung, Vorderglied der geschlossenen Rotte. Was den Theil des geordneten Heeres hinter der Front und dem Gesicht bis an die Stelle der Mannschaft des hintersten Gliedes betrifft, so wird er* βάθος عرضا *Tiefe genannt, und wenn das erste Glied und die darauf folgen der Länge nach gerade gerichtet sind, so heisst dies* ζυγεῖν اقترانا *verbunden sein, und wenn die Hauptleute der geschlossenen Rotten und die Hauptleute des Hintergliedes reihenweise der Tiefe nach gerade gerichtet sind, so heisst dies* στοιχεῖν تقاطُرا *geschlossen sein.*

*Die Armee wird in zwei grosse selbständige Theile getheilt von der Front bis zur äussersten Tiefe, einer von diesen beiden Theilen heisst der rechte Flügel oder Kopf, der andere der linke Flügel oder Schwanz; ihre Theilung in der Länge wird Nabel, Mund oder Herz* (Centrum) *genannt.*

*Die hinter der Linie der Schwerbewaffneten aufgestellten* Fussgänger *heissen* ψιλοὶ عزل *Leichtbewaffnete*, ein einzelner von ihnen اعزل, *und diese werden zuweilen auch an anderen Punkten aufgestellt, je nachdem es die Umstände nöthig machen*, und die Bestimmung hierüber hängt von dem Feldherrn ab, und wir werden dies, so Gott will, in der Folge angeben. *Jetzt werde ich über die Anzahl der Schwerbewaffneten, der Leichtbewaffneten und der Reiter handeln*, wie viel es sein müssen, *wie jedes von diesen Corps geordnet werden muss, je nachdem die Umstände es erfordern, wie, wenn es nöthig ist, die Form der Schlachtordnung mit Schnelligkeit geändert werden kann, und was sonst noch über die Bewegungen jedes einzelnen dieser Corps beschrieben werden muss.*

Ich sage also: (Cap. VIII) *Man kann sich nicht damit begnügen, die Anzahl der Truppen, welche ein Corps enthalten soll, bestimmt festzustellen, der Taktiker muss die Bestimmung hierüber nach dem Verhältniss der Anzahl der Soldaten der ganzen Armee treffen und eine solche Zahl wählen, welche gestattet die Form der Armee, je nachdem die Umstände dazu nöthigen, zu verändern, d. h. wenn er die Länge der Linie verdoppeln will*, so dass sie zweimal so lang wird, als sie war, oder um mehrere Male erweitern, *oder wenn er von der Länge etwas abziehen will*, die Anzahl, welche er ordnet, muss hierzu geeignet sein. *Aus diesem Grunde haben schon die Älteren eine Zahl gewählt, welche es gestattet, sie immer in zwei Hälften zu theilen, bis sie zur Einheit kommt. Aus dieser Ursache haben die meisten, welche etwas über Taktik geschrieben haben, die Zahl der Schwerbewaffneten zu* 16384 *angenommen, die Linie der Leichtbewaffneten zur Hälfte von dieser Zahl und die Linie der Reiter zur Hälfte der Linie der Leichtbewaffneten, weil nämlich diese Zahl sich immer in zwei Theile theilen lässt, bis man zur Einheit kommt. Diese Zahl ist nur gewählt, um als Norm und Beispiel zu dienen, weil, da wir die geschlossene Rotte zu 16 Mann angenommen haben, in dieser Zahl 1024 geschlossene Rotten vorhanden sein müssen. Diese Rotten werden in verschiedene Arten getheilt, deren jede ihren besonderen Namen hat*, wie folgt.

*Über die Namen.* Je sechzehn Mann heissen eine Rotte, (Cap. IX) *je zwei Reihen von diesen geschlossenen Rotten heissen διλοχία* عصبة

*eine Schaar, die Anzahl der Leute darin beträgt 32 Mann und der Vorgesetzte derselben heisst Schaarführer; je vier geschlossene Rotten heissen τετραρχία مقنب eine Section, der, welcher an ihrer Spitze steht, wird Sectionsführer genannt und die Anzahl der Leute darin beträgt 64 Mann. Je zwei Sectionen heissen τάξις كردوس ein Zug, die Anzahl der Leute darin besteht aus* 128 *Mann oder aus* 8 *geschlossenen Rotten und der Vorgesetzte derselben heisst ἑκατοντάρχης صاحب المائة Centurio oder er wird ταξιάρχης رئيس الكردوس Hauptmann des Zuges genannt. Je zwei Züge heissen σύνταγμα خفل oder auch فيئة eine Compagnie, die Anzahl der geschlossenen Rotten darin beträgt* 16 *Rotten und der Mannschaft 256 Mann, und der Vorgesetzte derselben ist συνταγματάρχης رئيس الفيئة او الجحفل der Hauptmann der Compagnie; jede Compagnie enthält zu dieser Zahl noch fünf Mann besonders, nämlich σημιοφόρος صاحب الراية einen Fahnenträger, οὐραγός صاحب الساقة einen Zugschliesser, σαλπιγκτής صاحب البوق einen Trompeter, ὑπηρέτης الخادم einen Adjutanten, —*[1]). So wird es angegeben; ich bemerke dazu, dass diese fünf in unserer Zeit zu der كشافة (? nächsten Umgebung des Feldherrn) und zu denen gehören, welche er auswählt, um als seine Bedienung ihm unmittelbar zu folgen; sie sind wie die geschlossenen Rotten geordnet, so dass sie nicht aus den Linien heraustreten. — *Die Form der Compagnie ist quadratisch*, so wie das Schachbrett 8 mal 8 Felder hat, so hat diese *16 Mann in der Länge und 16 in der Breite. Je zwei Compagnien* werden كوكبة eine Division[2]) genannt, *die Anzahl der Mannschaft darin beträgt 512 Mann und die der geschlossenen Rotten* 32 *und der Anführer derselben heisst πενταχοσιάρχης رئيس الكوكبة Hauptmann der Division. Je zwei Divisionen bilden χιλιαρχία زمرة ein Bataillon, die Anzahl der Mannschaft darin beträgt 1024 Mann und die der geschlossenen Rotten 64 Rotten und ihr Inhaber wird χιλιάρχης رئيس الزمرة Bataillonscommandant genannt. Je zwei Batallione bilden eine δυοχιλιαρχία oder μεραρχία طايفة Halbbrigade, die Anzahl der Mannschaft darin beträgt 2048*

1) Der fünfte Name für στρατοκήρυξ Herold fehlt im Arabischen.

2) Im Griechischen fehlt hier das Wort *πενταχοσιαρχία* und kommt erst in dem folgenden Satze vor.

*Mann, der Anführer derselben heisst μεραρχης* رئيس الطايفة *Commandant der Halbbrigade, und darin sind* 128 *geschlossene Rotten; einige nennen die Halbbrigade τέλος* الجماعة التامّة *(die volle Truppe) ein Regiment, der Anführer desselben heisst τελάρχης* رئيس الجماعة التامة *Regimentscommandeur. Je zwei Regimenter werden φαλαγγαρχία* جيش *eine Brigade genannt, die Anzahl der Mannschaften darin beträgt 4096 Mann und darin sind 256 geschlossene Rotten und ihr Anführer heisst φαλαγγάρχης* رئيس الجيش *Brigadier; einige nennen es στρατηγία* عسكر *Corps und den Anführer nennen sie στρατηγός* قايد الجيش *Brigade-Commandeur. Je zwei Brigaden heissen διφαλαγγαρχία Doppelbrigade* خميس *fünftheiliges Corps*[1]*, die Anzahl der Mannschaft darin beträgt 8192 Mann oder 512 geschlossene Rotten; einige nennen das fünftheilige Corps μέρος* طايفة *Armeecorps, andere κέρας Flügel* قافلة *Colonne* und der Commandirende heisst رئيس القافلة Colonel. *Je zwei fünftheilige Corps heissen τετραφαλαγγαρχία vierfache Brigade* العسكر الاعظم *die grosse Armee, darin sind 1024 geschlossene Rotten und an Mannschaft 16384 Mann,* und dies ist die zuerst genannte Zahl. *Die ganze Armee besteht also aus 2 Colonnen, das sind 4 Brigaden oder 32 Divisionen, 64 Compagnien, 128 Züge, 256 Sectionen,* diese Menge sind *512 Schaaren und* die Zahl der *Rotten,* wie vorhin angegeben ist, nämlich *1024.*

(Cap. X) *Der beste der Brigadiers wird auf den rechten Flügel gestellt, der ihm an Tapferkeit der nächste ist, auf den linken Flügel; dann der an Tapferkeit dritte an die Seite des rechten Flügels und der vierte an die Seite des linken Flügels, so werden zu Anführern der ersten und vierten Brigade diejenigen, welche in der Tapferkeit die erste und vierte Stelle einnehmen, und zu Anführern der zweiten und dritten Brigade diejenigen, welche in der Tapferkeit die zweite und dritte Stelle einnehmen,* da sie im zweiten und dritten Range stehen. *Es wird weiterhin vorkommen, dass die erste und vierte δυναμις* قوّة *Stärke der zweiten und dritten gleich ist, und folglich die Stärken der ersten Führer gleich sind. Unter den Führern der Halbbrigade findet dasselbe Verhältniss statt: der erste* an Tapfer-

1) Nämlich aus Vortrab, Centrum, zwei Flügeln und Nachtrab bestehend.

2) Anstatt ومن الجيش ist sicher zu lesen ومن الناس من يسمّى الخميس طايفة

keit *wird auf den linken Flügel der ersten Brigade gestellt, der zweite auf den rechten Flügel der zweiten Brigade, der dritte auf den linken Flügel der dritten Brigade und der vierte auf den rechten Flügel der vierten Brigade. Die Aufstellung der Führer der geschlossenen Rotten geschieht in jeder Section in gleicher Weise, nämlich der tapferste unter ihnen für die erste Rotte, der zweite an Tapferkeit für die vierte Rotte, der dritte an Tapferkeit für die dritte Rotte und der vierte an Tapferkeit für die zweite Rotte. Nach diesem Muster werden nämlich ihre Stärken in den Schaaren gleich werden, weil der erste und vierte an Tapferkeit unter den Führern zu der ersten Schaar kommen und zu der zweiten Schaar der zweite und dritte. Denn die Wissenschaft der Mathematik zeigt, dass wenn vier Grössen in gleichem Verhältniss stehen, das Product der ersten und vierten gleich ist dem Product der zweiten und dritten; weil jede Compagnie aus vier Sectionen besteht, —* [1])

Z. B. Wenn vier Zahlen in gleichem Verhältniss stehen, so dass das Verhältniss der ersten zur zweiten gleich ist dem Verhältniss der dritten zur vierten, so ist das Product der ersten und vierten gleich dem Product der zweiten und dritten, und die Theilung der ersten in die zweite gleich der Theilung der dritten in die vierte und ebenso die Theilung der zweiten in die erste gleich der Theilung der vierten in die dritte. Z. B. bei 2 3 4 6, da das Verhältniss der ersten d. i. 2 zur zweiten d. i. 3 ist wie das Verhältniss der dritten d. i. 4 zur vierten d. i. 6, weil zwei $^2/_3$ von drei und vier $^2/_3$ von sechs ist, so ist das Product aus der ersten und vierten gleich dem Product aus den beiden mittleren, man sieht, dass die Summe in beiden Fällen 12 ist; ebenso ergiebt die Theilung der ersten durch die zweite ebensoviel als die Theilung der dritten durch die vierte, man sieht, dass der Quotient in beiden Fällen $^2/_3$ von eins ist; und ebenso ergiebt die Theilung der zweiten durch die erste ebensoviel als die Theilung der vierten durch die dritte, weil der Quotient in beiden Fällen $1\,^1/_2$ ist. Wenn also hiernach vier Zahlen in

1) Die Arabische Uebersetzung bricht hier ab, um das Gesagte erst noch an ein Paar Zahlen-Beispielen zu beweisen.

dem Verhältniss stehen, dass sich die erste zur zweiten verhält wie die dritte zur vierten, so ist das, was wir behauptet haben, richtig. Ein anderes Beispiel. Wenn vier Zahlen in einem Verhältniss stehen und sie werden versetzt, so bleiben sie in einem Verhältniss. Z. B. Wenn vier Zahlen *a b c d* in dem Verhältniss stehen *a* verhält sich zu *b*, wie *c* zu *d*, so sage ich, dass sie, auch wenn sie versetzt werden, in einem Verhältniss stehen, *a* verhält sich zu *c*, wie *b* zu *d*.

Die Absicht ist, dass die Rotten an Stärke gleich sein sollen, und *weil in jeder Compagnie vier Sectionen sind, so ist es nöthig, die Sectionen nach diesem Verhältniss so zu ordnen, dass bei jeder Compagnie, welche aus vier Sectionen zusammengesetzt ist, in der ersten Section unter den Führern der erste an Tapferkeit auf dem rechten Flügel steht, der Führer der vierten Section auf dem linken Flügel steht und der zweite an Tapferkeit ist, der Führer der dritten Section auf dem rechten Flügel steht und der dritte an Tapferkeit ist, und der Führer der zweiten Section auf dem linken Flügel steht und der vierte an Tapferkeit ist.*

(Cap. XI) *Es wird jetzt nöthig sein, über die Entfernung zu handeln, welche zwischen den Schwerbewaffneten stattfinden muss, und über die Entfernung des Abstandes, in welchem sie der Länge und Tiefe nach von einander stehen. Es giebt davon drei verschiedene Arten; nämlich erstens ist ihre Aufstellung in sehr weiter Entfernung unter gewissen Umständen, welche dazu nöthigen; dann können sie in geringerer Entfernung aufgestellt werden, so dass sie sich gleichsam schon auf einander drängen, endlich in noch geringerer Entfernung, so dass sie sich gleichsam gegen einander drücken.* Alles dieses wie es die Umstände erfordern. *Der in Schlachtordnung aufgestellte Mann nimmt an Platz vier Ellen in der Linie ein, der gedrängt stehende nimmt einen Platz von zwei Ellen, der gedrückt stehende einen Platz von einer Elle ein. Die gedrängte Stellung ist diejenige, wenn die gewöhnlich angenommenen Entfernungen für den Neben- und Hintermann nach der Länge und Tiefe verkürzt werden, jedoch so, dass es noch möglich ist* in der Rotte *die Wendung zuzulassen; die gedrückte Stellung ist die, wenn die Armee noch mehr als in der eben beschriebenen gedrängten Stellung in den* anstossenden *Neben- und Hintermännern zusammengedrängt wird, so dass*

*darin eine Wendung weder nach rechts noch nach links möglich ist. Die gedrängte Stellung wird angenommen, wenn man dem Gegner nahe kommt, die gedrückte, um sich gegen einen plötzlichen Angriff des Feindes zu vertheidigen*, und ebenso bei einem nächtlichen Überfall.

*Da nun die Zahl der Anführer der geschlossenen Rotten, welche in der Front der Armee aufgestellt sind, 1024 Führer beträgt, so ist es klar, dass sie in der Schlachtordnung in der längsten Ausdehnung einen Raum von 4096 Ellen einnehmen, das beträgt 10 στάδια Stadien غلوات Pfeilschussweiten und 96 Ellen, wenn sie gedrängt stehen, nehmen sie einen Raum ein, dessen Ausdehnung 5 Pfeilschussweiten und 48 Ellen beträgt, und wenn sie gedrückt stehen, ist die Ausdehnung ihres Raumes 2½ Pfeilschussweiten und 24 Ellen.*

(Cap. XII) *Was die Art der Waffen für die Armee betrifft, so bestehen sie in Schild und Lanze; der beste Schild ist der aus Erz, die Macedonier bedienten sich desselben* und diese waren in der Kriegskunst erfahren; *es ist nicht nöthig, dass der Schild sehr stark ausgehöhlt sei*, damit man ihn leicht handhaben kann; *die Lanze muss acht Ellen lang sein, dies ist* اقل *das wenigste*[1]), *was zulässig ist, damit der Soldat leicht damit stossen und sie bewegen kann.*

(Cap. XIII) *Die Anführer der geschlossenen Rotten müssen so beschaffen sein, dass sie Niemand in der Armee übertrifft, die ausgezeichnetsten darin an Körpergrösse, Kraft uud Fülle der Erfahrung* und welche am besten im Stande sind, ihre Zungen gegen schnöde Reden im Zaume zu halten. *Denn dieses ζυγὸν* الصف المقترن *verbundene Glied ist die Stütze der ganzen Armee und sein Nutzen für sie grösser als irgend etwas anderes. Denn sowie das Schwerdt wuchtig wird, wenn das Eisen, welches zu dessen Schneide verwandt wird, schwer ist und dadurch seine Kraft hervortritt, so muss man auch annehmen, dass die Armee eine Schneide habe und dass diese Schneide die Führer der geschlossenen Rotten seien, und man muss annehmen, dass das, was die Kraft, Fülle, Schwere und Grösse dieser Linie vermehrt, der Heerhaufen sei, welcher hinter ihr aufgestellt ist.*

---

1) im Gegentheil *μήκιστον* das längste.

*In gleicher Weise ist es nöthig, dass der Feldherr für das dahinter stehende zweite verbundene Glied Sorge trage, nämlich dadurch, dass ihre Lanzen vorgestreckt werden, so dass sie den Lanzen der Mannschaft des ersten Gliedes nahe sind,* dem Feinde grade entgegen, *und die demselben am nächsten sind, können in vielen Fällen von grossem Nutzen sein; und wenn einer aus dem ersten Gliede* von seinem Pferde *stürzt oder fällt, so nimmt sein Hintermann seine Stelle in der Linie wieder ein, so dass er dadurch die Glieder in Verbindung hält und darin keine Lücke entsteht. Das dritte verbundene Glied und die übrigen, welche dahinter folgen, werden aus den Leuten geordnet, welche* nach der Abschätzung *in der Stärke jenen am nächsten kommen.*

(Cap. XIV) *Die Macedonier pflegten die Linien ihrer Schlachtordnung aus einer geringen Anzahl von Truppen zu bilden, aber wegen der Vortrefflichkeit ihrer Aufstellung war es Niemandem möglich in sie einzudringen,* und ich werde, so Gott will, in dem Folgenden ihre Aufstellung erklären [1]).

*Nämlich jeder Mann von ihnen stand in seinen Waffen zur Zeit des Kampfes und der gedrängten Stellung auf einem Platze von zwei Ellen, und die Länge einer von ihren Lanzen wurde zu 16 Ellen angenommen,* (die Magribiner haben noch bis auf diese unsre Zeit diese Länge sorgfältig beibehalten,) *in Wahrheit betrug sie nur 14 Ellen und sie ging unter die Hand des Kriegers und dehnte sich hinter ihm aus eine Strecke von vier Ellen, so dass sie vor ihm 10 Ellen über das erste verbundene Glied hervorstand. Die Mannschaft des zweiten Gliedes blieb* [mit ihren Lanzen] *hinter ihnen die Strecke von zwei Ellen zurück, nämlich hinter den Lanzenspitzen des ersten Gliedes, das dritte Glied hinter den Lanzen des zweiten um zwei Ellen, das vierte hinter den Lanzen des dritten um zwei Ellen, das fünfte hinter den Lanzen des vierten um zwei Ellen vor dem ersten Gliede. Das sechste Glied und die noch weiter zurückstehenden Reihen konnten ihre Lanzen nicht über das erste Glied hinausbringen.* Ich glaube, dass das sechste Glied aus den Bedienten, Paucken und Gepäck bestand, weil

1) Anstatt اميل lese ich ابين.

man sich in unsrer Zeit um diese Reihen nicht mehr bekümmert, desshalb haben wir uns auf fünf Glieder beschränkt. Wenn nun der Feldherr diese Glieder in der Weise, wie ich es beschrieben habe, ordnet, so kann, so Gott will, keiner von dem Feinde ihm etwas anhaben; *weil er jeden einzelnen von ihnen zwischen fünf Lanzen sieht, welcher Anblick könnte dem Feinde furchtbarer sein als dieser? und der Mann, welcher sich von fünf Lanzen umgeben sieht, fühlt sich ungemein stark, wenn er bedenkt, dass sein Leben durch fünf Lanzen und durch die Kraft von fünf Männern beschützt wird,* und er verlässt sich somit auf Gott in allen seinen Lagen; denn die Aufstellung, weil sie beständig —[1]) und lässt den Gedanken an *die Flucht* in ihm gar nicht aufkommen. *Einige haben die Spitzen der Lanzen dieser fünf Glieder bis auf den gleichen Endpunkt gebracht*, dies ist von dem vorigen abweichend, indess zweckmässiger und wirksamer. Dann hält das erste Glied die Spitzen der Lanzen zwei Spann über der Erde, das zweite Glied zwei Spann darüber, das dritte zwei Spann über diese, das vierte zwei Spann darüber und das fünfte zwei Spann darüber; auf diese Weise sind ihre Lanzen überall, so dass, wenn Jemand vor ihnen mit kurzen Lanzen, Steinen oder etwas ähnlichem werfen sollte, dies an den Spitzen ihrer Lanzen abprallen und zur Erde fallen würde und dadurch keine Stelle bliebe, durch welche der Feind eindringen könnte, gleichviel ob es ein Reiter oder Fussgänger sei.

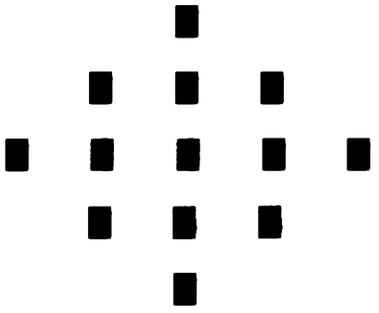
Wenn nun der Feldherr die gedrängten Rotten vermehren will, damit das Heer in den Augen des Feindes einen furchtbaren Anblick bekommt, so (Cap. XV) *bringt er die Leichtbewaffneten* hinter den Rotten nach der Form der vorhin beschriebenen Aufstellung *auf die gleiche Anzahl von 1024 wie die Rotte des Hauptcorps, so dass die erste von den Rotten der Leichtbewaffneten sich der ersten der gedrängten Rotten des Corps anschliesst, die zweite der zweiten und in dieser Weise weiter, nur dass es nicht nöthig ist, dass die Anzahl der Rotten der Leichtbewaffneten 16 sei, sondern* es können deren weniger sein nach dem Gutdünken des Feld-

1) Hier ist etwas ausgelassen, der Text zeigt keine Lücke.

herrn, und *wenn er für jede Rotte acht Mann bestimmt, so ergiebt dies für 1024 Rotten der Leichtbewaffneten 8192 Mann.*

(Cap. XVI) *Die Namen derselben sind folgende: Je vier Rotten der Leichtbewaffneten heissen eine Schaar und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 32 Mann; je zwei Schaaren heissen eine Section und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 64 Mann; je zwei Sectionen heissen ein Zug und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 128 Mann; je zwei Züge heissen eine Compagnie und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 256 Mann; je zwei Compagnien werden eine Division genannt und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 512 Mann; je zwei Divisionen heissen ein Batallion und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 1024 Mann; je zwei Batallione heissen ein Regiment und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 2048 Mann; je zwei Regimenter werden eine Brigade genannt und die Anzahl der darin befindlichen leichtbewaffneten Leute beträgt 4096; je zwei Brigaden werden ein Armeecorps genannt und die Anzahl der darin befindlichen Leute beträgt 8192 Mann, welche 1024 Rotten bilden.* Zu Führern dieser Rotten werden auserwählte Männer genommen, welche in allen Stücken erfahren sind und in allem, was ihnen befohlen wird, ihren Vorgesetzten gehorchen.

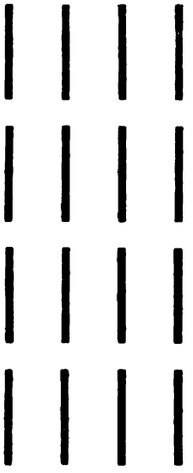
Über einige Stellungen, welche die Sachkundigen nach den Figuren des Euklides angewandt haben. Hierzu gehört (Cap. XVIII) *die dem Rhombus ähnliche Form, deren sich die Thessalier bedienten,* welche kräftige Reiter waren. *Der erste, welcher ihnen die Anweisung zur Anwendung dieser Form gab, war* ein Mann Namens *Jason, sie ist auch wirklich eine für alles Nöthige geeignete Form und gestattet den Reitern,* welche sich ihrer bedienen, *sich rasch nach jeder Seite,* von welcher der Feind sich zeigt, zu drehen und *zu wenden,* ohne von der Wendung etwas zu fürchten zu haben und ohne dass dadurch das Verderben der Reiter herbeigeführt wird. *Die besten Reiter werden nämlich an die Seiten der Form gestellt, die Führer auf die Ecken und zwar stellt sich der Corpsführer auf diejenige Ecke, welche nach vorn ist, die Beschützer der Seiten werden auf die rechte und linke Ecke gestellt und auf die noch übrige Ecke der Commandant der Rückseite.* Danach entsteht diese Figur



Diese Aufstellung ist schön und der Ursprung der unter dem Namen *el-bucća* (der Spiegel oder das Carré) bekannten Schlachtordnung, woraus man zu allen beliebigen Schlachtordnungen übergehen kann, wie es der Feldherr für gut findet. Die übrigen Figuren, welche Euclides erwähnt, sind nach dem bisher Gesagten für jeden Sachverständigen bei weiterem Nachdenken die Grundlagen der Schlachtordnungen.

*Die quadratischen Formen sind diejenigen, deren sich die Perser, Sicilianer und viele von den Griechen bedienten*, weil sie glaubten, dass das Reiten in dieser Form von Anfang an am leichtesten sei, und die Reitkunst und die Geschicklichkeit, um sich den Sieg zu verschaffen, kann sich in vielen Formen zeigen. *Die Aufstellung ist nämlich in dieser Weise leichter für die geschlossene und verbundene Form und in ihr stehen die Führer mit ihrer ganzen Armee dem Feinde in einer Schlachtordnung gegenüber. Die beste Aufstellung eines Corps ist so, dass die Anzahl der Mannschaft in der Länge doppelt so gross ist als in der Tiefe, z. B. dass in der Länge zehn und in der Tiefe fünf sind; diese Aufstellung nämlich ist zwar an Zahl in der Länge und Tiefe verschieden, in der Form aber quadratisch, weil die Länge des Pferdes vom Kopfe bis zum Schwanze im Verhältniss zu seiner Breite bei der gedrängten Stellung in der Rotte einen grösseren Aufstellungsplatz erfordert. Einige haben auch die Anzahl der in der Länge aufgestellten dreimal so gross angenommen als die in der Tiefe aufgestellten in der Meinung, dass dies die quadratische Form ergebe, weil die Länge des Pferdes in den meisten Fällen dreimal so gross als seine Breite anzunehmen sei, und danach haben sie in der Front neun und in der Tiefe drei aufgestellt. Nämlich bei den Schwerbewaffneten hat die Menge*

*der Reiter nicht den Nutzen, welcher aus einer tiefen Aufstellung des Fussvolks erwächst, welches von hinten auf die Vordermänner drängt; denn die Reiter können in manchen Fällen nicht* nach dem Grade ihrer Stärke *mit Nutzen verwandt werden, weil sie auf ihre Vordermänner nicht zugleich aufdrängen wie bei dem Fussvolk.*

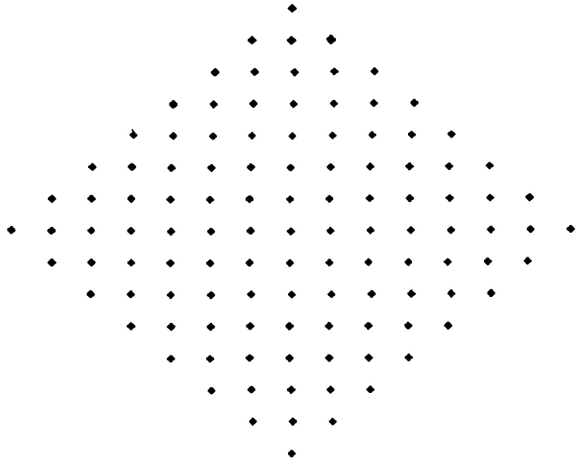


Ich bemerke hierzu: Aus diesem Grunde muss ein jeder der Emire einen Lehrmeister annehmen, welcher die jungen Leute unterrichtet, bis sie in der Führung der Lanze so geübt sind, dass es ihnen zur Gewohnheit geworden ist, damit, wenn etwas ausgeführt werden soll, wozu ihre Mitwirkung nöthig ist, sie dazu im Stande sind und nicht als unbrauchbar zurückbleiben; oftmals werfen sie ihre Lanzen von sich und der Sinn der Worte des Aelianus ist der, dass das ganze Corps einen gemeinschaftlichen Angriff machen soll. Diese quadratische Form ist diejenige, aus welcher die erste Rennbahn und die Doppelringe hervorgegangen sind, welche man Doppelreihe nennt, dies[1]) ist eine quadratische Form mit zwei Rundungen, welche vor zwei Kreisen voraufgehen (?); auch sind noch viele andere Formen daraus hervorgegangen, wie oben erwähnt ist. — *Hieraus folgt immer, wenn die Anzahl der Reiter in der Länge gleich ist ihrer Anzahl in der Tiefe, dass die Zahl quadratisch und*

1) In der Handschrift steht وذكر شكر مربع مقريصين

*die Form quadratisch ist, der Unterschied in der Quadratur liegt nur in dem, was oben über den Unterschied der Länge und Tiefe gesagt ist.*

(Cap. XIX) *Man glaubt, dass die dem Rhombus ähnliche Formation des Heeres aus einer Nothwendigkeit entstanden sei. Wenn nämlich der Corpsführer sich selbst als den ersten aufstellt, so ist es nicht nothwendig, dass die an seiner Seite aufgestellten Reiter in gleicher Richtung sich an ihn anschliessen, sondern sie müssen hinter ihm bleiben, so dass die Köpfe* (der Pferde) *dieser Reiter nahe an die Schultern des Corpsführers heranreichen* und einer gegen den anderen zurücksteht d. h. *sowohl die auf der linken und rechten Seite, als auch die dahinter befindlichen, damit nicht unter ihnen Verwirrung entsteht, weil die Pferde öfter einander schlagen,* so dass aus diesem Grunde die Reiter öfter abgeworfen werden. *Von denen, welche die Pferde in den dem Rhombus ähnlichen Formen geordnet haben, sind einige der Ansicht gewesen, dass die Reiter in verbundenen Reihen, andere, dass sie in geschlossenen Reihen, noch andere, dass sie weder in gebundenen noch geschlossenen Reihen stehen müssten. Eine jede von diesen Stellungen wird auf folgende Weise ausgeführt.*



*Diejenigen, welche die gebundene und geschlossene Form der Reiter annehmen, stellen das längste Glied des Corps in der Mitte auf,* wie oben gesagt ist, *und setzten für die darin befindlichen Reiter eine ungerade Zahl fest, z. B. 11 13 15 u. d. gl. und ordnen auf den beiden Seiten dieser ge-*

*bundenen Linie zwei Reihen, eine vor und eine hinter dieselbe, und machen jede von diesen beiden gegen die vor ihnen befindliche Reihe um zwei kürzer; z. B. wenn die grösste gebundene Reihe aus 15 Reitern besteht, so kommen in jede der beiden ihr zunächst stehenden Reihen 13 Reiter, in die darauf folgende 11 Reiter und in dieser Weise erfolgt die Verkürzung in den folgenden Reihen immer um je zwei, bis dass nur einer übrig bleibt; die Summe des ganzen Corps beträgt dann 113 Reiter.*

## Beschreibung der Stellungen beim Zusammenstoss.

Wenn die Aufstellung der Ungläubigen quadratisch ist und die der Muslimen mondsichelförmig, so muss der Feldherr darauf achten, ob die Anzahl der Ungläubigen eben so gross ist als die Anzahl seiner eigenen Leute, dann ist er sicher, so Gott will, zu siegen; er muss auf die beiden Seiten des Bogens mit der grössten Sorgfalt achten und die Truppen müssen mit der grössten Ausdauer Stand halten. Das beste ist, wenn er die vorderen Glieder des Centrums nach den Seiten des Bogens dirigirt, um den Leuten auf den Flügeln zu Hülfe zu kommen und der Mannschaft der beiden mondsichelförmigen Reihen zur Stütze zu dienen, damit sie den rechten und linken Flügel der Ungläubigen durchbrechen, wobei er sich von dem Centrum derselben zurückhält, Zweikämpfe unterlässt, ruhig aushält, den Kampf gegen sie aber mit aller Kraft führt in einer Weise, die dem Feinde seine Überlegenheit deutlich zeigt, und besonders die Ecken und die Flügel in die Flucht zu schlagen sucht, denn dies ist das grösste und wichtigste; die Mannschaft des Centrums dehnt sich so weit aus, dass sie wo möglich die Hälfte der Front einnimmt und dadurch wird dann die Action zu Ende geführt, selbst wenn die Ungläubigen ihre Aufstellung in die Rhombus-Form umändern, und nichts darf daran hindern, dass die Mannschaft des Centrums sich ausbreite, weil sie vor allem anderen mit dem Kampfe beschäftigt ist, was bei der ersten Aufstellung nicht der Fall war. Das Verfahren dabei ist, dass die beiden Enden des Bogens sich verengern in der Absicht, die Aufstellung der Ungläubigen zu umfassen, und dass die Mannschaften des

Vortrabs, des Vordertreffens und des Nachtrabs bis an die Ecken der hinteren Linie des Feindes vorgehen und ihm von beiden Seiten Schaden zuzufügen suchen und seine Schlachtordnung in Unordnung bringen. Ebenso wenn die Aufstellung der Ungläubigen lang ausgedehnt ist, so wird sie dadurch geschwächt wie vorhin und die Action der Muslimen ist dabei ganz dieselbe wie vorhin. Wenn die Aufstellung der Ungläubigen knaul- oder ringförmig ist, so ist sie gegen die mondsichelförmige viel schwächer und diese jener überlegen. Wenn die Schlachtordnung der Ungläubigen mondsichelförmig und die der Muslimen quadratisch ist, so ist das richtige, dass sie alles daran setzen, um auf beiden Seiten über die Seiten der mondsichelförmigen Aufstellung des Feindes hinauszukommen; wenn dieses gelingt, so ist damit die Übermacht gewonnen, die Mannschaften des rechten und linken Flügels müssen die Enden der Bogen zu durchbrechen suchen, dies ist eine der schwierigsten Unternehmungen. Was die Mannschaft des Centrums betrifft, so ist es ihre Aufgabe, den Auftrag, welcher ihr zu Theil geworden ist, gut auszuführen, nämlich die Mannschaft der äussersten Enden der Bogen stutzig zu machen und wenn es ihr durch einen gemeinschaftlichen Angriff gelingt, sie zu werfen, so dass sie die Fersen zeigt, so ist es am besten, wo nicht, so ist die äusserste Anstrengung zu machen, um die beiden Enden der Mondsichel zu durchbrechen, wie es auch gehen mag. Wenn die Muslimen im Rhombus aufgestellt sind, so ist diese Form überlegener als die erste, weil die beiden Ecken desselben gewöhnlich weit ausgedehnt sind und die Stellung seiner beiden Seiten und des Hintertreffens ein Centrum von äusserster Stärke bilden.

Wenn ihre Aufstellung *dabbábí* (die verdeckte) ist, so geschieht der Vormarsch in der Weise, dass sie das ganze Vordertreffen in zwei Theile theilen nach rechts und nach links und die Nachhut näher kommen lassen, bis sie in der Richtung, wo die Lücke zu beiden Seiten entstanden ist, in die Linie des Hintertreffens eintrit, damit die Mannschaft der beiden Corps auf den beiden Flügeln sich nach und nach mehr als die anderen an dem Kampfe betheiligen kann. Sollte die Aufstellung der Muslimen die lang gestreckte Form haben, so ist sie zum Widerstande

zu schwach, weil die vorderen Reihen den Kampf nicht aushalten können, und ihre Deckung muss so wie bei der *dabbábí* Aufstellung erfolgen. Die schlechteste aller Schlachtordnungen ist die Ring- und Knaul-Aufstellung, und wenn es irgend möglich ist, muss sie behutsam und vorsichtig in eine andere verändert werden in einer Weise, dass ihre Reihen nicht in Unordnung gerathen und der Feind nichts davon merkt, das ist die Hauptsache, und wenn dies nur langsam geschehen kann, so werden sämmtliche Reserven und Hintertreffen nach der rechten und linken Seite dirigiert, das ist noch das wirksamste, was man dabei thun kann.

Wenn die beiden Schlachtordnungen in gleicher Weise aufgestellt sind, quadratisch oder anders, mit Ausnahme der mondsichelförmigen und Ring-Stellung, so ist die Action darin gleich, nur dass der Kampf und die gute Ausführung den Gliedern in der Front obliegt, und wenn der Angriff oder die Annährung erfolgt, so dass z. B. die eine Partei quadratisch, die andere lang ausgedehnt oder in Rhombus-Form oder ähnlich aufgestellt ist, so ist die Action dabei nahe zu so, wie wir beschrieben haben. Von der Mondsichelform ist oben schon die Rede gewesen und was die Knaulform betrifft, so wird es selten vorkommen, dass beide Heere in dieser Weise zugleich auftreten; sollte es aber der Fall sein, so ist die Aufgabe des Feldherrn der Muslimen die, dass er den Gegner umzingelt und eine mondsichelförmige oder eine andere z. B. die Rhombus-Bildung ausführen lasst, dies sind Grundlehren der Taktik. Wenn die Armee sich in einer Ebene befindet und rund aufgestellt ist, so soll man sie nicht für gering halten, weil die Kreisfigur geringer erscheint, als sie in Wirklichkeit ist, wenn man ihre Ausdehnung berechnet und den Raum, welchen der Kreis umgiebt. Im anderen Falle, wenn die äusseren Seiten einer Armee lang gedehnt sind, oder ein Theil derselben gepresst oder gekrümmt ist oder viele Ecken hat, so soll man sie nicht für zahlreich halten. Wenn eine Armee auf einem Berge oder auf einer Anhöhe ist, so erscheint sie grösser, als wenn sie auf ebenem Boden steht, und man muss sehen nach der vorhin angedeuteten Berechnung die Wahrheit zu ermitteln oder dem richtigen Ver-

hältnisse nahe zu kommen, denn das ist die Hauptsache im heiligen Kampfe. —

Wenn der Feldherr die angenommene Schlachtordnung verändern will, (Cap. XXIV) *so muss er dazu ein bestimmtes Zeichen festsetzen, damit, wenn er dieses Zeichen giebt, die Truppen in der Weise ihre Stellung ändern, wie er es bezeichnet.* Einige der früheren Heerführer haben *dafür bestimmte Benennungen angenommen, wie Wendung, Umkehr, Schwenkung, Graderichtung der Schwenkung*[1]*), kleine Drehung, grosse Drehung, Rotten schliessen, Glieder verbinden, Rückkehr zu der vorigen Stellung*, der entwickelte Rundgang, *Verdoppeln*, dem rechten und linken Flügel folgen, *flankirte Colonne, rechteckige Colonne, schräge Colonne, Einordnen*, Vorgehen, *Ausfüllen, Hinterstellung*, ein Glied nach dem andern, Anschliessen.

(Cap. XXV) *Mit dem Ausdruck κλίσις* مَيْل *Wendung bezeichnen einige die freie (einzelne) Wendung und zwar die nach der rechten Seite heisst die Wendung nach der Lanzenseite und die nach der linken Seite heisst die Wendung nach der Schildseite;* zwei Arten. Die freie Wendung ist die Drehung nach den anderen Seiten. *Μεταβολή* انقلاب *Umkehr ist die Wendung nach rückwärts* und dies ist die Wendung zur Flucht. *Ἐπιστροφή* انفتال *Schwenkung hat die Bedeutung, wenn die Schwerbewaffneten sich so zusammengedrängt haben, dass sie wie ein Körper geworden sind, und sie wenden sich dann nach der rechten oder linken Seite, als wenn sie sich um den ersten Hauptmann der geschlossenen Rotte im Kreise drehten, und schwenken sich und bleiben auf dem Platze, der vor ihnen ist.* *Ἀναστροφή* الانتقال *Das Umwechseln ist die Umstellung des hinteren Gliedes nach vorn und der Rückgang der vorderen Reihen auf den Platz des Hintertreffens*; dabei findet die Wendung zweimal statt, einmal auf der Stelle, (?) das andere Mal, dass sie dem Feinde gerade ins Gesicht sehen und die Abtheilung, welche bisher im Kampfe war, sich ausruht. Darin liegt nach meiner Ansicht eine Schwäche, weil der Feind, wenn er ihre Umstellung

---

1) Das Arabische deckt sich hier und weiterhin nicht genau mit dem Griechischen, es hat eine Umstellung mit einem Schreibfehler stattgefunden und müsste danach والتسوية والانتقال heissen: Gradausmachen, Umwechseln.

bemerkt, oftmals in dieser Lage plötzlich auf sie einen Angriff macht und über sie einen Vortheil erreicht; es darf also nur eine solche Wendung sein, welche der Feind nicht wahrnimmt. *Ἐς ὀρθὸν ἀποδοῦναι* التسوية *Gradausmachen ist die Schwenkung und Rückkehr der Compagnie auf den ersten Platz.* *Περισπασμός* الاستدارة الصغرى *die kleine Drehung ist eine Bewegung von zwei Schwenkungen des Zuges, bis dass er den Platz einnimmt, welcher hinter ihm ist.* *Ἐκπερισπασμός* الاستدارة العظمى *die grosse Drehung ist die Bewegung des Zuges in drei Schwenkungen hinter einander,* wodurch er die Stellung nach der Seite des Kampfes bekommt, *wenn sie nach rechts erfolgt, steht er dem Feinde nach rechts gegenüber, und wenn sie nach links erfolgt, steht er nach links gegenüber.*

(Cap. XXVI) *Στοιχεῖν* التقاطر *in Rotten geschlossen sein sagt man, wenn jeder einzelne Mann, welcher sich in der Rotte befindet, zu dem Hauptmann der geschlossenen Rotte und zu dem Inhaber der letzten Stelle in gerader Richtung steht, indem die Entfernung zwischen ihnen gleich ist;* *ζυγεῖν* الاقتران *in Rotten verbunden sein sagt man, wenn jeder einzelne Mann, welcher sich in der Rotte befindet, mit seinem Nebenmanne in der Front in gerader Richtung steht, indem die Entfernung zwischen ihnen ebenfalls gleich ist, so dass die Hauptleute der Rotten in gerader Linie stehen.* *Διπλασιασμός* التضعيف *die Verdoppelung geschieht dadurch, dass die Anzahl derer, welche in den Rotten stehen, vermehrt wird, sei es in der Länge oder in der Tiefe; wenn der Feldherr verdoppeln will und es bestehen die geschlossenen Rotten z. B. aus acht Mann, so commandirt er, dass vier von diesen zwischen den Rotten eintreten, dann bleiben in der Länge jeder Reihe der geschlossenen Rotten vier Mann und die Rotten sind doppelt so stark, als sie anfangs waren, und auch die Verbindung unter den Hauptleuten der Rotten ist eingetreten. Wenn man dann die Verminderung unter ihnen wieder herstellen will, so commandirt man, dass diejenigen, welche zwischen getreten sind, wieder auf ihren vorigen Platz zurückkehren. Einige halten dies nicht für zweckmässig, sondern lassen die Leichtbewaffneten auf dem rechten und linken Flügel sich ausbreiten und ebenso die Reiter.*

(Cap. XXVII) *Ἐξελιγμός Entwickelung* الاستدارة المطلقة *der entwickelte Rundgang. Davon giebt es zwei Arten, die eine in der Schlachtordnung der*

*geschlossenen Rotten, die andere in der Schlachtordnung der verbundenen Rotten*, wie oben bemerkt ist; *jede dieser beiden Arten hat drei Formen, die eine ist nach den Makedoniern benannt, die andere nach den Lakedämoniern, und die dritte ist unter dem Namen der Persischen oder auch der Kretischen bekannt und heisst auch* (*χόριος* die im Reigen geführte) البلدى *die ländliche*[1]). *Die erste ist diejenige, wobei die Truppe*, wenn sie vorwärts geht, *den Platz vor der Linie einnimmt und sich mit dem Gesicht nach vorn wendet; die zweite ist diejenige, wobei die Truppe den Platz hinter der Linie einnimmt mit verbundenen Rotten, welche auf den Plätzen, welche sie anfangs einnehmen, Halt machen, d. h. wenn sie Halt machen, stehen die ersten auf dem Platze der letzten und die letzten auf dem Platze der ersten.*

(Cap. XXX) *Πλάγιος* مخرف (quer) *flankirt heisst die Colonne, wenn ihre Länge doppelt so gross ist als ihre Tiefe; παραμήκης oblong* مستقيم *rechteckig heisst sie, wenn sie nach einer von beiden Seiten geht und ihre Tiefe doppelt so gross ist als ihre Länge, und im Allgemeinen sagt man von jeder Art, sie sei lang, wenn ihre Länge grösser ist als ihre Tiefe, und sie sei rechteckig, wenn ihre Tiefe grösser ist als ihre Länge. Λοξός* مورّب *Die schräge Colonne ist diejenige, deren rechter oder linker Flügel, welcher von beiden es sein mag, dem Feinde genähert und im Kampfe begriffen ist, während die andere Seite in der Entfernung vereinigt zusammen bleibt.*

(Cap. XXXI) *Παρεμβολή* الرّصّ *Einordnen ist, wenn Leute geordnet sind und man zwischen sie in die Zwischenräume, welche zwischen jedem einzelnen von ihnen gelassen waren, andere von den hinter ihnen geordneten eintreten lässt, bis sie mit ihnen in eine gerade Linie kommen. Πρόσταξις* الجنبية *Seitenstellung ist, wenn auf beiden Seiten der Schlachtordnung oder auf einer derselben Leute hinzugenommen werden, so dass sie* über den rechten oder linken Flügel hinaus *mit der Linie in Front stehen. Ἔνταξις* Einschieben الحَشْو *Ausfüllen heisst, wenn der Feldherr die Leichtbewaffneten einen Mann nach dem anderen in die Zwischenräume der Linie einordnet.*

---

1) Der Arabische Übersetzer hatte also anstatt *χόριος* in seinem Griechischen Texte *χώριος* von *χώρα* بلد Land.

*Ὑπόταξις* الرادفة *Hinterstellung heisst, wenn er die Leichtbewaffneten hinter die Flügel der Linie ordnet, so dass ihre Aufstellung eine in einander greifende wird, und ihr Verhältniss das Verhältniss von etwas, was drei Thüren hat, bekommt.*

Dies sind die Commandos der Älteren, so dass, wenn sie sich nach irgend einer Seite wenden sollten, der Hauptmann der Compagnie eins von diesen Commandos gab, dann wandten sie sich nach der Seite, wohin sie commandirt waren. Die Späteren haben dies alles auf zwei Worte abgekürzt und ihre Commandos lauten *húġuwwâ* und *húbarrâ*, das ist also kürzer als alle die anderen Worte, so ruft der Hauptmann und die Soldaten müssen ihn sorgfältig im Auge haben, damit sie, wenn er sich nach einer Seite wendet, mit ihm dieselbe Wendung machen, ohne dass einer von ihnen zurückbleibt, sondern einer muss dem anderen nachfolgen. Im Laufe der Zeit hat man dann vergessen, was *húġuwwâ* und *húbarrâ* ursprünglich bedeutet hat, einige sagen, *húġuwwâ* habe den Sinn [? nach dem Anklang von wuǧûh tuǧâh], dass die Gesichter sich gegen einander kehren und *húbarrâ*, dass die Rücken sich gegen einander kehren sollen; man weiss nicht mehr, aus welchem Grunde dies ursprünglich so festgesetzt wurde. Andere dagegen behaupten, die Ausdrücke seien vom Spielen hergenommen und hätten ursprünglich die Bewegungen bezeichnet, welche, wie oben angegeben ist, im Kriege zu machen sind. Auch ich hatte dies angenommen, bis der Gross-Emir el-Muǧâhid N. N. el-Bâsiṭî mich belehrte, dass jedes von diesen beiden Wörtern eine bestimmte Bedeutung für sich habe, wie ich es nachher, so Gott will, auseinandersetzen werde.

Die Kreisstellung ist nämlich eine bekannte Formation in der Schlacht, bei den Darstellern finde ich aber die Kreisstellung nicht abgebildet und die Formation nicht beschrieben, sie reden nur davon als von etwas unbekannten. Desshalb will ich mit Gottes Hülfe erwähnen, was die Älteren darüber gesagt haben, damit man wisse, was die Kreisstellung sei. Die Sache verhält sich im Wesentlichen so: Wenn ein Corps den Kreis formiren soll, so ruft der Commandirende *húbarrâ*, das verstehen die Soldaten und führen es aus, und wenn er ruft *húǧuwwâ*,

ebenso[1]), so dass es einer langen Rede nicht bedarf; denn sie befinden sich in einer Lage, in welcher es nicht angebracht ist, viele Worte zu machen, weil jeder einzelne mit sich selbst beschäftigt ist aus Furcht vor dem Tode oder aus Liebe zum Leben. Wenn also das Commando in dieser Weise erfolgt, so müssen es die Soldaten von ihren Instructoren annehmen, bis sie es lernen und ihre Glieder mechanisch sich daran gewöhnen, damit ihre Wendung zur Kreisformation wie von einem Manne erfolge. Denn dies ist eine Action, welche in der Schlacht ihren Nutzen hat, und wer das ausser Acht lässt, der hat keine Kenntniss davon, und wer keine Kenntniss davon hat, der ist wie ein Esel, der die Säcke mit Datteln trägt, er trägt sein Gepäck und seine Waffen, und weiss nichts von dem, was wir gesagt haben. Gelobt sei Gott, der uns lehrt, was wir nicht wussten.

1) d. h. sie verstehen es und öffnen den Kreis.

## Über den Zweikampf

### und was darin Grosses geleistet worden ist im Gegensatz zu dem bisher Gesagten.

Wenn die Reihen von beiden Seiten in Schlachtordnung aufgestellt waren und längere Zeit einander gegenüber standen und die Reiter zu kämpfen verlangten, so pflegten die Truppen seit alter Zeit im Heidenthum und Islam sich zum Kampfe herauszufordern, dies war der Anfang der Schlacht, und wenn beide Heere damit einverstanden waren, so fanden nur Zweikämpfe statt. Einer der Gelehrten sagt: der Zweikampf ist zweierlei Art, *gewünscht* und *erlaubt;* gewünscht wird, wenn ein Mann von den Ungläubigen vortritt, dass sich ihm einer von den Muslimen gegenüber stellt, gemäss der Überlieferung[1]), wonach am Tage der Schlacht bei Badr 'Otba und Scheiba, die Söhne des Rabî'a, und el-Walîd ben 'Otba vortraten und 'Otba sprach: wer will den Kampf wagen? Da ging ihm ein junger Mann von den Anṣâr[2]) entgegen, den fragte er: wer bist du? er antwortete: einer von den Anṣâr. Jener entgegnete: dich kann ich nicht gebrauchen, ich verlange einen von den Söhnen meines Oheims[3]). Nach einer anderen Überlieferung sagte er: ich kenne keine Anṣâr, wo sind statt deiner die Kureischiten? Jetzt sprach der Prophet zu Ḥamza, 'Obeida ben el-Ḥârith und 'Alí ben Abu Ṭâlib:

1) Vergl. *Ibn Hischâm*, Leben Muhammed's, S. 443.

2) d. i. Hülfsgenossen, die mit Muhammed aus Mekka nach Medina geflüchtet waren.

3) d. i. einen von meinen näheren Verwandten.

gehet zu ihnen hinaus. Da trat Ḥamza dem 'Otba, 'Alí dem Scheiba und 'Obeida dem Walîd entgegen, Ḥamza tödtete den 'Otba und 'Alí den Scheiba, zwischen el-Walîd und 'Obeida war der Kampf nach zwei Gängen unentschieden, jeder von beiden hatte seinen Gegner schwer verwundet. 'Alí erzählt weiter: da wandten wir uns gegen el-Walîd, tödteten ihn und nahmen 'Obeida mit uns. Dies war also der erste Zweikampf im Islam auf Befehl des Propheten. Es wird auch erzählt, dass 'Alí ben Abu Ṭâlib den 'Amr ben 'Abd Wudd el-'Âmirí herausgefordert habe; da sprach zu ihm 'Amr: wer bist du? er antwortete: ich bin 'Alí ben Abu Ṭâlib. Jener erwiederte: ich möchte nicht gern dich tödten, mein lieber Vetter; worauf 'Alí entgegnete: aber ich möchte gern dich tödten. Darüber wurde 'Amr aufgebracht und griff ihn an, aber 'Alí tödtete ihn[1]).

Ein anderer Zweikampf und zwar der grösste, welcher auf dem Erdboden stattgefunden hat, ist der zwischen dem Gottgesandten und Obeij ben Chalaf. Dieser Obeij hatte nämlich in Mekka ein Pferd, welchem er täglich zu fressen gab um es recht herauszufuttern und so oft er den Propheten sah, sagte er: auf diesem Pferde werde ich dich tödten; worauf der Prophet erwiederte: im Gegentheil, ich werde dich tödten. Am Tage von Oḥod nun, als der Gottgesandte einen Hieb über den Kopf erhalten hatte und viele von den Muslimen getödtet und verwundet waren, schritt der Prophet vor, da sprach zu ihm einer der Anṣâr: da kommt Obeij ben Chalaf auf dich zu, erlaubst du, dass einer von uns sich ihm entgegen werfe? Er antwortete: lass ihn; und damit nahm der Gottgesandte dem Ḥârith ben el-Çimma eine kurze Lanze aus der Hand, schwang sie und traf ihn damit an der Kehle und ritzte ihm die Haut, indess konnte er sich nicht auf seinem Pferde halten. Seine Cameraden sagten ihm: wenn einer von uns eine solche Wunde bekommen hätte, die würde ihm nicht schaden; er aber erwiederte: wenn er (Muḥammed) auf den Bergen von Tihâma stände, so würden sie zerschmelzen. Er starb auf dem Rückzuge in Sarif. So erzählt el-Buchârí

1) Vergl. *Ibn Hischâm* S. 677 fg.

in dem Çaḥîḥ, und Ḥassân ben Thâbit hat darüber einige Verse gedichtet, unter denen dieser ist:

Geerbt hatte den Irrthum von seinem Vater

Obeij am Tage, da der Gesandte den Zweikampf mit ihm bestand[1]). Heil dem, der so handelt, wie der Prophet gehandelt hat.

Erlaubt ist es, dass der Muslim zuerst zum Zweikampfe herausfordert, denn wenn er in sich die Kraft zum Kampfe fühlt, so stärkt er dadurch den Muth der Muslimen; wir sagen nur, dass es nicht erwünscht ist, weil es doch vorkommt, dass ein solcher getödtet wird, und dann wird dadurch der Muth der Muslimen gebrochen. Es knüpft sich daran die Frage, ob der Zweikampf gestattet sei ohne Erlaubniss des Vorgesetzten oder dessen Stellvertreters; wenn der Vorgesetzte oder dessen Stellvertreter ihn erlaubt, so findet keine Meinungsverschiedenheit darüber statt, dass er gestattet sei, aber darüber ist man verschiedener Meinung, wenn er nicht mit Erlaubniss stattfindet. Die meisten halten ihn auch dann für gestattet und beweisen dies damit, dass, als 'Otba zum Zweikampfe herausforderte, mehrere der Ançâr noch vor Ḥamza, 'Alí und 'Obeida ohne Erlaubniss gegen ihn vorgingen. Diese Frage zerfällt noch in mehrere Unterabtheilungen, über welche wir, so Gott will, in der Folge handeln werden.

Ein anderer Zweikampf fand statt am Walle von Medina, wo 'Amr ben 'Abd Wudd dazu aufforderte.

Ein anderer bei Cheibar zwischen Marḥab und 'Alí[2]).

Einen anderen Zweikampf erwähnt der Korankundige Ibn Manda

1) Vergl. *Ibn Hischâm* S. 575. Die Erzählung selbst findet sich bei Bochârí und Muslim nicht, sondern die Worte der Überlieferung bei *Bokhari* par Krehl III. S. 86 und *Muslim*, Bulaker Ausg. IV. S. 241. Calcuttaer Ausg. II. S. 175 »Gottes Zorn entbrannte über einen Mann, welchen der Gesandte Gottes für seine Sache getödtet hatte«, werden von den Commentatoren auf Obeij bezogen.

2) Der erste ist der schon oben nach *Ibn Hischam* S. 67 erwähnte Zweikampf, hier in anderer Ausschmückung wiederholt; bei dem zweiten bezieht sich der Verfasser auf *Ibn Isḥâk*, indess kommt bei *Ibn Hischâm* S. 760 nichts davon vor, dass auch hier 'Alí mit Marḥab gekämpft und ihn erlegt habe.

in seiner Chronik von Içpahân[1]). Abdallah ben Bureik ben Warcâ erhielt von dem Chalifen Omar ein Schreiben mit der Weisung: Marschiere nach Içpahân. Er marschierte hin und der Fürst el-Fadusabân kam heraus; als sie auf einander stiessen, sprach zu ihm der Fürst: ich will deine Leute nicht tödten, tödte du auch die meinigen nicht, sondern lass uns beide kämpfen, wenn ich dich tödte, so kehren deine Leute um, und wenn du mich tödtest, so werden meine Leute mit dir Frieden schliessen. Abdallah willigte ein und der Fürst fragte: willst du zuerst mich angreifen, oder soll ich dich angreifen? Abdallah erwiederte: greife du mich an. Da stürzte sich der Fürst auf ihn, haute zu und traf den hervorragenden Theil des Sattels, so dass er ihn zerbrach und die Riemen am Halse des Pferdes und die Gurte durchhieb. Abdallah fiel herunter, stand aber sofort wieder auf den Füssen, schwang sich auf das Pferd ohne Sattel und rief: steh! Der Fürst wandte sich gegen ihn und sprach: ich möchte nicht gern dich tödten, denn ich sehe, dass du ein tapferer Mann bist; kehre desshalb zu deinen Truppen zurück, ich will mit dir Frieden machen und dir die Stadt übergeben unter der Bedingung, wer will, kann bleiben, und wer will, kann gehen.

## Einige Fragen in Bezug auf den, welcher einen Zweikampf unternehmen will.

1. Frage. Wie muss der Ritter beschaffen sein, welcher zum Zweikampf vorgehen will?

Antwort. Er muss das Herz auf dem rechten Fleck haben, eine grosse Kraft besitzen, voll Verlangen nach seinem Feinde, äusserst vorsichtig sein, körperlich vollkommen gesund, behände mit seinem Thiere, vollständig bewaffnet als Reiter auf dem Rücken des Pferdes, in allen Waffen geübt, geschützt durch seine Kleidung und Rüstung, er muss Geistesgegenwart, einen klaren natürlichen Verstand und viel Erfahrung besitzen und die Jahre der Jugend schon überschritten haben. Die

1) Vergl. *Beladsori* liber expugn. regionum ed. *de Goeje*. S 312.

Frage bezieht sich auf die Wissenschaft der Soldaten und wer das nicht weiss, der ist kein Soldat.

2. Frage. Wie soll der Ritter zu seinem Gegner zwischen die beiden Schlachtreihen hinausziehen?

Antwort. Er soll nicht rennen, wenn er zu seinem Gegner hinauszieht, —[1]).

3. Frage. Wie soll er sich verhalten, wenn zwei Reiter auf ihn los kommen, sich dann trennen und beide ihn angreifen?

4. Frage. Wie soll er sich verhalten, wenn einer von den beiden besser bewaffnet ist und ein behänderes Thier hat? welchen von beiden soll er zuerst angreifen?

5. Frage. Wie soll er sich verhalten, wenn einer von beiden mit der Lanze, der andere mit Pfeilen bewaffnet ist?

6. Frage. Wer muss sich angreifen lassen und wer muss zuerst den Angriff zu machen suchen? und wie ist dabei seine Bewaffnung?

## Zehnte Unterweisung.

### Über die Kriegslisten durch Anwendung von Feuer, Rauch u. d. gl.

In dieser Unterweisung habe ich die Kriegslisten von Alexander und anderen kundigen Männern wie Bariufâ[2]), Aristoteles und anderen gesammelt, es ist nützlich, dies zu wissen, es anzuordnen und damit zu operiren.

Erste List. Nimm gestossenen gelben Schwefel, thue ihn in einen خَزَّة خضراء Wasserkrug mit grüner Glasur, thue dazu ebensoviel dunkle Naphtha, binde die Öffnung des Kruges fest zu und vergrabe ihn in frischen Dünger 40 Tage und tausche diesen um, so oft er er-

1) Ich habe es für genügend gehalten, nur die gestellten Fragen anzugeben, ohne die zum Theil sehr ausführlichen Antworten hinzuzufügen.

2) Ein entstellter nicht zu errathender Name.

kaltet, bis die bestimmte Zeit verflossen ist; dann nimm gestossenen grünen Eisenstein, thue ihn in einen eben solchen grünen Krug, thue dazu ebensoviel Urin von Knaben, binde den Krug fest zu, vergrabe ihn gleichfalls 40 Tage in frischen Dünger und vertausche diesen, so oft er erkaltet. Wenn du dann dies herausnehmen willst, so binde dir die Nasenlöcher zu und nimm dich vor dem Geruch in Acht; und wenn du es herausnimmst, wirst du finden, dass alles eine Masse geworden ist von schwarzer ins Grüne schlagender Farbe; auch der Eisenstein ist schwarz geworden wie verbrannt; nun kläre den Urin besonders und die Naphtha besonders durch ein Haarsieb und mische dann beides zusammen in einem passenden Gefäss und thue dazu ebensoviel alten scharfen Wein (d. i. Weinessig), als eins von den beiden Gefässen enthält; dann stelle es zur Seite bis zu der Zeit, wenn es gebraucht werden soll.

Zweite List. (Ein in ganz ähnlicher Weise bereitetes Mittel)[1]).

Wenn du nun eine Burg oder eine Mauer von fester Bauart zerstören willst, so befiel den *zarrâkûn* Mischkrug-Schleuderern[2]) oder anderen, welche mit dieser Sache vertraut sind, das sie von dieser zubereiteten Flüssigkeit in صناجات (? Büchsen) füllen und diese nach dem Orte werfen, welchen du zerstören oder verbrennen willst, dann befiel den Naphthaschleuderern, dass sie Feuer werfen und wenn dann das Feuer die Gerüche dieser Flüssigkeit riecht, nimmt das strahlende Licht desselben zu, setzt es in Flammen, man hört davon ein starkes Knattern und heftiges Summen und sieht schreckliche Gestalten, deren Anblick man nicht ertragen kann. Alles dieses wird ausgeführt, wenn man den Wind im Rücken hat, und man muss sich hüten, dass er nicht von vorn ins Gesicht kommt, sonst ist man unfehlbar verloren. Wenn dieses so geschieht, so siehst du, wie die Festung zerstückt wird, ein Theil über den andern schlägt und Stücke wie Berge herunterfallen mit einem Getose wie der Donner; und wenn sie von Lehm- und Backsteinen ist,

1) Über die dabei angewandte Geheimschrift vergl. das Vorwort.

2) Vergl. S. 13.

siehst du sie in Zeit einer Stunde wie Staub zusammenstürzen. Bei jedem Orte, der dir beschwerlich ist, wende diese zubereitete Flüssigkeit an und hüte dich, dass du selbst den Geruch davon riechst, sonst wirst du zu Grunde gehn.

Wenn du die Burg menschenleer machen willst, so nimm zu der zubereiteten Flüssigkeit Rebenholz, dann warte einen Tag ab, an dem der Wind heftig ist, und befiel nun den Naphthaschleuderern über dies Holz diese zubereitete Flüssigkeit zu giessen und schiess damit Naphtha-Pfeile ab. Sobald die Leute in der Burg den Geruch hiervon riechen, kommen sie sämmtlich um, es wird nicht einer von ihnen gerettet, ausser wer nichts davon riecht. Wenn das Thor von Eisen ist, so wende dagegen diese Flüssigkeit an, zünde sie an, so wird es verbrennen und augenblicklich zur Erde fallen.

[Es werden sechs ähnliche Mittel angegeben.]

## Über die Räuchermittel.

Diese Mittel sind sehr nützlich in Engpässen, wenn Jemand den Rauch riecht, stirbt er sofort auf der Stelle, und wenn Jemand etwas davon vorsichtig auf Holz thut und dies dem Feinde zuschickt, so steigt, wenn er es zur Bereitung der Speisen oder sonst benutzt und die Flamme hinzutritt, ein Geruch davon auf, welcher jeden, der ihn riecht, tödtet.

Erstes Räuchermittel. Man nimmt von dem Baume *el-kâkât* die Zweige, Blätter und Wurzeln und besprengt sie mit Camel-Urin drei Tage lang fortwährend, so oft der Urin trocken wird, wiederholt man es täglich mehrere Male; dann nimmt man Mist von Camelen, welche mit ausgepressten Ölkuchen gefuttert sind, zerreibt ihn sehr fein, schüttet Camel-Urin darüber und lässt dies drei Tage lang in der Sonne stehen, so dass sich ein starker Gestank entwickelt; während der drei Tage wird der Urin, so oft er abnimmt, erneuert. Dann mischt man sorgfältig حلتيت منتن *Assa foetida* darunter und rührt es mit einem Holz

um, dann mengt man das aus dem zuerst genannten Baum Hergestellte nach und nach dazwischen, bis sich alles genau mit einander vereinigt hat; hierauf nimmt man von den Wurzeln der Tamarinde etwas, nachdem der Baum so ziemlich vertrocknet war, streicht über die Wurzeln etwas von dem zubereiteten Mist, so dass sie ganz davon umgeben werden, lässt es etwas trocken werden und bewahrt es auf. Wenn man dann damit Feuer anzündet, so muss Jeder, welcher den Geruch davon riecht, augenblicklich oder nach einem Tage sterben. Will derjenige, welcher damit operirt, vorsichtig sein, damit es ihm nicht schadet, so nimmt er zwei Lappen, tränkt sie mit Veilchenöl, nachdem Kampfer und etwas Sandelholz in Rosenwasser zerrieben dazu gethan ist[1]), dann nimmt er das zum Räuchern zubereitete Holz theilweise d. h. eine Handvoll nach der anderen, und lässt es am Feuer anbrennen; auf diese Weise riecht keiner diesen Rauch, er kann in seine Nasenhöhlen eindringen und einige Zeit sein Gehirn einnehmen, ohne dass er stirbt.

[Es folgen noch vier andere solcher Räuchermittel. Auf welche Eintheilung sich die folgende Überschrift »Fünftes Capitel« bezieht, ist nicht ersichtlich.]

## Fünftes Capitel.

### Über die Vorbereitung zu einer Reise, Unterweisung für unterwegs und Bequemlichkeit bei der Einkehr.

[Den näheren Inhalt von sechs Seiten glaube ich übergehen zu dürfen.]

## Über Verwundungen.

Wenn eine Wunde frisch und nicht von grossem Umfange und nicht tief ist, so muss man die beiden Ränder derselben genau mit einander vereinigen und zubinden und sich vorsehen, dass weder Salbe noch Haare damit in Berührung kommen, denn dies verhindert, dass

1) Hier ist hinzuzudenken: und bindet sich diese Lappen vor die Nasenlöcher.

sie zuwächst. Wenn sie tief ist, so muss man ein Pflaster darauf legen, wovon das Fleisch wieder wächst, und muss dies ausfüllen und zubinden. Wenn sich die beiden Ränder der Wunde wegen der Grösse derselben nicht vereinigen lassen, so muss sie an einer, zwei, oder drei Stellen zusammen genäht werden, je nach dem Umfange, so dass die Ränder nicht mehr auseinander stehen; وادا بَطَّطَتْ خِراخًا und wenn sie auf gewöhnlichem Wege nicht geheilt werden kann, so muss man sie bis auf den Grund aufstechen, damit der Eiter nicht zurückgehalten wird.

Beschreibung eines Pulvers, welches den Schnitt mit einem Schwerdt, Messer u. d. gl. zusammenzieht und das Blut stillt. افروت *Sarcocolla* zwei Theile, *sanguis draconis*, جلنار Granatapfelblüthe, قشور كندر Weihrauchrinde von jedem ein Theil, dies wird gemischt, durchgesiebt und aufgelegt.

Ein blutstillendes Mittel bei Wunden. صبر Aloe, Weihrauchrinde, von jedem zehn Drachmen, كزبرة يابسة getrockneter Coriander sieben Drachmen, زاج Kupfervitriol vier Drachmen, verbranntes Papier ebensoviel, *terra sigillata* sieben Drachmen, Drachenblut acht Drachmen, اقاقيا Saft aus der Schote der spina Aegyptiaca und Saft von قسطيداس *Castîdâs* von jedem sechs Drachmen, Myrrhen zehn Drachmen, dies wird gestossen, Hasenhaare und Eiweiss genommen, das Mittel darauf gestreut und auf die Stelle befestigt, nachdem Spinngewebe darauf gelegt war.

[Fünf andere Mittel zu ähnlichen Zwecken.]

Über die Pflaster. Zur Verhütung von Blasenziehen beim Verbrennen mit Feuer, wird Gummi arabicum gestossen, mit Eiweiss zu einer Masse gerührt und damit bestrichen.

[Zwei andere Pflaster gegen Brandwunden.]

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر يا كريم

# التعليم الثامن

## فى عَقْد الجيوش وجَمْعها وولاتها وامراءها وقُوّادها وعدد اجنادها على الوجه المامون الغَائلَة من الوَهْن وما يتعلّق بذلك

فنقول من شَرْط الناظر على الجنود المحَمَّة ان لا يجعَلَ آحَادَ الامراء أعدادَهم مهملةً ولا طائفةً منهم بل يحتاج فى سياستهم الى نَظَرٍ علمٍ وحِفْظٍ تامٍّ فالطريف فى ذلك قد حَقَّقه الاوايلُ بانواع من الضَّبْط على اختلاف بينهم فيه ء

الباب الاول من التعليم الثامن فيما يَجِبُ على الملك ان ينظر فى امر الجيش وان يولّى امرَهم قايدًا يكون اميرا مقدّما جلدًا بصيرًا ذا تَجْربة وخِبْرة فيُقلّده امر الجيش وليَكُنْ هذا الاميرُ تامَّ النَّهْضة كافى الجَلَادة سريعُ الاقدام قليلُ الحُبابة غيرُ مُهْمِلٍ لقليلٍ يَجِبُ النَظَرُ فيه فالقليل من الاهمال فى حقّ العلوفى فسادٌ لجمهور الجيش لانه متى ساهلهم فى شىء من العَدَد رُبّما اعاد بعضُ الامراء بعض اصحابه مرّتين او ثلاثة وربّما حباهم بالضعيف وبالفرس الاعجف وغير ذلك ممّا يَجِبُ الاهتمام به الخ

الباب الثانى من التعليم الثامن فيما ظهرت به اللُّغَةُ واتّصَلَ به العُرْفُ واهل من ذلك غريب اللُّغَة فيه ونحن الان ذاكرون ذلك على رُسُومهم ذكرًا يَشْتَمل على استيفاء فى اقتصار ء

الباب الثالث من التعليم الثامن فى الفِرَاسة فيما يستدلّ به على الرجل فى جميع احواله ء دلايل الشعر اللين يَدُلُّ على الجُبْن والخَشِنُ على الشجاعة كثرة الشعر على البطن يدلّ على الشَّبق كثرة الشعر على الصُّلْب دليلٌ على الشجاعة الخ

دلايل الجبهة — الحاجب — الانف — العين — الفم والشفة والاسنان وغير ذلك — دلايل الوجه — الصحك — الاذن — العنق — الصوت والنفس والكلام — السمن والهزال — دلايل الظهر والبدن والقدمَيْن — الجبان — الشجاع — الجيّد الطبع — ء

فصل فى منزلة الملك والجيش فى الحصار

ومنزلة كل واحد منهم فى منزلته على راى الملوك المتقدمة

والتحرّز فيه ،

فصل فى شرح منزل السلطان والجيش ومنزل كل واحد منهم ،

يحتاج الى ذلك فى اخذ الحصون والقلاع وما اشبهها فان اخذ الحصون يحتاج الى اشياء لا بد له منها ولا يخل بشىء من ذلك ان الامير الموكل بذلك يكون رجلا ناصحا مجرّبا بصيرا مجذبا على من فيه من فطانة ومقاتلة يَصْلُح للعَمَل ويوفقونه على ما ينبغى العمل به ويوعدون اليه ايعادا شديدا ويتقدمون اليه ابلغ التقدّم فى الحذر والحفظ بعد الشحنة له بكل الة وعدّة تعين على الحصار اذا حصروا يعنى عند الحاجة الى الدفع وشكى عند المناهضة على اوفر الحال واتمّه واحكمه من القسى المحكمة الصنعة الوثيقة والنشاب والحسبان والجراد والمجارى والترسة والدرق والمكاتل صغارها وكبارها والجراد والمراكن والمجانيق والعرّادات والمقاليع والقسى الهندية التى تبقى على الندى والدودانية بمراميها والحجارة المهيّاة لانواع الرمى والقذف والسلاليم بادواتها والة حديد يقطع بها الاوهاق وجمّازات مربّعات ذوات قوايم اربع ومعاول ومسلّة حى ومرور وفوس وشفار وخطاطيف حجن وقدور لذوب الصفر والنفط والخل المحاذق وادوات ينضج بها الصفر المذاب ويُرْمَى بها النفط بالنار والزفت والقار والخشب والحطب واصحاب الحِرَف مثل النجّارين والسرّاجين والعرّاشين والنشّابين والحدّادين والصفّارين بعددهم والحجّارين والنقّابين وامر كل جماعة من هولاء الى مقدّمهم وامر الكل الى المهندسين وامر المهندسين الى الامير الموكل بامر الحصار والخرّازين والاساكفة واللبّادين وجميع ما يُسْتَعَدُّ به فى الحصون من المؤن والاعلاف ويحتاج اليه مما يقوت ويقوى واحراز القناطر والخنادق والفارقينات بحيطانها وشرفها وسترها وحواجزها والحارس والمراقب بحُرَّاسها ورُقَبائها والبوّابين والابواب والمفاتح واصحابها والموكّلين بها من الثقات واقامة الرجال فى كل ناحية وطرف وتذكية النيران الساطعة الكثيفة الابدار وتوقيف كل رجل فى موقفه على عمله فهذه الاشياء لا يخل بها ولا بشىء منها.

# التعليم التاسع

## فى تعبية الامير الصفوف فى القتال ؛

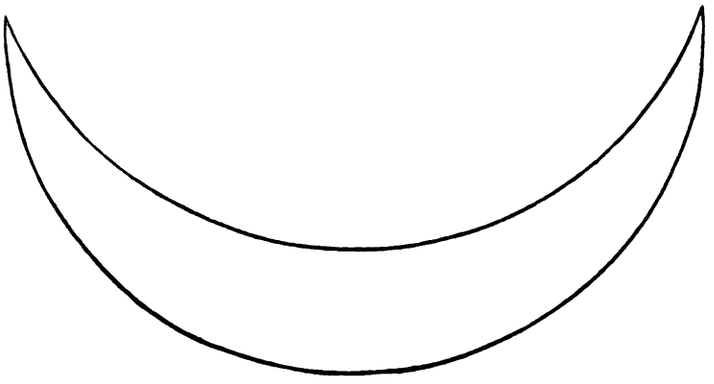
فصل يجب على الملك ان يشاور الاكابر من الامراء وقايد الجيش فى امر الحرب كما قال الله تعالى وشاوِرْهم فى الامر روى ابن اسحاق فى المغازى قال لما خرج رسول الله من وادى الصفراء وسمع بمسير قريش اليه فاستشار الناس فقال ابو بكر فاحسَنَ ثم قام عمر فقال واحسن ثم قام المِقْداد بن عمرو فقال يا رسول الله امضِ لما أُمِرْتَ به فنحن معك والله لا نقول كما قالت بنو اسراءيل لموسى اذهبْ انت وربُّك فقاتِلا انّا هاهنا قاعدون ولكن اذهَبْ انت وربُّك فقاتِلا انّا معكما مقاتلون فوالذى بعثك بالحقّ لو سرتَ بنا الى برك الغماد لجالَدْنا معك من دونه حتى نبلغه فقال رسول الله له خيرًا ودعا له ثم قال اشيروا علىّ وانما يريد الانصار وذلك انهم عدد الناس فقال سعد بن مُعاذ والله لكانّك يا رسول الله تُريدنا فقال أَجَلْ فقال سعد قد آمَنّا بك وصدّقناك وشَهِدْنا ان ما جيتَ به الحقُّ واعطَيْناك على ذلك عُهودًا ومَواثيقا على السمع والطاعة فامضِ يا رسول الله لما أُمِرْتَ به فنحن معك فوالذى بعثك بالحقّ لَو استعرضت بنا هذا البحر لخُضْناه معك ما تَخَلَّفَ منّا رجل واحد وما نكرَهُ ان تَلْقَى بنا عَدُوَّنا غدًا انّا لصُبَّرٌ عند الحرب صدقٌ عند اللّقا لعلّ الله يُريك منّا ما تَقَرُّ به عينُك فسِرْ بنا على بَرَكَة الله ؛ فسُرَّ رسول الله بذلك من سعد ونشط قوله ثم قال سِيرُوا وابشروا فان الله قد وعدنى احدى الطايفتين والله فكانى انظر الان الى مصارع القوم قال عمر فوالذى نفسى بيده ما اخطَأُوا مصارعهم ☆

وكانت الملوك الاوايل يعملون انواعا من التعبية فانها هى المكيدة العظما فى امر الحرب ونَشْرَع الان فيما ذكرتْه الاوايل من تعبية الجيش من غير ان أُزِيدَ فى قولهم او انقص منه فصاحب الرى البصير باحوال الحرب اذا طالع هذا الكتاب وفَهِمَه استعمل ما فيه من الصُوَر واقترح منه اشياء اخر على قَدْرِ ما يحتاج اليه مصافه على اىّ نوعٍ شاء مما يوافق الحالة التى هو فيها والحمد لله الذى علّمنا ما لم نَعْلم فله الحمد والمنّة على ذلك ☆

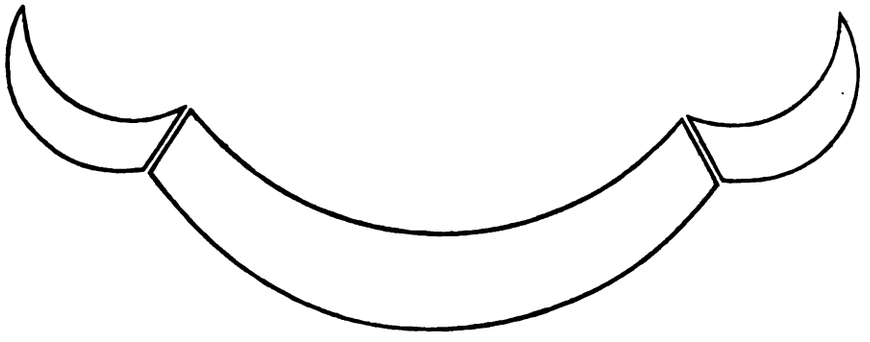
### القسم الاول فى التعبية وفيه سبعة اشكال

ذكر بعض المتقدمين فى صِفة الصفوف للقتال منها ان يجعل كل صفّ فى فصل بخصّه وصورته

ومقامات اصحابه فى ذلك الشكل الهلالى وهو اجوَدُ الصفوف فيما كان المتقدّمون من ملوك الفرس يذكرونه وله صورتان احدهما الهلالى المرسَل ويُسَمَّى الأَجَم ويسمّى ايضا الهلالى الحاد وهو الهلالى الذى يَجْمَع قَوْسَىْ جنبَيْه وساقتَه زاويتان حادّتان على شكل الهلال سوا بهذه الصورة



وهذا الشكل هو الذى يكون لكلّ قَوْس من صَفَّىْ جنبَيْه وساقَيْه طرفان منفردان ويكون طرفا القوس الاكبر يزيد على الاصغر بمقدار رُبع ما بين طرفى القوس الاصغر يكون الشكل بهذه الصورة



وايُّ الصفّين منهما كان الجيش محتاج اليه وعَدَدُه قليل فليُكْثِر عَدَدَ الصفوف فى صدره وان يكون امر الاجنحة الحادّة والمتنشّرة من اعيان الامراء وابصرهم واقوَمهم بالصبر والثبات والباس والنجدة ويكون بينهم وبين المرتبين فى الكين الى جانب الكشف رُبع ميل تقريبا والى ما يلى صفّ العدو مقدار ميل ويكون بين هذا الكين وبين سهيمه الذى يتقدمه الى ناحية العدو مقدار نصف ميل ويجب ان يكون قوس الهلال الذى تحْويه الصفوف المرسومة نصف الجيش مقدار ميل

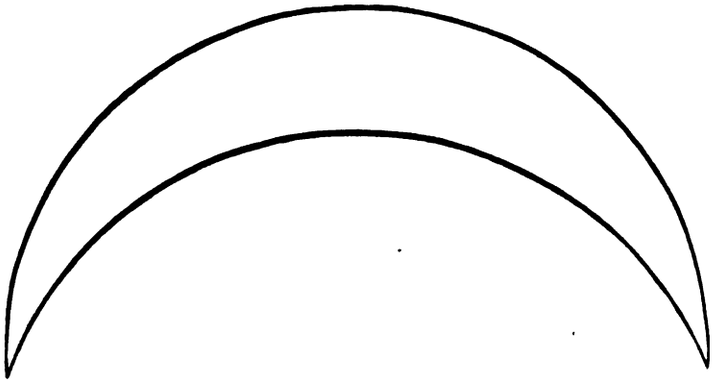
ونصف الى ميلين ويكون بين صَدْر قوسه ووسط وَتَره رُبع ميل تقريبا او اكثر على ما يحتمله الجيش من التقويس والانفراج فى الطرفين ويكون بين قطع وتره وبين مقام الطليعة الوسطى التى تَليه مقدار ميل ويكون بين هذه الطليعة والطليعة الاولى مقدار نصف ميل ويكون مجال الفرسان من الصفوف المقدّمة فيما بين وَسَط قوسه ومَقْطَع وَتَره وعلى هذا الترتيب يقع زَحْف الصفوف وتقدّمها على وجه لا يتغيّر ترتيبها عمّا هو عليه واذا واقعوا العدو بهذا الصفّ فلا تزال اصحاب القلب ثابتين فى مقاماتهم لا يتزحزحون فامّا اصحاب الميمنة والميسرة فانهم يزحفون قليلًا قليلا واما اصحاب اطراف الجناحَيْن يَزْحَفون اكثر من الذين يَلُونَهُمْ قليلا مثاله اذا زَحَفَ اصحابُ الميمنة والميسرة خَطْوَة زَحَفَ اصحابُ الاجنحة الحادّة خطوتَيْن على انحراف الى داخل مقدار قَدَم ونصف الى داخل ويكون ذلك على اعتدالٍ وصِحّة حتى اذا اقترن العسكر الاعظم فيه بطايفة من اطرافه وقع الثبات وانضمّتْ فيه الطلايع فى الجوانب الى امراء الطرف الاقصَى من الاجنحة واصحاب الصدر يعنى القَلْب لا يتقدّمون خطوةً واحدة الاّ اذا بان انكشاف عسكر العدو فانه يزحف قليلًا برِفْقٍ وذلك على نصف ما يَزْحَف اصحابُ الميمنة والميسرة والوقوف خيرٌ لهم ما كانت الحربُ مشتبكة او ترقب لها رَجْعَة او يَخاف من كمينٍ ولا يزالون على الصبر والثبات واصحاب الجناحَيْن يزحفون ما امْكنهم قليلا قليلا بحيث لا يظهر أثَرُ تقدّمهم الى ان ينتهى به الى ان يستديروا على العدو حلقة بأصل الجيش وانضمام اصحاب الكمين ويحصُلُ العدوُّ فى اوساطهم فتى أخَلُّوا بشىء مما ذكرتُه فسد نِظامُهم وتغيّرت صفوفهم الى غير ما فرضوه ولعلّه يتغيّرُ ويفسُدُ جدًّا فليراع قايد الجيش هذا الترتيب ويدور بنفسه عليهم ويعرف المقدمين عليهم حال التقدُّم خطوة خطوة او خطوتين خطوتين يُعَرّفهم ذلك ويحثّهم على ذلك ويُشَجّعُهم على المقام والاقدام فى الاماكن، وبلغنى ان الملك الظاهر لما صافّ التَتَار عند دخوله قيسارية كان على هذه الصورة حتى اخذهم فى الحلقة وقتلهم المقْتَلة المشهورة التى فى التواريخ ولم يُسْمَعْ بمثلها ولم يهلْ الى هذه الاّ كل بطل شُجاع مقدام جرى لا يَهاب الموت بل يبيع نفسه لله عز وجل كما قال الله تعالى ان الله اشترى من المومنين اموالهم وانفسهم الاية فانه يُبالِغُ فى العلم بهذه المَصَافّ لانها أُصول المكيدة فى الحرب والحيلة فى أخْذ عدو الله والنصرة عليه ۞

الشكل الثالث وهو شكل عظيم القدر كثير النفع كانت الفرس تستعمله واهل سقليّة لا يخلون به في مصافّهم وبلغ بهم الى مُرادهم وذلك الصفّ يجب ان يكون طوله مثل عرضه مثل ان يكون طوله ميلين وعرضه ميلا وهذه صورته تاتى فى الصفحة الثانية ان شاء الله تعالى ۞

وانما اراد ان يكون طوله مثل عرضه مرّتين مع تسميته مربّعًا وهو شكل من اشكال اقليدس يقال له مربّع قائمُ الزوايا مختلفٌ فجعلوا عرضه مقام الخيل ويحتاج ان يكون اعداد الصفوف فى الطول مقام الفرس عرضا مثل نصف مَقامِه طولاً فاذا فرض على ما ذكر خرج تعديل الصفوف مربّعًا بالسَوِيّة فى بنآيه وهذا الصفّ لا يضرّه صفُّ العدوّ واذا كان هلاليًّا الّا ان يكون صفّ العدو اوسع فسبيلُ صاحب النظر فى العساكر ان يتقدّم الى اصحاب الكمين الاعلَى ان يخرجوا من اخر طول الصفّ مقدار ما يقابل طَرَف جناح صف عسكر العدو وقد يكون ذلك فى التقريب نصف ميل او رُبع ميل ولا يَزيد فى الغالب حتى يحتاج الى ان ينتهى الى ميل بالاضافة الى ما فَرَضْناه من ان يكون امتداد احد الجيشين ميلَيْن فيَزيد عليه مثلَيْه من الجانبين كان ابينَ ذلك فى بعض الاحوال فسبيلُ مدبّر الجيوش ان يجعَلَ كُمناء الاطراف ثلاثة اقسام او اربعة او خمسة بمقدار ما تَدْعُوا اليه الحاجة وان دَعَتْ الى اكثر من ذلك جعله حتى لو احتاج ان يَجْعَلَ الكُمناء نصف الجيش فعل ذلك واستظهر فيه ويجعَلَ بين الكمين الاول الذى يلى عسكره وبين عسكره فى سمتِ طوله ربع ميل وبعده الى قُدّام نصف ميل ثم الكمين الثانى الذى يليه يخرج عنه ذات اليمين زيادة رُبع ميل ويتقدّم فرقه الى قدّام مقدار نصف ميل او اكثر ان امكن ذلك من كل جانب فهذا يحصل الحراسة التامّة لهذا الصفّ ويكون امرآوه باعلامه صفًّا مستديرا حوله على ما رَسَمْناه ويكون فى صدر القلب رحبة مثل نصف قوس صغيرة يكون فيها قايد الجيش يُحرض الجيش على القتال ويكون بمَنْظَرٍ من الملك ليشرف على حال الجيش وبين يديه جماعة من الخِلَع والاموال والخيول وغير ذلك فيما بينه وبين قايد الجيش فى وسط الجيوش فى تقسيم القلب لا يحول بينه وبين قايد الجيش الذى فى قلب القوس حايل ليشاهد اصحاب العنا والمستحقّين للصلات وغير ذلك وربما يقدّم الملك الى ان يَقِفَ على احوال الجيش وأن يَقِفَ فى صدر القوس لتَقْوى به نفوس

اصحاب الصفوف فى الجنبين ومن يَتْلُوهم فى الصفوف المتقاطرة وربما يكلّمهم بنفسه ويشجعهم ويَعِدُهم الحُسْنَى من الله فى الاخرة ومنه بالخِلَع السَّنِيَّة وان يمدّهم بطايفة بعد طايفة وزُمَرة بعد أُخرَى واذا اصاب بعض الكمناء ضعف امدّهم من غير ان يَخْلُوا مكانهم ومعاونة الكمناء وغير ذلك من الاحوال المتجدّدة وذلك مما يُقَوّى نفوسهم ويشدّ ازرهم سماعُها منه ٭

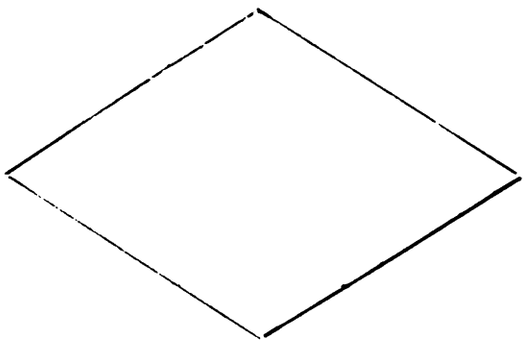
الشكل الرابع من التعبية ومما يُصَفُّ فى الحرب هذا الصف لانه فى الجود والاستظهار فى القوّة الصف الموسوم بالصفّ الذُّبَابى عرضه فى العادة فى مقدار صفّ ساقَيْه وصفّ ساقَيْه مثلى طول صف جنبيه وهو يراد لتخفية تارة لتخفية حزره على الاعداء وتارة لاظهار القِلّة فى صَدْره وتارة لغير ذلك ورسمه على هذه الصورة



وهذا الصف تامّ الاستظهار وخصوصًا اذا كان قد أُخِذَ على العدو فيه راس دَرْب من الدروب وسبيل هذا ان يكون كمناؤه المقدمة اكثر من الاوايل ويجب ان يكونَ خروج الكمين الاول من احد جانبيه عن نهاية حيف جنبَيْه مقدار نصف ميل ويقدّمه الى قُدّام نصف ميل ويعتمد فى ذلك ان يكون آخر كمناته زايدا فى مقامه على سمتٍ أخر صف ساقة جنبيه وسبيل هذا الصف ان يستتر فيه من الكمناء مهما امكن ولو جعل الكمناء فى هذا الصف على عدد صفّه مَرَّتَيْن لكانوا الثلثين لكان جايزا او اكثر نَفْعًا واحدًا وهذا الصف فى نظامه يقارب عَكْس مَعْنَى الصف الهلالى فى بناآته ٭

الشكل الخامس من التعبية ايضا شكل المعين وصف يكون طويلا مقوّمًا وهذا الصف يكون قليل

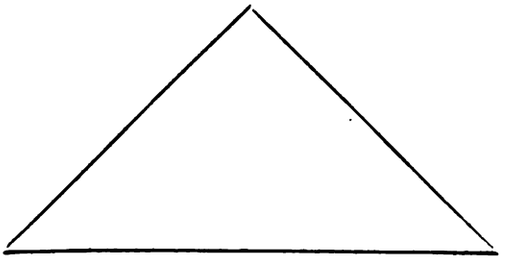
العرض تام الطول وهو من اسهل الصفوف ترتيبا وابعدها من التغيّر عند الاضطراب والانقلاب وعليه يكون جمهور الصفوف فى زماننا هذا الاّ انه قل ما يحتاج الى كثير مُرَتَّبٍ مجرَّب فى المقام وانما الوقوف فيه داعية الحال فى الجملة وهذه صورته

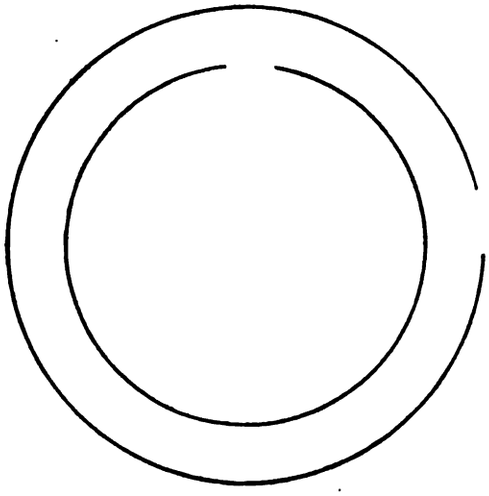


وهذا الصف فيه نَفْع كبيرٌ لارهاب العدو بامتداد طوله وبنائه بكثرة العدد وهذا هَوَ وكمناؤه اقل من غيره ولو كثروا فالصواب ان يقسموا ثلاثا فيكون الثلث مُقدمة فى اربعة مواضع وثلثُهم الثانى فى مجنبتى أَوْساط العسكر فى موضعين وثلثهم الباقى ورآء الساقة فى ثلاث مواضع فى ركنى صف الساقة وأَوْسطه وان اختاروا ان يكون كل الكمناء ثُلُث كل العسكر جاز وان اقتصروا على ان يكون رُبُع العسكر جاز ولا اقل من ذلك وقد يُتَّخذ هذا الصف عند كثرة العدو الى غاية ان يظهر من المسلمين الفَشَل فيتشجّعون وينبسطون هذا البسط حتى تقوَى نهمتُهم بانبساطهم ويرهبهم العدو بذلك ولا يكون عرضهم اقل من متابعة ثلاثة جيوشٍ وربما لم يزدادوا على ذلك فرسانا ويكون معهم مثلهم من الرجالة والعزل فتكون الجملة ستّة صفوفٍ لستّة امراء وقد يتّخذ مثل هذا صف مع الكثرة والقوة لشيئَيْن احدُهما ان ياخذ اصحاب العسكر على العدو بجامع الطرق من جهة اليمين والشمال بامتداده والثانى ربما كان امتدادهم بقدر امتداد السهل ويلحق طَرَفَا الجيش من جانبيه بالحزون واطراف الجبال والخشونات وفى حِفْظِ مثل هذا صَلَاحٌ كثير ✿

الشكل السادس من التعبية ومن الصفوف صفٌّ يقال له المستطيل ويكون طوله اقل من عرضه جدّا مثل ان يكون مقدار صف جنبيه ميل ومقدار صف عرضه ستّة اميال او اكثر وهذا الصفُّ صَدْرُهُ

المعروف بشَطرِ المعين ومنفعته كثيرة اذا كان حافظا لدَرْب من الدروب ولو كان عدّة كمناته اكثر من كمناه الجميع لكان جدًّا نافعًا فى الغاية لاصحابه وكذلك اذا ارادوا ان يكونوا ممّا يلى العدو اكثر مثل ان يكونوا ثلاثة ارباعهم ممّا يلى عسكر العدو وربعهم الباقى مقسوم خمسة اقسام فى كمناه النّجدة احدها عن اليمين والاخر عن اليسار واثنان فى زاويتى صف الساقة والخامس فى مقابلة امير الساقة فى الوسط ويكون خروج اول كمين من كل جانب من جوانب هذا العسكر ممّا يلى العدو وزايدًا على طرف صف الجبين بمقدار ميل ويتقدمه بمقدار ميل وعلى مثل ذلك حتى يكون الكمناء قد زادوا على طَرَفى صفّ جبين عسكر العدو وليس لهذا الصف غائلةٌ تُخاف الّا اذا دخلهم الفَشَل والانكسار والهزيمة فانّ فَسَادَه يَنَالُ لا يتدارك بوَجْهٍ من الوجوه وتغير اضطرابه فَسَاد لاهله فى نفوسهم جِدًّا فليحذر من استعماله فى مثل ذلك ۞





الشكل السابع من التعبية، ومن الاشكال شكل الكرة وطايفةٌ تسمّيه التنورة وهذا الصف انما يُتّخذ هكذا لاشياء احدُها ان يكون العدو كثيرا يزيد عدده على عدد المسلمين مرّات والفضاء واسعٌ اذا انبسطوا فيه بأَخْذ هذه الصفوف المقدمة تفرّقوا ولانتْ شَوْكَتُهم فى اعيُن العدو ووقفوا على حزرهم سُرْعَةً والثانى انه ربما يفسد امور طلايعهم ويشتغل عنهم كمناؤهم

بكثناه العدو وما اشبهَ ذلك فيحتاجون الى اتّقاء الحرب من كل جانب فتنعقد صفوفهم على هـذه الصورة ليكونَ أَسْلَم لهم من كل الجوانب وامكن لهم فى التظافُر والتظافُر وهذا الصف اليَنْ الصفوف واضعفُها واقلُّها عددًا فى نفسه وكمناته واكثر ما يتّفق اذا لجج جيوش المسلمين فى بلاد العدو واغرقوا فى الهجوم عليهم فيصيبون فيهم وسطًا فيحتاجون الى القتال والحراسة من جميع جوانبهم والله اعلم ☆

## القسم الثانى

### فى الصفوف واسمائها واعدادها على قول المتقدمين

نَشْرَعُ الان فى شرح الصفوف وعددهم وهَيْأَتهم ، على ما ذكر اليَانُوس فى كتابه اول ما ينبغى ان يَقْصِد الى معرفة تعبية الحروب انه اذا حضر الانسان كثيرًا من الجُند لا تَعْبِيَةَ لهم ولا نظم امكنه ان ينتخبَهم ويرتّبَ كل واحد منهم فى الموضع الذى يَليق به أَعْنى فى الصفوف التى مرّ ذكرها فى الفصول المتقدّمة حتى تصير لهم هَيْئة مليحة حسنة ، وان كثيرا من الجند عند القتال لم يَعْلَم كيف يَقف واين يُقِفُ هذا ومنهم من تجاوز سِنَّهُ الخمسين والستّين ولم ير مصافًّا ومع ذلك انّ منهم من يُصَلّى كلّ يوم خمسَ صلوات ولم يُحْسِن الوقوف فى الصف للقتال وكيف حال مَنْ عُمْرُه ما راى صفّ جيش فيَجِبُ على كل ذى عَقْلٍ وفَهْمٍ انه يتعلّم هذا العلم حتى يقاتل اعداء الله تعالى لقوله صلعم من مات ولم يُحَدِّثْ نَفْسَه بالغزو فقد مات على شُعْبَةٍ من النّفاق رواه الشيخان فى الصحيحين لانّه يأكل اقطاعه لاجل علمه بذلك عند حاجته اليه حتى ينفع المسلمين به وان لم يَقُمْ بما شُرِطَ عليه فى الوَرَقَة التى كُتِبَتْ عليه بديوان الجيش والّا اكل اقطاعه حَرَامًا أَحْرَم من لحم المَيْتَة ولحم الخنزير فتعلم علم التعبية من اكبر المنافع للمسلمين فوجب عليه علم ذلك حتى يعلم عند القتال ،

وذلك ان تعبية العسكر عند المسير فى وقت الرحيل وعند المواقفة نافعٌ جدًّا فى الظَّفَر فقد وجدنا فى التواريخ كثيرا من العساكر غُلِبَتْ من عساكر قليلة باذن الله وهُزِمَتْ لسُوء تَعْبيتهم وحُسن تعبية هذا كما قال الله تعالى كم من فِيَةٍ قليلة غَلَبَتْ فيَةً كثيرة باذن الله والله مع الصابرين وكما جاء فى الحديث كما تقدم وكما عبّا خالد بن الوليد رضى الله عنه بمُوتَة والروم كانوا ماية الف ومعهم من نصارى العرب ماية الف والمسلمين ما بين الثلاثة الاف الى اربعة الاف ولم ينالوا الكفارُ منهم شيئًا بعد تعبية خالد حتى قال النبى صلعم كما تقدم ٥

والذى جَرَّبَه الناسُ من صناعة التعبية والعلم بحركات الحرب واما بولوبيس فزعم ان حدّها معرفة الانسان باخذ جماعة من الجند ويميّزهم ويرتّب صفوفهم ويعلّمهم كيف يكونوا فى حالة الانعطاف يمنةً ويسرةً حتى يَبْقَى ذلك لهم عادة ٥

قال جامع هذا الكتاب ان ما ذكره بولوبيس هو أَصْلُ الناوردات الذى جَعَلُوها المعلمين حتى يحصُلَ بها العِلْم للمحارب فجعلوها المعلمين مَلْعَبَةً ومأكَلَةً فلما جعلوها كذلك خرجت عن ان تكون لله خالصة بل بقيت للسحت لاجل ذلك نُسِيَتْ ولم يَعْلمها الّا القليل والقليل غير معلوم الاصل عندهم فلو عَلِموا وعَلّموا لله تعالى لِيُنْصَروا على عدو الله خالصا من غير طَلَبِ عِوَضٍ من المخلوق وكان ذلك خيرا كثيرا لمن اراده او فَهِمَه فى دنياه وأُخرَتِه ٥

فصل ذَكَرَ بعض المتقدمين انه لا بدّ من اجتماع وانضمام يكون مفروضا من قايد الجيش لا يجوز له ان يَنْفَكّ واحدٌ منهم عن قرنائه بحالٍ من الاحوال وقد ذكر بعض المتقدمين اقلّ عددٍ يكون لهم فذَهَبَت طايفةٌ من ملوك الاوايل الى انّه يَجِبُ ان يكون اقلّ عدّة ما ينضم باسمٍ يختصُّ بها ستّة انفُسٍ ودليلهم انّ الستّة عددٌ تامٌّ فلا يمكن اقلّ من ذلك وقال اخرون بل اقلُّ عددٍ يكون عشرة وقال اخرون بل يكون من اثنى عشر نفسا وقال قوم منهم لا يكون اقلّ من ستّة عشر نفسا والذى اراه ان يكون ثمانيةً فان اهل زماننا تركوا الجَدَّ فى كل شىء فكيف هذا لانه كثيرا لان يَجْعَلَ الصفّ ستة عشر يكون منها ثمانُ فُرْسانٍ مقاتلة وثمانية حَشْو بالعزل الذين يعبّون من خلف مع انهم يَرْمُون بالنّيازك والمقاليع والسهام وغيرهم وبعدهم الغلمان ٥ وكل صف من هولاء يسمّى صفًّا ويقدّم عليهم اثنان الاول يسمّى رئيس الصّف المتقاطِر والاخر فى ساقته يسمّى صاحب

الساقة وكل صفّ يكون من هذه الصفوف يكون له اثنان على هذا الترتيب ؛

وقد حدُّوا الصفَّ المتقاطر فقالوا انه مولف من قوّاد وتوالى يَتْلُونهم فى الفضيلة ؛ واما اقتران التقاطر فيكون اذا قرب الى الصف الاول صف آخر مثله وقرن الى صاحب الصف الاول صاحب الصف الثانى وقرن الى القيم التالى فى الصف الاول القيم التالى فى الصف الثانى ونسق الاقتران فيما يتلو ذلك على هذه الصفة واذا رُتبت هذه الصفوف على هذا الترتيب سُمّيت هذه التعبية اقتران التقاطُر وسُمّيت جماعة الصفوف المتقاطرة وقد يسمّى جبينًا ووَجْهًا وتَحْشِيَةً وصفًّا مقترنًا وفًا وقَلْبًا وفوادًا وقَوامًا ومقدّمة الصف المتقاطر ؛ واما الجُزء من الجيش المرتّب خلف الجبين والوجه الى موضع اصحاب الساقة فيُدْعَا عرضًا واذا كان القوام الاول والذين يَتْلُونهم فى الطول على استقامة سُمّى ذلك اقترانًا واذا كان روساء الصفوف المتقاطرة وروساء الساقة منتظمين على استقامة فى العرض يسمّى ذلك تقاطُرًا ؛

والجيش ينقسم الى قسمين عظيمين تامّيْن من الجبين الى مُنتهى العرض ويسمّى احد القسمين مَيْمَنَةً ورأسًا والقسم الاخر يسمّى مَيْسَرَةً وذنبًا واما قِسمَتُه طولا فيُدْعَا سُرَّةً وفًا وقلبًا والمرتبين خلف جيش اصحاب السلاح من الرجالة يُسَمُّون العُزْل واحدهم أَعْزَل وربما رُتّبوا فى مواضع اخر على قدر ما يحتاج اليهم ويرتّبهم قايد الجيش ونذكره فيما بعد ان شاء الله تعالى ؛ وانا مخبر بعدد المتسلّحة وعدد العزل وعدد الفرسان كم ينبغى ان يكونوا وكيف يَجِبُ ان يُعَبَّا كلُّ جَمْع منهم على قدر الحاجة الداعية اليه وكيف ينبغى ان يغيّر شكل التعبية بسُرْعة وما الذى ينبغى ان يُوصَف عليه من حركات كل واحدة من هذه الجماعات ؛

فاقولُ انه ليس مما يقنع به ان يجعل عدد مَن فى الجيش عددًا محدودًا وذلك انه ينبغى لصاحب التعبية ان يجعل رَسْمَ ذلك على قدر عدد جُند كلّ عسكر وان يختارَ عددًا يوافق تغيير شكل العسكر على قدر الحاجة التى تَدْعُوا الى ذلك اعنى ان اراد أن يضعف طول الجيش حتى يصير مرّتَيْن مثل ما هو او يضاعفه مرارا كثيرة وان اراد ان ينقص من طوله كان العدد الذى لفّه موافقًا فى ذلك ولهذه العلّة اختار القُدماء عددًا يُمكن ان ينقسم بنِصْفَيْن الى ان ينتهى الى الواحد ولهذا السبب تجِدُ اكثر مَن وضع شيئًا فى تعبية الحروب جعل عدد اصحاب السلاح

١٣٨٤ ويجعل جيش العزل نِصْفَ هذا العدد وجيش الفرسان نصف جيش العزل وذلك ان هذا العدد ينقسم بقسمَيْن الى ان ينتهى الى الواحد وانما اختير هذا العدد ليكون رَسْمًا ومثالًا لانّا اذا جعلنا الصفّ المتقاطر ستة عشر رجلا يجب ان يكونَ فى هذا العدد من الصفوف المتقاطرة الف صفّ واربعة وعشرون صفًّا وهذه الصفوف تَنْقسم الى انواع ولكلّ واحد منها اسمٌ على ما ياتى ء

فصل فى الاسماء كل ستة عشر تسمّى صَفًّا وكل صفّيْن من هذا الصفوف المتقاطرة تسمّى عُصْبَة وعدد مَن فيها من الرجال اثنان وثلاثون رجلا والمقدم عليهم يسمّى صاحب العصبة وكل اربع صفوف متقاطرة تسمّى مِقْنَبًا والذى يَرُوسُه يُدْعَى صاحب المقنب وعدد من فيها من الرجال اربعة وستين رجلا وكل مقنبين يسميان كُرْدُوسًا وعدد من فيه من الرجال ماية وثمانية وعشرون رجلا من الصفوف المتقاطرة ثمانية والمقدم عليها يسمى صاحب الماية وَيُدْعَى رئيس الكردوس وكل كردوسَيْن يسمّيان حَخْفلا ويسميان ايضا فِيلَّة وعدد من فيها من الصفوف المتقاطرة ستة عشر صفّا ومن الرجال مايتان وستة وخمسون رجلا والمقدم عليهم رئيس الفِيلَّة او الجحفل وكل حخفل يَجْمَع من هذا العدد خمس رجال مختارون وهم صاحب الراية وصاحب الساقة وصاحب البوق والخادم كذا ذكروه قلت انما تكون هذه الخمسة مع اللشافة فى زماننا والذى أختاره ان يكون غلمانه خَلْفه يرتّبون كترتيب الصفوف المتقاطرة حتى لا يخرجوا عن الصفوف وشَكْل الجحفل مربّعًا كرُقْعة الشطرنج ثمانية فى ثمانية وهذا ستة عشر طولا وستة عشر عرضا ء وكل حخفلَيْن يُدْعَيان كَوْكَبة وعدد من فيها من الرجال خمس ماية واثنا عشر رجلا ومن الصفوف المتقاطرة اثنان وثلاثون صفّا ويسمّى المقدم عليهم رئيس الكوكبة وكل كوكبتين زُمْرَة وعدد من فيها من الرجال الف واربعة وعشرون رجلا ومن الصفوف المتقاطرة اربعة وستون صفًّا ويسمّى صاحبها رئيس الزُّمْرة وكل زمرتين طايفة وعدد من فيها من الرجال الفان وثمانية واربعون رجلا والمقدم عليهم يسمّى رئيس الطايفة وفيها من الصفوف المتقاطرة ماية صفّ وثمانية وعشرون صفّا ومن الناس من يسمّى الطايفة الجماعة التامّة ويسمّى المتولّى عليها رئيس الجماعة التامّة وكل طايفتين يسميان جيشًا وعدد مَنْ فيه من الرجال اربعة الاف وستة وتسعين رجلا وفيه من الصفوف المتقاطرة مايتا صفّ وستة وخمسون صفّا والمتولّى لامره يُدْعَى رئيس الجيش وبعض الناس يسمّيه عسكرا ويسمّى المتولى عليها قايد

الجيش وكل جيشَيْن يُدّعيان خميسًا وعدد من فيه من الرجالة ثمانية الاف رجل ومايتان واثنان وتسعون رجلاً ومن الصفوف المتقاطرة خمسماية صفّ واثنا عشر صفًا ومن الجيش طايفة ومنهم من يسمّيه قافلة والمتولّى عليه يدعى رئيس القافلة وكل خميسَيْن يدعيان العسكر الاعظم وفيه من الصفوف المتقاطرة الف صفّ واربعة وعشرون صفًا ومن الرجال ستة عشر الفًا وثلثماية واربعة وثمانون رجلاً وهو العدد الاول فيصير جميع العسكر قافلتين وهما اربعة جيوش والاربعة جيوش اثنان وثلاثون كوكبة وهى اربعة وستون تَخْفلا وذلك ماية وثمانية وعشرون كُرْدُوسًا وهى ماينتان وستة وخمسون مِقْنبا وذلك المجع خمسماية واثنتا عَشْرَة عُصْبَة وعدد ذلك من الصفوف ما تقدم وهى ١٥٣٤

وافضلُ قُوّاد الجيش يرتّبُ فى الميمنة والذى يَتْلُوه فى الفضيلة يرتّبُ فى الميسرة ثم الثالث فى الفضيلة يرتّب فى جنبة الميمنة والرابع فى جنبة الميسرة فيصير روساء الجيش الاول والجيش الرابع اصحاب الفضيلة الاولى والفضيلة الرابعة وروساء الجيش الثانى والجيش الثالث اصحاب الفضيلة الثانية والثالثة اذ كانوا فى المَرْتبة الثانية والثالثة وسياتى فيما بعد ان القوة الاولى والرابعة مساوية للثانية والثالثة فيصير قوى الروساء الاول متساوية واما روساء الطوايف فمن بينهم ايضا على هذا المثال اولهم فى الفضيلة يرتّب فى ميسرة الجيش الاول والثانى فى ميمنة الجيش الثانى والثالث فى ميسرة الجيش الثالث والرابع فى ميمنة الجيش الرابع وترتيب روساء الصفوف المتقاطرة فى كل مقنب على هذا المثال وذلك من افضلهم فى الصف الاول والثانى فى الفضيلة فى النصف الرابع والثالث فى الفضيلة فى الصف الثالث والرابع فى الفضيلة فى الصف الثانى وذلك ان قوائم على هذا المثال تكون متساوية فى العَصَبات لان الاول فى الفضيلة والرابع من الروساء يكونان فى العصبة الاولى ويكون فى العصبة الثانية الثانى والثالث وقد يتبيّن فى علوم الهَنْدَسة انه متى كانت اربعة اقدار متساوية فضرب الاول فى الرابع كضرب الثانى فى الثالث لان كل تخفل اربع مقانب

مِثالُه اذا كانت اربعة اعداد متساوية وكانت نِسْبَةُ الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع فانّ ضَرْبَ الاول فى الرابع كضرب الثانى فى الثالث وقِسْمة الاول على الثانى كقسمة الثالث على الرابع وكذلك قسمة الثانى على الاول كقسمة الرابع على الثالث مثالُ ذلك ٢ ٣ ٤ ٦ ان نسبة الاول وهو

ج الى الثانى وهو ب كنسبة الثالث وهو د الى الرابع وهو ه لان الاثنين ثُلثا الثلاثة والاربعة ثُلثا الستة فضرب الاول فى الرابع كضرب احد الاوسطين فى الاخر الا تَرَى ان المجتمع فى الحالتين اج كذلك قسم الاول على الثانى كقسم الثالث على الرابع الا ترى ان الخارج من القسمة فى الحالتين ثُلثا واحد وكذلك قسمة الثانى على الاول كقسمة الرابع على الثالث لان الخارج من القسمة فى الحالتين واحد ونصف فعَلَى هذا اذا كانت اربعة اعداد متناسبة كانت نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع فصحّ ما ادّعيناه ٭ مِثَالٌ اخر ان كل اربعة اعدادٍ متناسبةٍ فانها بُدلت تكون متناسبة مثاله ان اربعة اعداد ا ب ج د متناسبة نسبة آ الى بّ كنسبة جّ الى دّ فاقول انها اذا بدلت تكون متناسبة نسبَة آ الى جّ كنسبة بّ الى دّ اب ج د ان نسبة آ الى بّ كنسبة جّ الى دّ فالجزء او الاجزاء التى فى آ من بّ هو الجزء او الاجزاء التى فى جّ من دّ واذا بدلنا كان الجزء او الاجزاء التى فى آ من جّ هو الجزء او الاجزاء التى فى بّ من دّ فنسبة الف الى جيم كنسبة بّ الى دّ وذلك ما اردنا ان نبيّن ٭

والمراد ان تكون الصفوف متساوية فى القوة لانّ فى كل حفل اربعة مقانب يَجِبُ ان تعبّا المقانب على هذه النسبة حتى يصير كل حفل مُؤلّف من اربع مقانب يكون فى المقنب الاول من الروساء الاول فى الفضيلة فى الميمنة ويصير رئيس المقنب الرابع فى الميسرة ويكون الثانى فى الفضيلة ويصير رئيس المقنب الثالث فى الميمنة ويجعل الثالث فى الفضيلة ويصير رئيس المقنب الثانى فى الميسرة ويجعل الرابع فى الفضيلة ٭

وقد ينبغى ان يخبر الان بالبُعْدِ الذى يَجِبُ ان يصير بين اصحاب السلاح وبُعْد المسافة التى يَضَع فيها بينهم فى الطول والعرض واصناف ذلك ثلثة وذلك ان تعبيتهم اولا تكون على بعد ابعَد لبعض الحوايج التى تَدْعُو الى ذلك ثم يَضَعُ بَعْد ذلك على بُعْد اقرب فيكون كالمزدحين ثم على بُعْدٍ اقلّ من ذلك فيصيرون كالمتضاغطين وكل ذلك بحسب ما تَدْعُو الحاجة والرَّجُل المرتب على التعبية ياخذ من المكان اربعة اذرع فى الصفّ واما المزدحم فياخذ مقدار ذراعين والمتضاغط مقدار ذراع فالازدحام هو ان يصير الابعاد المتصرّفة قريبة فى القوام الاول والقوام المتوالى طولا وعرضا وانما يكون ذلك ليمكن فى الصفّ قبول التغيير واما المتضاغط فيكون اذا ازدحم الجيش اكثر

من الازدحام الذى تقدّم وَصفُه فى القوام المتجاورين والقوام الاول والتوالى وقد بلغ من تصاغُط العسكر الا يكن فيه المَيل يمنةً ولا يُسْرَةً والازدحام انما يُراد اذا كانوا قريبا من المخالفين واما التصاغط فللتحرُّز من حَملات العدد التى تكون مُفاجاة والبيات كذلك ،

ولانّ عدد روساء الصفوف المتقاطرة المرتبين فى جبين الجيش الف واربعة وعشرون رئيسا فمن البين انهم عند التعبية ياخذون فى اطولِ مكانٍ مساحتُه اربعة الاف ذراع وستة وتسعين ذراعا يكون ذلك عشر غلوات وستًّا وتسعين ذراعا واذا كانوا مزدحمين اخذوا مكانا مساحتُه خمسة غلوات وثمان واربعون ذراعا واذا تصاغطوا كانت مساحة موضعهم غلوتين ونصفا واربعا وعشرين ذراعا ،

فصل واما مقادير السلاح الذى للجيش يكون تراسا ورماحًا وافضل التراس ما كان من نُحاس وان اهل ماقودونيا كانوا يستعملونه وهم بصيرون باحوال الحرب وليس ينبغى ان يكون الترس شديد التقعُّر ليَسْهُل الارتباط به واما الرُّمح فينبغى ان يكون طوله ثمانية اذرع وهذا اقلّ ما يمكن ليَسْهُل على الجندى ضَبْطُه وحركتُه ،

وينبغى ان يكون قُوّاد الجيوش المتقاطرة ان كان لا يتقدمهم احدٌ من الجيش افضل من فيه فى اجسامهم وشدّتهم وكثرة تجَارُبهم وشجاعتهم وضَبْطهم السنتهم عن اللّلام الفاحش فان هذا الصف المقترن هو قَوَامُ العسكر والحاجةُ اليه اعظم منها الى غيره فكما أنّ السيفَ ثقيل ثقل الحديد الذى يوضع على حدّه وعن ذلك تَظْهَر قُوّتُه كذلك ايضا ان يتوهّم فى الجيش ان له حَدًّا وان ذلك الحدّ هو روساء الصفوف المتقاطرة ويتوهّم ان الذى يزيد فى قوّة هذا الصفّ وفى ارتفاعه وثِقَلِه وعظمة الجماعة التى ترتب وراءه ،

ومما ينبغى ان يَعْنَا بالصف الذى وراءه المقترن الثانى وذلك ان رماحهم تمتدّ حتى تصير قريبة من رماح اصحاب الصف الاول فى وجه العدوّ واقربهم منه كثير ما يعينونهم فى اشياء كثيرة واذا سقط احدٌ من دابّته من الصف الاول او سُقط تَقَدّم فأَخَذَ مكانَه من الصف الذى خَلْفَه فيتّصِلُ بذلك الصفوف ولا يقع فيها خَلَلٌ واما الصف المقترن الثالث ومن بعده من ساير الصفوف التى تَتْلُوه فتَعَبًا من رجال دون هولاء فى القياس والقوة وان اهل ماقادونيا كانوا يعبّون الصفوف تعبية بجماعة قليلة لم يكن ان يدخُلَ اليهم احدٌ من حُسْن تعبيتهم واميل تعبيتهم بَعْدُ ان

شاء الله تعالى ٠

وذلك ان الرجل منهم يَقِفُ بسلاحه فى اوقات الجهاد والازدحام فى مقدار ذراعين وكان عظم الرمح من رماحهم يتوهم انه ستّ عشرة ذراعا والمغاربة يعتنون بالطويل فى زماننا هذا واما بالحقيقة يكون اربع عشرة ذراعا ويذهب منه تحت يد المحارب ويمتدّ الى خَلْفِه مقدار اربعة اذرع ويَبْقَا نَاتِيًا بين يديه عشرة اذرع من الصف الاول المقترن واصحاب الصف الثانى دونهم بمقدار ذراعين يعنى عن روس رماح الصف الاول والصف الثالث دون رماح الثانى بمقدار ذراعين ٠

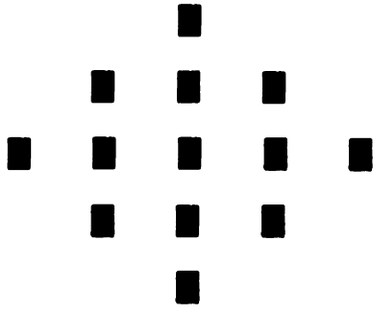
والرابع دون رماح الثالث بمقدار ذراعين والخامس دون رماح الرابع بمقدار ذراعين بين يدى الصف الاول واما الصف السادس ومن وراءه من الصفوف فلم يجعَل رماحهم تُجاوِز الصف الاول ٠ وانا أرا ان الصف السادس يكون الغِلْمانُ والكوسات والاثقال لان اهل زماننا لم يَعْتَنُوا بأَمْر الصفوف لاجل ذلك اقتصرنا على خمس صفوف فاذا عَبَّا قايد الجيش هذه الصفوف على ما ارسمهم له لم يَقْـدِرْ عليها احد من العدوّ ان شاء الله تعالى لان كل واحد منهم يراه بين خمسة رماح اى منظر تَـراه أَهْوَل من ذلك عند العدو والرجل الذى يُحيط به خمس رماح يُقَوِّى نَفْسَه قُوَّةً عظيمة اذا تَفَكَّرَ فى انه قد احرز نفسَه بخمسة من الرماح وبقُوَّةِ خمسةٍ من الرجال ويَعْتَمِدُ بعد ذلك على الله فى جميع احواله فان هذه التعبية لأنهم ابدا ولا يُطمع نفسَه بالهَرَب ومن الناس من يجعل أَسِنَّة رماح هذه الصفوف الخمسة على حدّ سواء وهى تُخالِفُ ما قَبْلَها وأَحْسَن وأَمْكَن ثم يجعل الصف الاول روس رماحهم فوق الارض بمقدار شبرين والصف الثانى فوق ذلك بمقدار شبرين والثالث فوقه بشبرين والرابع فوقه بشبرين والخامس فوقه بشبرين وعلى هذا تكون رماحهم ابدًا حتى لو رَمَى من قُدَّامهم بالمزاريق والحجارة او ما اشبه ذلك سحب على روس الرماح ولا يبقى منه مكان يدخل منه العدوّ سوا كان فارسًا او راجلاً ٠

فصل واذا اراد قايد الجيش ان يزيد الصفوف المتقاطرة حتى يصير الجيش ذا مَنْظَرٍ نَهِيٍّ فى اعيُن العدوّ يصير العُزْل خلف الصفوف على هيئة التعبية المتقدم ذكرها يكون ١٠٢٤ متساوية لصفوف الجيش ليكون الصف الاول من صفوف العزل يَتْلُو الصف الاول من الصفوف المتقاطرة فى الجيش ويكون الثانى يَتْلُو الصف الثانى وعلى هذا المنوال الّا انه ليس ينبغى ان يكون عدد صفوف العُزْل

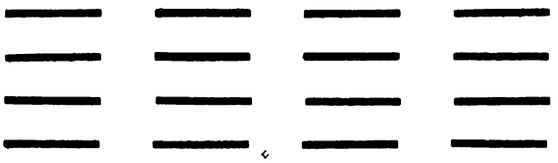
١٦ بل يكون اقلّ من ذلك على قدر ما يراه قايد الجيش فان جعل فى كل صف ثمانية يحصُل فى الالف والاربعة والعشرين الصف من صفوف العُزْل ٧١٩٣ ،

وهذه اسماؤُهم كل اربع صفوف من العزل تسمّى عُصْبَة وعدد من فيها من الرجال ٣٣ رجلا وكل عصبتين تسميان مِقْنَبًا وعدد من فيها من الرجال ٦٤ رجلا وكل مقنبَيْن يُدْعَيان كُرْدُوسًا وعدد من فيه من الرجال ١٢٨ رجلا وكل كردوسَيْن يسميان جَحْفلا وعدد من فيه من الرجال ٢٥٦ رجلا وكل جحفلين يدعيان فئة وعدد من فيها من الرجال ٥١٢ رجلا وكل فئتين تسمى زُمْرة وعدد من فيها من الرجال ١٠٢٤ رجلا وكل زُمْرَتَيْن تسميان طايفة وعدد من فيها من الرجال ٢٠٤٨ وكل طايفتين يدعيان جيشا وعدد من فيه من الرجال العزل ٤٠٩٦ وكل جيشين يدعيان خميسًا وعدد من فيه من الرجال ٨١٩٣ رجلا ومن الصفوف الف صف واربعة وعشرون صفّا ويكون روساء هذه الصفوف من الرجال المختارين المجرّبين للامور مطيعين لروسائهم فى كل ما يُومَرون به ،

فصل فى بعض الصفوف الذى استعمَلَتْه الحكماء على اشكال اقليدس منهم الشكل الشبيه بالمعين استعمله اهل تاساليا وذلك انهم كانوا فُرْسانا أَقْوياء فكان اول من اشار عليهم باستعمال هذا الشكل رجل يقال له اياسن لانه شكل موافق لكلّما يحتاج اليه والفرسان الذين يعنون فيه يُمْكِنُهم الانقلاب والدَوَران فيه بسُرْعة الى كل جهة يظهَرُ منها العدوّ ولا يَخاف من الدوران فيها ولا يحصل فيها عَطَبُ الفرسان وذلك انّ افضَلَ الفرسان يعبّون فى جوانب الشكل والقوّاد فى الزوايا وذلك ان قايد الجيش يرتب فى الزاوية التى تكون قُدّام واما حَفَظَةُ الجوانب فيُرَتَّبون فى الزاوية اليمنى واليُسْرى ويُرَتَّب صاحب الساقة فى الزاوية التى تَبْقَى فتكون على هذه الصورة



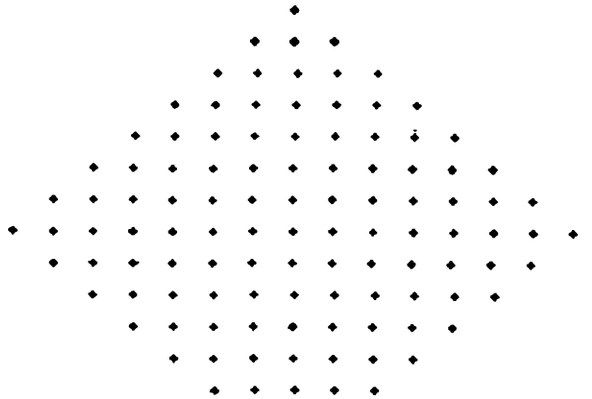
وهذه التعبية مليحة وهى اصلُ الناورد المعروف بالبقيجة ثم يُخْرج منه الى ما شاء من الناوردات على ما يراه قايدهم وباقى الاشكال التى ذكرها اقليدس هى اصول الناوردات لمن علم تدبّرها على ما تقدم٠ واما الاشكال المرّبعة التى استعملها الفرس واهل سقلية وكثيرٌ من اليونانيين لانهم راوا فى هذا الشكل ان الركوب فيه اسهل ماخَذًا والفروسية والتظافر فى اشكال كثيرة وذلك ان التعبية فيه تكون اسهل فى حال التقاطُر والاقتران وفى هذه التعبية تعبًا القُوّادُ بأَجْمعهم للعدو تعبية وافضلُ الكتايب ما كان عدد مَن فى طولها من الرجال ضعف مَن فى العرض مثالُ ذلك ان يكون فى الطول عشرة وفى العرض خمسة وذلك ان هذه التعبية تكون اما فى العدد فتختلفة فى الطول والعرض واما فى الشكل فربعة وذلك ان طول الفرس من راسه الى ذنبه اذا قِيسَ الى عرضه وجب ان يكون المقترن ممن فى الصف مُعَبًا اكثر٠ ومن الناس من جعل عدد من يرتّب فى الطول ثلاثة اضعاف مَن يرتّب فى العرض وراوا ان ذلك شكلًا مربّعًا لان طول الفرس يتوهّم فى اكثر الامر ثلاثة اضعاف عرضه وكذلك يعبون فى الجبين تسعة وفى العرض ثلاثة وذلك ان كثرة الفرسان من اصحاب السلاح لا ينتفع بهم المنفعة التى ينتفع بها من عرض الرجال الذين يشتدون اصحابهم من خلف



وذلك ان الفرسان لا ينتفع بهم فى بعض الاشيآء مُنفعَة قوّته لانهم لا يَدْفعون على من بين ايديهم واحد مثله فى الرجالة٠

قلتُ لاجل هذه العِلّة وجب لكل اميرٍ من الامراء ان يتّخذ معلّمًا يعلّم غلمانَهُ حتى يكونوا معتادين لنَقْل الرمح حتى تبقى لهم عادة حتى اذا ارادوا العمل به عند احتياجهم اليه امكنهم العمل والا بقوا مختلفين وربما أَلْقوا رماحهم من ايديهم وهذه اشارة قول اليانوس حتى يكون الجميع نَقْلُه نَقْلٌ واحدٌ وهذا الشكل المربّع الذى استخرجوا منه الميدان الاول والحَلْقَتَيْن المعروفة بالصَّفّيْن وذلك شكل مربّع مقرصَيْن سابقين قُدّامَ حلقتين ويخرج منه انواع كثيرة على ما تقدّم٠ ولهذه العِلّة يَعْرض دايما اذا كان عدد الفرسان فى الطول مساويا لعددهم فى العرض ان كان العدد مربّعًا

والشكل مربّعا والاختلاف فى تربيعه على ما تقدم فى اختلاف طوله وعرضه ٭
وقد يظنّ بالتايب الشبيهة بالمعين انها استُعْمِلَتْ ضرورةً وذلك ان رئيس الكتيبة اذا رَتَّبَ الاول لم يَجِبْ ان يكون الفرسان المرتّبين عن جنبته مقترنين معه بل يَجِبُ ان يكونوا دونه ويكون رؤس هولاء الفرسان قريبة من منكبى رئيس الكتيبة ويكون بعضهم يَقْعُدُ عن بعض اعنى الذين فى الجانب الايمن والذين فى الجانب الايسر والذين من خلف كيما لا يحدث لهم اضطراب لانه كثيرا ما تراح الدوابّ بعضها بعضا فيسقُط عنها بذلك السبب كثيرٌ من الفرسان وقد راى بعض من عبّا الخيل تعبية الاشكال الشبيهة بالمعين ان يكون الفرسان مقترنين وراى بعضهم ان يكونوا متقاطرين وقال بعضهم لا يقترنون ولا يتقاطرون وكل واحد من هذه التعبية يكون على هذه الصّفة اما الذين راوا تقاطير الفرسان واقرانهم فى الاشكال المعينة فعبّوا اعظم صفوف الكتيبة فى وَسَطها كما تقدّم وجعلوا عدد مَن فى ذلك فردًا مثل آآ ٣آ ٥آ ونحو ذلك وعبّوا عن جنبتى هذا الصفّ المقترن صفّين احدهما بين يديه والاخر خلفه وجعلوا كل واحد من هذين ينقص من الصف الذى قدامه اثنين مثال ذلك اذا كان الصف المقترن الاعظم ٥آ فارسا ففى كل واحد من الصفين اللذين يَتْلُوَان هذين ٣آ فارسا وفى اللذين يتلوان هذين آآ فارسا وعلى هذا المثال يكون النُّقْصانُ فيما يتلو من الصفوف اثنين اثنين حتى يَبْقَى واحدٌ ويكون جماعة الكتيبة ٣آا فارسًا ٭



## صِفَةُ الصفوف عند اللِّقاء

اذا كان صفُّ المشركين مربّعًا وصف المسلمين هلاليًّا فَلْيَنْظُرْ قايد الجيش ان كان عدد المشركين مثلهم فى العدد فهو جديرٌ بالنصر ان شاء الله تعالى ويَجِبُ مُراعاة طَرفا قَوْسِه غاية ما يكون من الرِعاية ويثبتون غاية الثبات والاجوَدُ ان ينقل طوالع القَلْب الى اطراف القوس لتكون مَعُونَةً لاصحاب الاجنحة ويكون اعتماد اصحاب الصف الهلاليين كَسْر ميمنة المشركين وميسرتهم والتماسُك عن القلب وتَرْك المُبَارَزَة والصَّبْر والجدّ فى قتالهم على وَجْهٍ يَظْهَرُ أثره فى العدو وخصوصًا كسر اصحاب الزوايا والاجنحة فَهْوَ المُهِمُّ الاكبر ويُوسع اصحاب القلب ضعف الجبين ما امكن فيه يُتمّ العَمَل وان ضرب المشركون صَفُّهم الشطر المعين ولا باس بنهضة اصحاب القلب لشغلهم بقتال باثر ما بخلاف الصف الاول ، والوَجْهُ فيه ان يضيّقَ طَرَفَا قَوْسه بقَدْرٍ يشمل صفّ المشركين وتقدم اصحاب السرايا والطلايع والكُمناء الى اركان ساقة العدوّ ويوثرون فى جنبتيها بالنكاية ليَتَضَعْضَعَ ترتيبهم ، وكذلك اذا كان صف المشركين مستطيلا فهو يضعف كما قَبْلَه وعَمَلُ المسلمين فيه مثل الذى قبله سواء فان كان صفّ المشركين على شكل الكُرة والحَلَقَة فهو مع الشكل الهلالى ضعيفٌ جدًّا والهلالى اظهر منه ، وان كان صفُّ المشركين هلاليًّا وصفُّ المسلمين مربّعًا فالصواب ان يجتهدوا ان يجعلوا صف جنبيه يخرج طرفاه عن طرفَىْ هلالى صف العدو فان كان صار كذلك فهو الاصلُ للقُوَّة ويَعْتَمِد اصحاب الاجنحة والميامن والمياسر كسر اطراف قسيهم وذلك من أَهَمّ الاعمال ، فاما اصحاب القلب فسَبِيلُهم تجويد العَمَل بما يُسْتَعْمَلُ به اصحاب القلب من مَعُونة اصحاب اطراف القسى وان امكنهم رَدّهم على اعقابهم حَمْلة واحدة فجيّدٌ والّا يكون الاجتهادُ فى كسر طرفا الهلال كيف كان ، فان كان صفّ المسلمين الشطر المعين فهو أَظْهَرُ من الاول لان طَرَفاه يمتدّ فى الغالب وصفُّ جنبيه وساقه قَلْبٌ فى غاية القُوَّة ،

وان كان صفُّهم الذُّبَابى فسبيلُهم ان يجعلوا الطلايع كُلَّها قِسْمَيْن على اليمين والشمال ويقاربوا الكُمناء حتى يكونوا فى مُقَابَلَة ما نَقَصَ من صفّ جنبَيْهم عن صفّ ساقتهم ليكون القتالُ فيه متواترا من اصحاب ربعى الجنبتين اكثر من غيرهم ، ولو كان صفُّ المسلمين الشكل المستطيل فهذا يَضْعُفُ عن القِيام بوَاجِبِ العَمَل عن الصفوف الاوايل واحتراسه كالذبابى وأَرْدَى الصفوف لهم ان يكونوا صفّ

الحَلَقَة والكُرَة فان امكن نَقله الى غيره نَقَلُوه على رِفْقٍ وتَوَدَّةٍ على وَجْهٍ لا يُفْسِد نظامهم ولا يَشْعُرُ به العدو فهو الاصلُ وان تَعَذَّرَ ذلك نَقَلَ الكُنَّاء والطلايع الى الجوانب من الميامن والمياسر بأَسْرِهِم فهو أَقْوَى العمل فيه، وان تَمَاثل الصفّان فى التربيع وغيره سِوَى الهلالى والحلقة فالعَمَلُ فيه سَوَاء الّا ان القِتال وتجويد العمل فيه على صفّ الجَبين ومتى وَقَعَ التماثُل او التقارُب مثل ان يكون احدُهما مربّعًا والاخرُ مستطيلا او الشطر المعين وما اشبَهَ ذلك فالعمل فيه قريبٌ ممّا قَدَّمْنا، فاما الهلالى فقد قَدَّمْنا القولَ فيه واما الكُرة فقَلَّ ان تقعَ من الجيشين سواء فاذا وَقَعَتْ فسبيلُ قايد جيش المسلمين ان يدور بها ويُخْرِج لها طَرَفًا هلالى او غيره مثل شطر المعين فهذه اصولٌ فى التعبية، واذا كان الجيش فى ارض مستوية والجيش مستديرٌ فلا يظنّ به القِلّة لأَنّ شكل الكُرة اقلّ من حقيقتها اذا حسبت مساحتها والسَّعَة التى تحيط بها الدايرة فان كانت اضلاع احاطة العسكر مستطيلة او كان بعض اجزائه ضَيِّقَة او معوَّجة او كثير الزوايا فلا يُظَنُّ به الكثرة واذا كان العسكر على جَبَلٍ او نَشْزٍ من الارض فان العسكر يبين اكثر ممّا هو على البسيط من الارض فليُنظر فى ذلك بحسب ما تقدّم بالتخفيف او ما يقارب الاصابة فهو الاصل فى الجهاد فبِمَا اذا اراد القايد للجيش ان يعبّيه تعبية غير ما هو عليه فَلْيَجْعَل له اشارةً حتى اذا أَشار بها مالوا الى الجهة المشار اليها فمن المتقدّمين مَن جعل له اسماء الميل والانقلاب والانفتال وتسوية الانفتال واستدارة صُغْرى واستدارة كُبْرى وتقاطر واقتران ورجوع الى الاستقبال واستدارة مطلقة واضعاف واتباع الميمنة والميسرة وجَيْشٌ مُنْحَرِفٌ وجيش مستقيم وجيش مُورَّبٌ ورَصٌّ وتقدّم وحَشْو ورَادِفة وترتيب بعد ترتيب ووصايا،

واما اسم المَيْل فنهم من جَعَلَ اسم الميل المُطَلَّف وجعل الذى الى جهة اليمين مَيْلٌ الى جهة الرمح والميل الى جهة الشمال مَيْلٌ الى جهة التُّرْس ؛ فاما الميل المطلّف هو التموُّج الى ساير الجوانب والانقلاب هو ان يميلوا الى وراء وهو مَيْلُ الفِرَارِ والانفتال عبارة عن ان يَزْدَحِمَ اصحاب السلاح حتى يصيروا كجِسْمٍ واحد ويميلوا الى جهة اليمين او الشمال كانهم قد داروا على الرئيس الاول من الصف المتقاطر وانفتلوا واحْتَوَوْا على الموضع الذى قُدَّامَهم، والانتِقَالُ هو انتقالُ مؤخر الى قُدَّام وتاخير المتقدمين الى مكان الساقة فيكون الميلُ مَرَّتَيْن واحدة فى اثر أُخْرَى حتى تصير وجوهُهم

قبالة وجه العدو وتستريح الطايفة المقاتلة وهذا عندى فيه ضَعْفٌ لانّ العدو اذا راى انتقالهم ربما هَجَمَ عليهم فى تلك الحالة ونال منهم الا ان يكون انفتالًا لا يَشْعُرُ به العدو ، واما التَّسْوِيَة هى الانفتال ورجوع المجحفل الى مكانه الاول ، واما الاستدارة الصُّغْرى فحَرَكَة من انفتالَيْن للكُرْدُوس حتى تَحْتَوِى على الموضع الذى من وراته ، واما الاستدارة العُظْمَى فحركةُ الكردوس من انفتال متّصلة يَحْتَوِى معها على القتال ان كانت الى جهة اليمين يكون مقابلا الى جهة اليمين وان كانت الى جهة الشمال يكون مقابلا من جهة الشمال ، واما التقاطُرُ فيكون اذا حاذا كل واحد من الرجال الذى فى الصف لرئيس الصف المتقاطر ولصاحب الساقة على ان يكون بُعْدُ ما بينهم متساوياً الاقتران اذا كان كل واحد من الرجال الذين فى الصف حاذا من تقاربه فى الطول ويكون بُعْدُ ما بينهم ايضا متساويا حتى يَتَسَاوَى روساء الصفوف ، واما التضعيف هو ان يزيد عدد من فى الصفوف اما طولا واما عرضا فان اراد قايد الجيش يضاعفه عرضا وكانت الصفوف المتقاطرة مثلا ٨ فيامر ان يدخل منها اربعة بين الصفوف فتَبْقَى الصفوف المتقاطرة طول كل صف منها ٤ وتكون قد تضاعَفَت الصفوف مثل ما كانت عليه اولا ويكون ايضا قد حصل الاقتران فى روساء الصفوف واذا اَرَدْنا ان نُنْقِصَ منهم امرنا الذين كانوا قد دخلوا بينهم ان يعودوا الى ما كانوا عليه ومن الناس مَن لم يَرَ ذلك بل يبسُط العزل فى الميمنة والميسرة وكذلك الفرسان ،

واما الاستدارة المطلقة فاجناسها جِنْسَيْن احدهما فى تعبية الصفوف المتقاطرة والاخر فى تعبية الاقتران كما تقدّم ولكلّ جِنْسٍ منهما ثلاثة انواع نَوْعٌ يُعْرَف بأَفْل ماقودنيا والاخر يُعْرَف بأَفْل لاقونيا والاخر يعرف بالفارسى وايضا بالاقريطشى ويُدْعَى البَلَدى فالاول هو الذى اذا استقلّ ياخذ الموضع الذى من قُدّام الجيش ويقبل بوَجْهه الى قدّام واما الثانى هو الذى ياخذ الموضع الذى من وراء الجيش المقترنين المتدلّين الاماكن التى كانوا فيها اولًا يعنى اذا تَدَلَّوْا صار اوليتهم أُخْراهم واخراهم اوليتهم ، واما المنحرف فهو الذى طوله اضعاف عرضه واما المستقيم هو الذى يسير الى احد الجانبين وعرضه اضعاف طوله وبالجُمْلة يقال فى كل جنس انه طويل اذا كان طوله اكثر من عرضه وانه مستقيم اذا كان عرضه اكثر من طوله والجيش المورَّب هو الذى ميمنته او ميسرته ايهما كان قريبة من العدو تجاهد والجانب الاخر بالبُعْد ملتفّ مجتمع ، واما الرَّصّ فيكون اذا

رتّب قوم ثم ادخل بينهم اماكن للفُرَج التى بين كل واحد منهم من المرتبين خلفهم حتى يصيروا معهم على خطّ مستقيم فاما الجنبية فتكون اذا اخذ من جانبى الصف او من احدهما قَوْمٌ فاوقفوا قدام الميمنة او الميسرة فى وجه الجيش ، واما الحَشْوُ فيكون اذا رتّب القايد العزل فى فرج الجيش رجلًا بعد رجل ، واما الرادفة فتكون اذا رتب العزل تحت اطراف الجيش حتى تكون تعبيته تعبية ملتفّة وتصير نسبتها نسبة شكل ما له ٣ ابواب ،

فهذه اشارات المتقدمين حتى اذا ارادوا ان يميلوا الى جهة قال لهم رئيس الجحفل أَحَد هذه الاشارات فمالوا الى جهة المشار اليهم واما المتاخرون فانهم اختصروا ذلك كله فى كلمتَيْن وهى اشاراتهم وهو قوله هُوجُوًّا وهُوبَرًّا فهذا اختصر من جميع هذا الكلام وهذا كلام رئيسهم ويحتاج الى مراعاة الرئيس باعيُنهم حتى اذا مال الى جهة مالوا معه من غير ان يتاخّر منهم احد بل يتبع بعضهم بعضا ثم تمادَى الزمانُ على هذا حتى جُهِلَ هُوجُوًّا وهُوبَرًّا ما علم المرادُ بهما فقال بعض الناس ان قوله هُوجُوًّا مُرَادُه ان تقبل الوُجُوه تجاه بعضها بعضا وهُوبَرًّا ان تقبل الظهورُ بعضها الى بعض وما علموا اصل هذا لاىّ امرٍ وُضِعَ بل زعموا انه من باب اللَّعِبِ وانما اصلُه الحركات التى تكون فى الحرب كما تقدم ، وكنتُ انا أَفْعَلُ ذلك الى ان افادنى الامير الكبير المجاهد كذا الباسطى رحمه الله ان كل واحدة من هذه الكلمتين لها معنًى قائمًا بذاته على ما أُبَيِّنُه بعد ان شاء الله تعالى ، وان الدَوَران يكون عُدَّة معلومة فى النَاوَرْد والذى صَوَّروه لم اجد منهم الدوران ولا عدّتهم وانما ذكروه مُبْهمًا فاردتُ ان اذكُرَ اقوال المتقدمين حتى يُفْهَمُ الدوران ما هو وبالله التوفيق ، فالحاصل ان الجيش المُراد منهم عمل دَوَرانهم اذا قال لهم قايد الجيش هُوْبَرًّا علموه وعملوه واذا قال لهم هُوجُوًّا مثل ذلك حتى لا يطول الكلام فانهم فى مَوْطنٍ ما يَسَعُ الكلام الكثير لان كل واحد منهم مشتغلٌ بنفسه حَذَرًا من الموت او حِرْصًا على الحياة فاذا ذكر الامر على هذا وجب اتخاذ المُعَلّمين حتى يعلموا ذلك وتتمرّن اعضاوه على ذلك على ما قَدَّمْتُ ذِكره ليكون انقلابُهم فى دورانهم كدَوَرَانِ رجلٍ واحدٍ فهذا هو العَمَلُ الذى يُفيد عند القتال ومَن أَهْمَلَ هذا فليس عنده عِلْمٌ واذا لم يكن عنده علمٌ فهو كمثل الحِمار يَحْمِل اسفارًا وهو حامل عُدَّتَه وسلاحه فلم يعلم عمّا قُلْناه شيئًا فالحمدُ لله الذى عَلَّمَنا ما لم نكن نَعْلَم ❁

باب المبارزة

وما جاء فيها من الجدّ خلاف ما تَقَدَّمَ

اذا ترتّبت الصفوف من الجانبين وطال الوقوف وطلبت الفرسانُ البراز فان العساكر من قديم الزمان فى الجاهلية والاسلام لم يفتخروا الاّ بالمبارزة وهى مَبْدَأُ القتال واذا توافَقَتِ الجيشان لم يَبْقَ سِوَى المبارزة، وقال بعض العلماء المبارزة على ضَرْبَيْن مستحبّة ومُباحة فيُسْتَحَبُّ اذا بَرَزَ رجل من المشركين ان يَبْرُزَ اليه رجلٌ من المسلمين لِمَا رُوى انه تَقَدَّمَ يَوْمَ بَدْرٍ بَرَزَ عُتْبة وشَيْبَة ابنا ربيعة والوليد بن عُتْبة وقال عُتْبَةُ من يُبَارِزُ فخرج اليه شابٌّ من الانصار فقال من انت فقال من الانصار فقال لا حاجَةَ لى فيك وانّما أُرِيدُ بنى عمّى، ورُوى انه قال لا اعرِفُ الانصار ابين اكفاوك من قريش فقال النبى صلعم لحمزة وعُبَيْدة ابن الحرث وعلى بن ابى طالب اخرجوا اليهم فخرج حمزة الى عُتْبة وعلى الى شيبة وعبيدة الى الوليد فقتل حمزة عتبة وقتل علىٌّ شَيْبَةَ واختلف الوليدُ وعبيدةُ بضَرْبَتَيْن فأَثْخَنَ كل واحد منهما صاحبه قال علىٌّ فَلْنا على الوليد فقَتَلْناه وأَخَذْنا عُبَيْدَةَ، فهذه اول مبارزة فى الاسلام بامر النبى صلعم، ورُوى ان عليًّا بارز عمرو بن عبد وُدّ العامرى فقال له عمرو من انت فقال انا علىّ بن ابى طالب فقال ما أُحِبُّ ان أَقْتُلَك يا ابن اخى فقال علىّ انا أُحِبُّ ان أَقْتُلَك فغَضِبَ عمرو وبارزه فقَتَلَه علىٌّ كَرَّمَ الله وَجْهَهُ،

مبارزة اخرى اعظمُ مبارزة وقعت على وجه الارض وهى مبارزة رسول الله صلعم أُبَىّ بن خَلَف

والمباحة فهو ان يدعو المسلم اوّلاً الى المبارزة فاذا عرف فى نفسه شدّةً فى القتال لان فيه تقوية لقلوب المسلمين وانما قُلْنا انها ليست مستحبّة لانه ربما قُتل فانكسرت قلوب المسلمين، مَسْئلة هل تجوز المبارزة بغَيْر اذن الامام او نايبه فامّا اذا اذن الامام او نايبُه لم يختلفوا فى جوازها واختلفوا فيها اذا لم تكن عن اذن فجوّزها ايضا جماعة ودليلهم فى ذلك لمّا طلب عُتْبَةُ المبارزة وخرج اليه جماعة من الانصار قبل خروج حمزة وعلىّ وعُبَيْدَةَ من غير اذن ولهذه المسئلة تقاسيم نذكرها بعدُ ان شاء الله تعالى ☆

مبارزة اخرى فى غزوة الخندق برز عمرو بن عبد وُدّ

مبارزة اخرى قال ابن اسحق — يوم خيبر — فخرج مَرْحَب الخ

مبارزة اخرى ذكر الحافظ ابن مندة فى تاريخ اصفهان قال قدم كتاب عمر الى عبد الله بن بُرَيْك بن وَرْقاء ان سِرْ الى اصفهان فسار فخرج الملك وهو الفادوسبان فلما التَقَوا قال له الملك لا تقتُلْ اصحابى ولا اقتُلْ اصحابك ولكن ابرُزْ فان قتلتُك رجع اصحابك وان قتلتنى سَالَمَك اصحابى فبَرَزَ له عبد الله وقال اما ان تَحْمِلَ علىّ واما ان احمِلَ عليك فقال له عبد الله احمِلْ علىّ فحمل الملك عليه فطعنه فأصاب قُرْبُوس السرج فكسره وقطع اللبب والحِزامَ فوقع عبد الله قايما على رجلَيْه ثم استَوَى على الفرس عُرْيانًا وقال له اثبت فحاجزه وقال ما أُحِبُّ ان اقتلك فانى رايتك رجلا كاملاً ولكن ارجع الى عسكرك فأُصَالِحُك وادفع المدينة على شَرْط مَنْ أَحَبَّ اقام ومَن احبّ ذَهَبَ والذين برزوا فى الفروسية وبارزوا الفُرْسان من هذه الأُمّة من السَّلَف كثيرٌ ومقاماتهم مشهورة وجماعة منهم قتل الواحد منهم ماية رجل مبارزة وهو البرّاء بن مالك ونُبَيِّنُه بعد ان شاء الله تعالى ولما كانت المبارزات عَلَى الملوك والفُرْسان من كُلّ او جماعة او عسكرٍ او فريق وكان فيها دلالة على الشجاعة والقُوّة وهما من الاخلاق الحميدة ومحاسن الشِيَم ومكارم الاخلاق اذا طلب احدٌ البراز خرج اليه مُجيبًا لطَلَبِه

فَصْلٌ فى المسايل التى يحتاج اليها المبارز مَسْئَلة كيف يكون صفة الفارس الذى يخرُجُ الى البراز الجواب ان يكون حاضر القَلْب شديد البطش الخ

مسئلة كيف يخرج الفارس الى قرنه بين الصَّفَّيْن

مسئلة كيف يصنع اذا برز اليه فارسان فتفرّقا وتظاهرا عليه

مسئلة كيف يصنع اذا كان احدهما اجوَدَ سِلاحًا وأَفْرَهَ دابة على ايهما يبدا بالحملة الخ

## Zusatz zu S. 12 Note 1.

In dem ersten Theile unseres Werkes „über die Reitkunst" findet sich ein besonderer Abschnitt über die Schwerdter. Schon die alten Araber bezogen das beste Eisen oder Stahl aus Indien und China, entweder war es dort schon zu Schwerdtern fertig gemacht, oder es wurde in Jemen dazu verarbeitet und danach erhielten sie ihre Namen: اليمانية die Jemenischen von Stahl aus Beilamân in Indien und Sarandîb (Insel Ceylon), und in Jemen verarbeitet; القَلْعية aus قلعة Kal'a d. i. der Burg der Stadt كله Kaleh in Indien[1]); الهندية die Indischen; aus Chorâsân wurden Schwerdter eingeführt und zwischen den Indischen und Kal'aïschen für solche ausgegeben; البيلمانية aus Beilamân; السرنديبية aus Sarandîb, zuweilen in Persien verfertigt mit Goldverzierungen. Diese Arten hiessen *die alten* d. h. nicht vor alten Zeiten, sondern nach alter, solider Weise hergestellten, im Gegensatz zu den weniger geschätzten neueren, wie die sogen. Blanken البيض, welche in Kufa verfertigt wurden und von den eigentlich Persischen nicht sehr verschieden waren; الفرنجية die Fränkischen mit einem goldenen Kreuz; البصرية aus Baçra; الدمشقية die Damascener, unter den neueren die besten, und المصرية die Aegyptischen oder in Miçr verfertigten. Es werden noch besondere Unterschiede und Eigenschaften angegeben und ich lasse hier den Arabischen Text ohne Uebersetzung folgen, weil wegen der grossen Incorrectheit der Sprache und einer Menge wenig oder gar nicht bekannter technischer Ausdrücke sich zu viel Schwierigkeiten bieten.

1) Nach *Caswîni* Th. II. S. 69, wenn dies nicht eine Vermuthung der Araber ist und beide Namen ein und denselben Ort bezeichnen.

باب العمل بالسيوف وجوهره الجيّد من السيوف
وممّا دبّروها وقدّدوها وبعض ما ذكروه من امورها

ارفَعُ السيوف من كل جنس العتيقُ منها وليس العتيق من السيوف سيف واحد انما تذهب في عتقها الى القِدَم في دهر طبع، والمحدث لا يُعَدُّ من العتيق فهو ضدُّه في المعنى اعني باعذر خواصّ العتق فلذلك سمّي لضدّ اسمه اعني محدثا وان كان قد طُبع قبل زمان عاد الا ترى السيوف انما يُنْظَر الى جواهرها وفرندانها لقُرْب عهد وهو اشدُّ من ان يُعْمَل قدم الزمان، والعتيق ينقسم ثلاثة اقسام على جواهر هذا الاسم فاوّلها واجودها السيف اليماني ثم ثانيها القَلَعي ثم الثالث الهندي، ومن السيوف المحدثة المتوسّطة من السيوف لك تسمّيها الصياقلة غير محدثة بالطبع باليمن من الحديد اليماني فيقال غير مولّد وهي من السيوف حُكي بها اليمانية،

صفة السيوف اليمانية وهي ان ترى جوهرها متساوى العقد اكثر من بعض ابيض الجوهر احمر الارض اخضر الارض قبل الطرح قرب سيلانه من اثار بيض شبيه بالدُّود يتلو بعضه بعضًا شبيهًا بالفضّة ومنها العريض الاسفل المخروط الراس المربّع السيلان تربيعا مخروطا الى طرف السيلان واكثر ما يكون من علامات العتيق التي طُبعت في الجاهلية نقبين في السيلان بسَنبك ونقب السَّنبَك من احدى جهتيه اوسع او جهتاه مستويتان ووسطه ضيّق منها مشطَّب اربع شُطَب ومنها المحفور وهو الذي شطبه شبيهًا بالابهار مدوّر الجفن حفرًا بالمبرد مربعه من داخل الشطب تكون هذه الشطوب متساوية في وجه السيف ومنها ذو ثلاث شطب واحدة في الوسط واثنتان في المضربين واكثر ما يكون منها عرض ثلاث اصابع تامّة واقلّ ما يكون منها اصبعَيْن ونصف وهي الخفاف الفتورية تكون سواد حالا شطب فيهن مختلفة في الطول ما بين الثلاثة الاشبار واربع اصابع الى اربعة اشبار فاما العرض فيكون كذلك وطولها ثلاثة اشبار ونصف ويكون اوزانها ما بين الرطلين ونصف الى ثلاثة ارطال غير رُبع ولك فيها ثلاثة غير ربع مصطرّة القدود شديدة الالتواء بالانكاد يسلم اليمانية من العروق المفتوحة وقد يوضع على العروق التماثيل وتكتب عليها الاسماء لحفها فكلُّ كتابة تُصاب في سيف اسفل السيلان اكثر من اربع اصابع مضمومة بالعرض فهو على كسر

واى خطّ او غلظ فهو على عرق وان وُجد على سيف تمثال رَجُل وحيوان مذهب فهو على عَيْب يسمى الكباكى وهو ينكسر من هذا الموضع واذا رايت اليمانى ايضا شبيهًا بالصيبان نقب سمّى السّومك يابس اذا جُلى اذا احمرّ ولا يصاب هذا الفنّ الا فى اليمانية الفتورية وما يتخوّف ان يُضْرَب به فى الوقت النادر من الزمن وهو العروق فى السيوف تكون من الدواء الذى يُطْرَح على الحديد فى وقت الطبع لا يختلط بالحديد على الاستواء فيبقى موضع العرق لينًا لا فرند فيه واذا وقع فى الشهرة فضرب به يجلس ومنها ما دخل عليه الماء فصار شبيهًا بالعروق ولا فرند له والعروق لا تضرّ السيوف الا ما كان فى الحدّ فانه لا يَشْرَب الماء ولا يقطع شيئًا ابدا والعروق الخفيّة لك كانت فى الحديد والمامسات وصفتُ لك منها مقدارا صغيرا ونحوه والكبير فهو عرق او ما بين يكون قوم المضرب الى القيام تقديرا صغيرا فانه لا يضرّ السيف شيئًا ومن اليمانية الموصولة السيلان ومنها الموصول الصدر وانما يكون ذلك الحادث من ضرب وتطبع باليمن سيوف تكون بها شُطَب صغار دقاق كثيرة وما فيه شطبة واحدة سوادج طولها اربعة اشبار واكثر واقلّ وعرضها اربع اصابع اقلّ واكثر وليس ايضا جديدها يمانى بل بَيْلَمانى وسَرَنْدَبى واكثرها مستوية القدود عرض اعاليها واسافلها واحدة ولا يكاد يمانى يكون فيه ثلاثة ارطال ابدا ،

صفة السيوف القلعية ليس يكون فى القَلْعيّة ما يكون عرضها اربع اصابع ولا ثلاثة تامّة ولا معمول واطولها ما يكون اربعة اشبار الى خمسة اشبار وقدودها مستوية عاليها واسفلها واحد وسيلانها ارق من سيلان اليمانية ومكاسرها ومكاسر اليمانية كالفضّة البيضاء فاما المعمول عمل فيانى على غير سبك ويوجد على الطول الا انه يكون منها شطب وهى اصغر فرند من اليمانية واكثر تعضيد لا وهن واشدّ اختلاف عقد واشدّ حمرة جوهر وارض توجد نقيّة من العروق ،

صفة السيوف الهندية جوهرها شبيهٌ بجوهر اليمانى الا انه جوهر يضرب الى السواد ومكاسرها تضرب وتقع من المولدة وما جاء من خراسان اجناس تدخل فى القلعى واليمانى فاذا رايتَ سيفا فى قدّ القَلْعى اشدّ تعقُّدا من القلعى تداخل الفرند بعضه فى بعض يضرب الى السواد لحلف الفرند من اوله الى اخره موضع فرند صغار وموضع كبار ووجد الموضع الذى يتركه الصياقلة بلا سقى وهو على قدر شبر من السيلان فرند صغار شبيهًا بالشليم فاعلَمْ انه مولد فاجْل منه قطعة

فانك ترى مخرج الزيت من تحت النصلة مثل الرصاص وتبين القطعة لك لا جوهر فيها ويبين اثار المصقلة فيها خفى وترى الفرند الذى وصفت لك فى صدر اللبار اليمانية شبيهًا بالدُّود الذى يتلو بعضه بعضا فى المولَّد كمده يضرب الى السواد واشفار المولدة عند مسّ اليد عليها خشونة وحَمْل اليمانية والقلعية يخرج احمر كالنحاس والهندية يخرج احمر يضرب الى السواد والزيت الذى يخرج من تحت مَدَاوسها وَسَخًا قليلا والمولَّدة يخرج حملها ومكاسرها مثل الرماد والزيت الذى يخرج من تحت مداوسها اسود ٠

والبَيْلَمانية صنفان اللبار والصغار فاما اللبار فطولها اربعة اشبار وعرضها ما بين اربع اصابع مضمومة الى ثلاث اصابع طول طواهر الجوهر من غير طرح حادّة المتون حسنة الروس سيلاناتها تشبه سيلانات القلعيات اوزانها ثلاثة ارطال الى ثلاثة ونصف والصغار منها لطاف العرض طاهرة الجوهر توجد حمراء بعد الجلا والفرند منه مقدار واحد ونصف من فرند القلعى اكثر من فرند اليمانى قليلا وترى فرنده بعد الطرح غير مُتّصل فى مواضع عدّة ليس فى كلّه وربما وُجد قد الحكم فاردى هذا الصنف من السيوف ما وُجد فرنده عريضا ليس بظاهرة لها حمرة ٠

صفة السرنديبية طبع هذا الصنف الذى يسمى وفرند هذه السيوف رقاق صفر خفيفة اكثر عرضها ثلاث اصابع تشبه حديدها باليمانية الا انه لا يَخْلوا فرنده من الرقّة والهزال وارضه قبل الجلا احمر يضرب الى الغبرة وبعد الجلا احمر وفرنده صغار منقر وقدودها تشبه قدود اليمانية السوادج ومنها ما طُبع بفارس عليها تماثيل مذهبة ٠

صفة البيض وهُنّ سيوف قصار اعرض ما يكون وصلاتها دقاق اعاليها ادق قليلا فى سيلانها نقبتين بالسنبك روسها اثقل من اسافلها تَضْرب روسها الى التدوير رقاق الاطراف وفرنداتها تشبه الامكنة فى القلعية كلها مستوية ومنها ما يكون فرنداتها مستحرّ كله فما كان فيه موضع مستحرٌّ فذلك غير مولَّد والبيض كوفى اقطع له من الفارسى ومنها ما يكون له وِشَاحان على الحدّ وهو اصبر السيوف على الضريبة واطعنها لها وعلامة الفارسى انه اطول من اللوفى وليس يظهر فرنده الا بعد الطرح لا بشىء خفىّ وهى ارقّ الحديد تضرب الى البياض والخضرة والفارسية اسافلها اثقل من روسها فاعلَمْ ذلك ان شاء الله تعالى ٠

صفة الفرنجية وهُنّ عراض الاسافل دقاق الروس فى قدّ اليمانية العنف واحد عريضه كالبهر الظاهر وجوهها تشبه بالثياب الطبرية وتركيب حلق الدرع ابيض الوَشْى احمر الارض قبل الطرح وبعده فى صدرها تمثال او صليب مذهب محشو وبعض يكون فيه مسمار مذهب او سنة واحدة يشبه الداسكين عما يلى شطبه لا يخرج فيهما فرند والشطبة مقصرة عن طرف الذباب بثلاث اصابع او اقلّ لا يظهر فى هذا الموضع وهو اخرط روسًا من اليمانية ٭

صفة اليمانية تجد حديدها على مثال الفرنجية الا انها اصغر وَشْمًا واحلَى واغرب صنعة واول السيف واخره مستوى بمخروط وليس فيهن تمثال ولا صليب وسيلاناتها تشبه سيلانات اليمانية وكذلك الفرنجية اوفر معانيها سواء ٭

المولدة فى كل طبع فرنده معقدة عُقَدًا صغارا واحدة الى جنب اخرى تشبه القَلْعى وحديده اعرض ما يكون اصبعَيْن ونصف ولا يظهر الا بعد الطرح فان ظهر منه شىء قل رايت حديده منتظما بعضه يتلو بعضا وعلامته ان نقب سيلانه دقاق ٭

المحدثة البصرية يظهر حديده قبل الطرح معقّدًا تعقُّدًا يشبه تعقُّدَ اليمانى وجوهره ناعم تتبيّن الرخاوة فيه مع سواد وظلمة تتبيّنه فى الشمس اضعاف ما تتبيّنه فى الظل حسن الشفر تنبو اليد عنه تظهر اثار المصاقل فيه مختلفة القدود عراض ورقاق وقصار وطوال ٭

الدمشقية هُنّ قواطع اذا كان فيهن سقاية الاولى وهن طوال حديدها ابيض الا انها مختلفة الجوهر وقدودها اربعة اشبار وعرضها اربع اصابع واقل قليلا وهى اقطع المحدثة كلها ٭

المصرية من السيوف هى طولانية مستوية لاستوائه قطعه ووَجْهُ السيف حَدُّه من الجانبين وله وجهَيْن وله شارفين عرضه البرماهن والرومية فمن البرماهن بعضها هندية والهندية تعرف باضطراب قدودهن والوانهن واثار المبرد فى شفرتهن والرومية فسواديج مصرية رقاق موضع خارج وموضع داخل وليس بظاهر فى البرماهن كله قليله وكثره جوهرهن باشكالهن بقصارهن اذا حادت متونهن واستَوَت طروحهن وتحتهن فلم يكن فيهن موضع داخل ولا موضع خارج احنَى من موضع وغلظت اشفارهن ما خلا نفس الحديد ينبغى ان يكون رقيق الحدّ قد الشفرة من كل جانب هذه اقطَعُ السيوف للكرابة فاما اقطعها للثياب واللحم ارقّهن اشفارا وليس ذلك بمحمود ان تعرض الدقّة فى الشفرة

فانها اذا ثخنت الضريبة الصلبة أثبت واعتدال السعى عون للقطع وذلك انه اذا اشتدّ سقيُهن ثبتت عند الضرب وان لا خلس، والمصرى من السيوف على قدره سير من الذباب وزعم بعض الناس ان السيوف عند خروجها من طَبْعها وبعده اعرف وارَوح واجوَدُها ما كان رايحته رايحة دهن الدفلَى والنينوفر ورايحة السمن والزعفران والرديّة ما كان رايحتها رايحة ابوال البقر وارواح القردة والضفادع والحماة واللحم وشرُّها ما كان رايحته كرايحة شحم السلحفاة والدم فافهَمْ ذلك ان شاء الله تعالى ۞

# Geschichte der Fatimiden Chalifen
## nach den Arabischen Quellen.

Von

*F. Wüstenfeld.*

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 3. Juli 1880.

Die zu dieser Geschichte benutzten Quellenschriftsteller sind nach der Reihenfolge ihres Zeitalters:

1. C$^a$ 366. 'Arîb. An account of the establishment of the Fatemide dynasty in Africa [ascribed to el Mas'ûdi] by *J. Nicholson.* Tübingen 1840.
2. C$^a$ 575. Gamâl ed-dîn اخبار الدول hist. regnorum. Cod. Ms. Gothan. Nr. 245.
3. † 630. Ibn el-Athîr Chronicon ed. *Tornberg.*
4. C$^a$ 662. Ibn 'Adhárí histoire de l'Afrique et d'Espagne publiée par *R. P. A. Dozy.* Leide 1848.
5. † 672. Georgii el-Makini historia Saracen. op. *Th. Erpenii.* Lugd. B. 1625.
6. † 681. Ibn Challikani vitae illustrium virorum.
7. † 732. Abulfedae Annales Muslemici.
8. † 808. Ibn Chaldûn Chronicon كتاب العبر Bûlâk 1284 (1867).
   Histoire des Berbères par Ibn Khaldoun. Texte Arabe publ. par le Baron *de Slane.* T. 1. 2. Alger 1851. — trad. par le même. T. 1—6. Alger 1852.
   Histoire de l'Afrique sous la dynastie des Aghlabites, texte Ar. d'Ebn Khaldoun, trad. par *A. Noel des Vergers.* Paris 1841.
9. † 845. Macrîzí Geschichte von Ägypten المواعظ والاعتبار Bûlâk 1270 (1853).
10. † 874. Abul-Maḥâsin Ibn Tagribardii Annales ed *T. G. J. Juynboll.* T. 1. 2. Lugd. Bat. 1861. — Der Auszug Maured allatafet *Jemaleddini* filii Togri-bardii ed. *J. D. Carlyle.* Cantabr. 1792 ist sehr dürftig und in dieser Ausgabe fehlerhaft.
11. † 911. Galâl ed-dîn el-Sujûṭí حسن المحاضرة Bûlâk.
12. † 1092. Mohammed ben Abil-Reïni el-Kaïrouâni histoire de l'Afrique trad. par *E. Pellisier* et *Rémusat.* In der Exploration scientif. de l'Algérie. Sciences hist. et géogr. VII. Paris 1845.

Mémoires historiques sur la dynastie des Khalifes Fatimites par *M. Quatremère* in dem Journal Asiat. III. Série. T. 2. Aout 1836. Dieser aus dem grossen Ge-

schichtswerke *el-Mukaffá* des *Macrîzí* genommene Artikel geht nicht über die Abstammung des Obeidallah hinaus und ungeachtet der Unterschrift „*La fin à un prochain numéro*“ ist eine Fortsetzung nicht erschienen. Dagegen findet sich in demselben Bande S. 401 und T. 3. Jan. et Févr. Vie du Khalife Fatimite Moëzz-li-din-Allah par *M. Quatremère*, in einer nach den Quellen zusammengetragenen ausführlichen Bearbeitung.

*Silvestre de Sacy* exposé de la religion des Druzes — et la vie du Khalife Hakem-biamr-allah. T. 1. 2. Paris 1838.

Die Frage nach dem Verhältniss dieser Historiker zu einander verdient noch eine nähere Untersuchung. *Abul-Maḥâsin* citirt in dem gedruckten Theile seiner Annalen seinen Lehrer *Macrîzí* nur an zwei Stellen, hat aber sicher mehr aus ihm genommen; den *Ibn Challikân* nennt er viel öfter. Wenn *Ibn Chaldûn* nicht selten in längeren Abschnitten mit *Ibn el-Athîr* übereinstimmt, so folgt daraus noch nicht, dass er sie aus demselben entlehnt hat. Fast alle oben genannte Chronisten haben noch andere ältere Werke benutzt, welche uns noch nicht näher bekannt sind [1]), aus denen der eine diese, der andere jene Nachricht mag herübergenommen haben, so dass sie in manchen Punkten wörtlich mit einander übereinstimmen, in anderen sich gegenseitig ergänzen. Selbst der jüngste *Keirawâní* hat bei aller Kürze (35 Seiten für die ganze Dynastie) einzelne Nachrichten, welche man bei den anderen nicht findet und welche man gleichwohl nicht in Zweifel ziehen kann; das Arabische haben die Herausgeber soweit verstanden, dass man ihrer Übersetzung trauen kann, die sonstige Geschichte und Literatur der Araber scheint ihnen aber ziemlich unbekannt gewesen zu sein, denn eine Menge von Namen haben bei ihnen eine Gestalt, die sich selbst mit der Magribinischen Aussprache nicht wird entschuldigen lassen.

Zu diesen Historikern kommen die Geographen, welche bei einzelnen Africanischen Orten viele geschichtliche Nachrichten mittheilen.

Description de l'Afrique septentrionale par Abou-Obeid el-Bekri. Texte Arabe par *de Slane*. Alger 1857. — Übers. im Journ. As. V. Série. T. 12 et 13. 1858—59.

Description de l'Afrique et de l'Espagne par Edrisi, texte Arabe avec une traduction par *R. Dozy* et *M. J. de Goeje*. Leyde 1866.

Descriptio al-Magribi sumta ex libro regionum *al-Jaqubii*, ed. *M. J. de Goeje*. Lugd. Bat. 1860.

Nach den Angaben dieser Geographen habe ich unter Zuziehung neuerer Hülfsmittel eine Karten-Skizze entworfen, welche zum Verständniss beitragen wird.

1) Ich will nur an die sehr geschätzte Chronik von Keirawân von Ḥasan ben Raschîk † 463 erinnern. Die Ägyptischen Historiker, welche als Zeitgenossen der Fatimiden deren Geschichte geschrieben haben, el-Ḥasan *Ibn Zûlâk* † 387, Muḥammed ben Abdallal *el-Musabbiḥí* † 420, Muḥammed ben Salâma *el-Cudhâ'i* † 454, werden von Macrizi öfter citirt.

الدولة العلوية بافريقية ومصر والشام

# Die Herrschaft der 'Aliden in Africa, Ägypten und Syrien.

»Der Fakîh Gamâl ed-Dîn Abul-Ḥasan 'Alí ben Dhâfir, der Sammler ihrer Geschichte, dem man in dem, was er erzählt, vollen Glauben schenken kann, sagt: Die Ansichten über den Ursprung dieser Dynastie sind sehr verschieden und es wird für eine grosse Schande gehalten, dass die Häupter derselben sich erdreistet haben zu behaupten, dass sie zu der Familie des Propheten gehörten und von 'Alí und Fâṭima, Muḥammeds Tochter, abstammten, woher sie den Namen Faṭimiden erhielten. Der Glaube ihrer Herrscher war die reine Gotteslâugnung, und die Heuchelei, welche das Gegentheil der inneren Überzeugung ist, trat bei ihnen offen hervor; sie sind der Ursprung der Karmaṭen, welche die Religion dem Abgrunde nahe brachten, sich gegen die Anhänger des Islamitischen Glaubens offen empörten und sie als Feinde behandelten. Was ihre Abstammung betrifft, so hat schon der fromme Scherîf el-Ḥasaní aus Damascus in seinem Buche gesagt, dass der so genannte el-Mahdî, der erste Herrscher von ihnen, in Salamia ursprünglich Sa'îd hiess mit der Genealogie Sa'îd ben Ḥusein ben Aḥmed ben Abdallah ben Meimûn ben Deiçân. Der bekannte Philosopsh el-Gazzâlí hat hierüber in seinem Werke *el-Mustadhiri*[1]) gehandelt, und schon vor ihm der Cadhi Abu Bekr Ibn el-Ṭeijib in seiner Schrift „Enthüllung der Geheimnisse und Zerreissung der Schleier"[2]). Sa'îd war von seinem Oheim Muḥammed ben Aḥmed mit dem Vornamen Abul-Schalaglag erzogen, und einer der

1) *Ḥaǵi Chalfa* No. 11942 giebt nur den Titel an.

2) Abu Bekr Muhammed ben el-Ṭeijib el-Bâkilâní, ein angesehener Scholastiker zu Bagdad, starb daselbst im J. 403. *Ibn Challikân* No. 619. — *Ibn 'Adhârî* pag. 157 führt dasselbe Buch an.

stärksten Beweise von der Richtigkeit dessen, was der genannte Scherîf über sie berichtet, — dass sie, nämlich die Vorfahren des „el-Mahdi" betitelten Sa'îd, Anhänger und Sendlinge (nicht Abkömmlinge) des Muḥammed ben Ismâ'îl ben Ga'far el-Çâdik waren, welche die Leute für ihn zu gewinnen suchten und vorgaben, er sei bis zu ihrer Zeit am Leben erhalten, — ein solcher Beweis findet sich in einer von el-Fargâní[1]) mitgetheilten Caçîde des Abul-Ḥasan Aḥmed ben Jaḥjá el-Munaggim als Entgegnung auf eine Caçîde des Abd el-Raḥman (d. i. Muḥammed el-Câïm), Sohnes des Sa'îd mit dem Titel el-Mahdi, deren Anfang lautete:

Ich bin freudig bewegt, doch zieht es mich weder zu den fröhlichen Jungfrauen, noch ist das Scherzen meine Art, noch das Spielen mir ein Bedürfniss.

Er rühmt sich darin selbst und schmäht auf die 'Abbasiden-Chalifen, erwähnt auch darin Schagab, die Mutter des Muctadir billahi, und mehrere der ersten Dichter haben darauf geantwortet. Zu der oben erwähnten Caçîde des Ibn el-Munaggim[2]) gehören als Antwort darauf die beiden Verse, worin er den Sa'îd anredet:

Hast du nicht jüngst erst zur Huldigung eines anderen als du aufgefordert, welcher nach deiner Meinung der erwartete Imâm sei?

---

1) Abu Muḥammed Abdallah ben Muḥammed (oder Aḥmed) el-Fargâni ist der Verfasser einer Fortsetzung ذيل zu den Annalen des Ṭabari, genannt الصلة „der Anhang", *Ḥaǵi Chalfa* No. 2250 und 2268, woraus *Ibn Challikân* No. 556, Fasc. VI. pag. 58 die Notiz nahm, dass Kâfûr el-Ichschîdí im J. 357 gestorben sei, und welcher auch von *'Arîb* in seinem nur wenige Jahre später verfassten Geschichtswerke citirt wird; vergl. *Ibn 'Adhârî*, introduct. pag. 34. Mithin muss el-Fargâní an die Zeit des Obeidallah el-Mahdî herangereicht haben.

2) Nicht der Vater Jaḥjá, sondern der vierte Ahnherr Abu Mançûr Abân war als Munaggim, Sternkundiger, bekannt und desshalb steht hier zur Bezeichnung des Dichters Aḥmed besser der Familien-Name Ibn el-Munaggim. Da Schagab bald nach der Ermordung ihres Sohnes im J. 320 den Tod fand und Jaḥjá 59 Jahre alt im J. 300 gestorben ist, so wird man annehmen können, dass sein Sohn Aḥmed mit Abd el-Raḥman (geb. 278) ziemlich in gleichem Alter gewesen ist und dieses Gedicht etwa zwischen die Jahre 310 bis 315 fällt, als Sa'îd seine Herrschaft in Africa ausgebreitet und Abd el-Raḥman sogar in Ägypten schon einige Erfolge erreicht hatte, welche er freilich zur Zeit wieder aufgeben musste.

Nun bist du selbst der geworden, welcher nach deiner Behauptung
dein Imâm sein sollte, du elender! grösstes aller Wunder!

„Fast wäre zur Zeit des von ihnen mit dem Beinamen el-'Azîz belegten ihre Lüge mit dem Winde davon gegangen und ihr Betrug wie flüchtiger Staub geworden, als 'Adhud ed-daula Fannâchosru in Bagdad herrschte, weil er die Scherife, die wirklichen Nachkommen des Abu Ṭâlib, aus allen Gegenden von 'Irâk zusammenkommen liess und über jene befragte; keiner erkannte sie an, alle verläugneten sie und sagten sich von ihnen los. Da nahm er ihre Schriften, verbrannte sie und hoffte dadurch ihr Andenken zu verlöschen und die Muslimen vor ihren Ketzereien zu bewahren. Er liess ein sehr zahlreiches, mit allem Bedarf wohl ausgerüstetes Heer ins Feld rücken um gegen el-'Azîz zu marschiren, bevor dies indess zur Ausführung kam, legte sich sein Bruder Fachr ed-daula ins Mittel, da er sah, dass dies wegen der Nähe des feindlichen Landes ein sehr schwieriges Unternehmen sein würde; er begab sich zu ihm, beruhigte ihn darüber und Fannâchosru kehrte nach Bagdad zurück, wo er bald nachher starb[1]).

„Soviel ich sehe, hat nicht einer der Genealogen es unternommen, einen Stammbaum für sie aufzustellen, mit Ausnahme des bekannten Scherîf el-'Omarí und seines gewöhnlich nur Scheich genannten Lehrers, welche beide unter ihrer Herrschaft deren Aroma eingesogen und die Süssigkeit ihres Goldes und ihrer Milch genossen hatten; aber die verschiedenen Angaben über die Namen und die Anzahl der Vorfahren sind ein genügender Beweis, dass alles nur gemachte Lüge und selbsterfundener Betrug ist."

---

Diese Vorrede des Ǧamâl ed-Dîn el-Ḥalabí soll nach den anderen Quellen zunächst etwas weiter ausgeführt werden.

Der als Stammvater genannte Deiçân, von Geburt ein Perser, war Dualist[2]) und nach ihm werden die Anhänger der dualistischen Lehre

1) Dass der Verlauf doch ein etwas anderer war, werden wir unten im Leben des Chalifen el-'Azîz sehen.

2) الثنوى d. h. er nahm zwei Grundstoffe an, Licht und Finsterniss; vergl.

Deiçânier genannt. Sein Sohn Meimûn war Augenarzt und hatte den Beinamen *Kaddâḥ*, d. i. Operateur, weil er mit einem Instrumente *mikdaḥ* in das Auge einstach, um das Wasser daraus zu entfernen; sein Glaube war der Supernaturalismus oder Atheïsmus, worüber er ein Buch unter dem Titel الميزان *el-Mizân* „die Waage[1])" geschrieben haben soll, während er öffentlich sich als Schî'it und Anhänger der Familie Muḥammeds bekannte. Sein Sohn Abdallah, welcher nach einigen der Augenarzt mit dem Beinamen *Kaddâḥ* gewesen sein soll, war in allen Satzungen, Überlieferungen und Lehrmeinungen wohl bewandert; er stellte ein System von neun Stuffen der Weihe auf, welche der Mensch hinansteigen müsse, bis er sich von aller Religion frei mache, er wurde *Mu'aṭṭil* Gotteslâugner und *Ibâḥî* Freigeist[2]), der in jenem Leben weder Belohnung erhoffte, noch Strafe befürchtete, und war der Überzeugung, dass er und seine Glaubensgenossen sich auf dem richtigen Wege und ihre Gegner sich auf dem Irrwege befänden. Seine Absicht dabei war, sich Anhänger zu verschaffen, und er gebrauchte dazu das Mittel, dass er die Leute aufforderte, den Muḥammed ben Ismâ'îl ben Ga'far el-Çâdik, welcher im sechsten Gliede von 'Alí ben Abu Ṭâlib abstammend damals in einigem Ansehen stand und in der später erfundenen Genealogie als der vierte oder fünfte Ahnherr des Obeidallah el-Mahdi erscheint, als

---

*Scharastâni* übers. von *Haarbrücker*, Th. 1. S. 293. Es ist wohl nicht zweifelhaft, dass die späteren Araber diesen Deiçân mit Ibn Deiçân (Bar Deiçân) d. i. Bardesanes für ein und dieselbe Person gehalten haben, während zwischen beiden ein Zeitraum von mindestens 700 Jahren liegt. In der Bulaker Ausgabe des *Macrîzî*, Th. 1. S. 348, ist النوبى und البونة zu verbessern in الثنوى und الثنوية.

1) So *Abulfeda*, Annal. Tom. II. pag. 310. Diese Stelle kannte *de Sacy*, Religion des Druzes, Tome I. pag. LXVIII, behielt aber pag. CCCCXXXVIII die daraus verschriebene Lesart der Handschrift des *Nuweirí* المندان *Almendân* bei, was keine Bedeutung hat, und dass der Vater des Deiçân, Sa'îd mit dem Beinamen Gadhbân, der Verfasser gewesen sei. Vergl. *Ibn el-Athîr*, Tom. VIII. ٢١, 6.

2) *Mu'aṭṭil* genauer „der Leermacher", welcher die Eigenschaften Gottes läugnet, ihn derselben entkleidet; *Ibaḥí* welcher alles für erlaubt hält. *Scharastâní* Th. 1. S. 222 und 280.

rechtmässiges Oberhaupt der Muslimen anzuerkennen. Er war aus seiner Heimath Karag zwischen Hamadsân und Içpahân[1]) nach Ahwâz gekommen und hatte hier durch seine Gelehrsamkeit und sein offenes Bekenntniss für die Rechte und die Lehre der Schî'iten einige Berühmtheit erlangt und Anhäger gewonnen, welche er als Sendboten aussandte, um seine Ansicht zu verbreiten; da er dort aber auch Widerspruch erfuhr und auf unangenehme Weise belästigt und verfolgt wurde, floh er nach Baçra, und als auch da seine Sache ruchbar wurde, begab er sich nach Salamia in Syrien.

Hier wurde ihm ein Sohn geboren, den er Aḥmed nannte und welcher nach des Vaters Tode in dessen Fusstapfen trat. Er war der erste, welcher eine Verwandtschaft seiner Familie mit 'Alí behauptete, indem er vorgab, dass sie von dessen Bruder 'Akîl ben Abu Ṭâlib abstammte, was später in eine directe Abkunft von 'Alí umgeändert wurde. Er schickte einen gewissen Ḥusein el-Ahwâzí als seinen Sendboten nach 'Irâk, wo er in der Umgegend von Kufa mit Ḥamdân ben el-Asch'ath, genannt Carmaṭ[2]), zusammentraf, welcher bis dahin eine eigenthümliche religiöse Richtung verfolgt und sich durch seinen frommen Wandel bekannt gemacht hatte. Carmaṭ, nach welchem in der Folge die berüchtigten Carmaṭen benannt wurden, liess sich von Ḥusein überreden seine Lehre anzunehmen und wurde bald der Parteiführer der Schî'iten in 'Irâk.

Aḥmed hatte zwei Söhne, Ḥusein und Muḥammed mit dem Vornamen Abul-Schalaglag, und als Aḥmed starb, übernahm Ḥusein in 'Irâk

---

1) Die Stadt Karag lag von Hamadsân 52 Parasangen, von Içpahân 30 Parasangen entfernt. *Jâcût* geograph. Wörterb. Bd. IV. S. 251.

2) قرمط *carmaṭ* bedeutet im Arabischen „in engen Linien schreiben" im Gegensatz zu der damals üblichen grossen und weitläuftigen Kufischen Schrift, oder „mit kurzen Schritten gehen" und Ḥamdân soll von kleiner Gestalt gewesen sein, nach *d'Herbelot*. Dagegen sagt *Ibn el-Athîr*, Chron. Tom. VIII. pag. 310 fg. das Wort sei eine leichtere Aussprache für dass Nabatäische كرميتة *Karmîta*, welches „mit rothen Augen" bedeute, die aber Ḥamdân nicht selbst, sondern ein Mann in Kufa gehabt habe, in dessen Hause er als Kranker gepflegt war und nach welchem er benannt wurde.

die Führerschaft für die Rechte der 'Aliden. Während Abul-Schalaglag in Bagdad blieb, verlegte Ḥusein seinen Wohnsitz wieder nach Salamia, wo er noch von seinem Grossvater Abdallah el-Caddâḥ her Besitzungen hatte, welche von Verwaltern und Dienerschaft bewirthschaftet waren. In einer Gesellschaft kam die Rede auf die Frauen von Salamia und es wurde ihm die Wittwe eines Jüdischen Schmiedes als durch ihre Schönheit ausgezeichnet beschrieben; er heirathete sie und nahm ihren Sohn Namens Sa'îd, welchen sie von dem Juden hatte, an Kindes Statt an, gewann ihn lieb und sorgte für seine Erziehung und einen guten Unterricht. Indess starb Ḥusein frühzeitig ohne selbst Söhne zu hinterlassen, und da sein Adoptivsohn Sa'îd erst etwa zehn Jahre alt war, trat Abul-Schalaglag an die Spitze der Partei, liess sich aber die weitere Ausbildung des Sa'îd sehr angelegen sein.

Er schickte den Abu Abdallah el-Ḥusein genannt el-Schî'í, einen bei seinen Unternehmungen eben so schlauen als erfahrenen Mann, welcher aus Çan'â in Jemen stammte und sich den Schî'iten in Kufa angeschlossen hatte, nach Jemen zurück mit dem Auftrage, sich mit Abul-Câsim el-Ḥasan ben Farag ben Ḥauschab el-Çanâdîkí (d. i. Kistenmacher) zu verbinden, welcher in 'Aden schon für ihre Sache thätig war. el-Schî'í kam nach Jemen im J. 270 und blieb dort mit jenem mehrere Jahre zusammen; er entwarf den Plan, die Berberischen Stämme in Africa für die 'Aliden zu gewinnen, nachdem dort schon einige Sendlinge vorgearbeitet hatten, und reiste in dieser Absicht mit seinem älteren Bruder Abul-'Abbâs el-Machṭûm zunächst zur Messe nach Mekka[1]). Hier trafen sie mehrere Kaufleute von dem Berberischen Stamme Kitâma[2]) und nach mehrmaligen Unterredungen und Besprechungen, wobei el-Schî'í sich

1) Nicht zur Wallfahrt, bemerkt *Ibn 'Adsârî* Tom. I. pag. 118, weil der Besuch von Mekka und Medina nicht zu den Vorschriften der Schî'iten gehört, vielmehr der des Grabes des Ḥusein.

2) In diesem Namen finden sich in den Handschriften in der ersten Silbe alle drei Vocale beigeschrieben, so dass die Aussprache Katâma, Kitâma oder Kutâma lauten kann. Auf die Anspielung des Abu Abdallah el-Schî'í auf eine Ableitung von dem Arabischen *Kitmân* „das Verborgensein" ist nicht viel zu geben.

über die Verhältnisse ihres Landes unterrichten liess, die er für seine Zwecke sehr günstig fand, wusste er schlauer Weise es so zu wenden, als wenn er durch sie nach vielen Bitten sich überreden liess, mit ihnen zu ziehn. Er reiste mit seinem Bruder in der Verkleidung der Kaufleute mit ihnen und erreichte nach manchen Fährlichkeiten, welche die Schi'itischen Geschichtschreiber sehr ausgeschmückt haben, um die Mitte des Rabi' I. 280 (Anfang Juni 893) die Gränze des Gebietes der Kitâma, nachdem ihm schon einige der Kaufleute vorangeeilt waren und ihre Stammesgenossen auf seine Ankunft vorbereitet hatten.

Er begab sich zunächst nach dem Berge Îkiǵân[1]), der Hauptniederlassung der Kitâma, und wurde alsbald von dem grössten Theile dieses Stammes als Führer anerkannt. Als der Emir von Africa, der Aglabit Ibrâhîm ben Aḥmed, von diesen Erfolgen hörte, schickte er zu seinem Verwalter von Mîla[2]), um nähere Erkundigungen einzuziehen, und erhielt die Antwort, el-Schi'í sei ein wohlwollender und gottesfürchtiger Mann, und damit beruhigte er sich. Indess fand el-Schi'í auch eifersüchtige Gegner unter den Kitâma und noch mehr bei den anderen Berbern, bis einer der angesehensten Häuptlinge der Kitâma Namens Ḥasan ben Hârûn ihn unter seinen Schutz nahm und mit ihm nach Tâçrût[3]) zog, wo sich ihre Anhänger sammelten, die Berbern in die Flucht schlug und ihnen viele Beute abnahm. el-Schi'í verschanzte sich bei

---

1) Die Aussprache des Namens steht schon bei den Arabischen Geographen und Historikern nicht fest; *'Gamâl ed-Dîn* hat immer *Inkiǵân* geschrieben und auch *Jâcût* Bd. I. S. 392 hat ihn nach dem Alphabet mit Angabe der Vocale unter *Inkiǵân* eingereiht, bemerkt aber, dass man auch *Inkaǵân* sage; andere sprechen *Ikiǵân*. In den Handschriften des *Edrîsi*, pag. 105, findet sich die ganz abweichende Lesart *Itkiǵǵân*, welcher die Herausgeber den Vorzug geben möchten. Der Berg erhielt in der Folge den Beinamen „Haus der Flucht", weil dort ihr Imâm el-Mahdi, ebenso wie der Prophet Muḥammed in Medina, eine Zuflucht fand.

2) Eine Stadt drei Tagereisen oder 18 Meilen von Biǵâja (Bugia), eine Tagereise von Constantine.

3) In dieser Lesart تاصروت scheinen die verschiedenen anderen zusammen zu kommen تاصروق, تازروت, نصروت, ناصرون, ناصروت.

Tâçrût, hier fanden noch mehrere Kämpfe statt, doch endlich wurde Friede geschlossen.

Unterdess war Ibrâhîm ben Aḥmed im J. 289 gestorben und sein Sohn Abul-'Abbâs Abdallah zur Regierung gekommen, welcher seinen Sitz in Tunis nahm. Die unter el-Schî'î vereinigten Berbern rückten vor Mîla, belagerten die Stadt und nahmen sie durch Verrath eines gewissen Ḥasan ben Aḥmed in Besitz; el-Schî'î baute sich hier ein Residenzschloss. Abul-'Abbâs schickte ihm noch in demselben Jahre eine Armee unter seinem Sohne Muḥammed el-Aḥwal[1]) über Saṭîf und Bilizma entgegen, el-Schî'î wurde geschlagen, zog sich über Tâçrût ins Gebirge von Îkigân zurück und sein Schloss in Mîla wurde wieder zerstört. Eine zweite Schlacht fiel so zweifelhaft aus, dass sich jede Partei für geschlagen hielt und el-Aḥwal nach Tunis und el-Schî'î in das Gebiet der Kitâma zurückkehrte. Abul-'Abbâs rüstete eine neue Armee aus, und auch el-Schî'î verstärkte sich wieder, doch während die beiden Heere auf dem Marsche nach Saṭîf begriffen waren, wurde Abul-'Abbâs auf Anstiften seines Sohnes Zijadatallah am 29. Scha'bân 290 ermordet, welcher sich der Regierung bemächtigte, seinen Bruder el-Aḥwal zurückrief und ihn nebst den übrigen Prinzen umbringen liess. Diese Vorgänge und die darauf folgenden Aufstände konnten für el-Schî'i nur günstig sein, zumal da Zijadatallah sich einem zügellosen ausschweifenden Leben ergab, und endigten damit, dass el-Schî'î die Haupt- und Residenzstädte Keirawân und Raccâda im Ragab 296 einnahm, nachdem Zijadatallah mit seinem ganzen Hofstaate und mit eiligst zusammengerafften unermesslichen Schätzten nach Ägypten geflohen war und mit ihm die Herrschaft der Aglabiten ihre Ende gefunden hate.

1) Das Adjectivum eines Fehlers „schielend", wie der Name erklärt wird, kann nur Aḥwal lauten, „er schielte indess nicht wirklich, sondern blinzelte mit den Augen, wenn er Jemand ansah"; also ist el-Ḥuwal oder Abul-Ḥuwal, wie einige schreiben, unrichtig; allenfalls wäre noch Abul-Ḥawal zulässig.

Bevor wir zur Geschichte der Dynastie selbst übergehen, ist es nöthig, die Abstammung derselben von einer anderen Seite zu betrachten. Schon der Name Faṭimiden-Chalifen drückt es aus, dass man ihren Ursprung von 'Alí und seiner Frau Fâṭima herleitete und sie selbst haben diese Verwandtschaft behauptet und geltend zu machen gesucht, und vielleicht noch mehr ist dies von ihren Anhängern geschehen. Unter den besten Arabischen Historikern giebt es zwei Parteien, von denen die eine an dieser Abstammung festhält, während die andere sie bestreitet und verwirft und die oben von uns gegebene mit geringen Abweichungen annimmt. Zu den letzteren gehören *el-Farganí* und *'Arîb* ums J. 357—366, *Abu Bekr el-Bâkilâni* † 403 (vgl. oben S. 3), *'Gamâl ed-dîn el-Ḥalabí*, *Jâcût*, *el-Makîn*, *Ibn Challikân*, welchem *Abul-Maḥâsin* folgt, *Ibn 'Adsârí*, *Abul-Fidâ*, *el-Nuweirí* und *el-Sujûṭí*. *Ibn el-Athîr* führt Tom. VIII. p. 20 eine Menge 'Aliden-Schriftsteller an, welche die Verwandtschaft mit 'Alí vertheidigt haben und er selbst scheint ihrer Ansicht zu sein, legt dann aber seiner Darstellung eine Geschichte von Africa und Magrib zu Grunde, deren Verfasser, ein gewisser Emir Abd el-'Azîz, eine Jüdische Abkunft des Obeidallah annahm. Ausdrücklich für die Abstammung von 'Alí hat sich *Ibn Chaldûn* erklärt und am entschiedensten *Macrîzí*, welchem *de Sacy* sich angeschlossen hat.

Die Gründe dafür sind besonders folgende. Zu der Zeit, als el-Mu'izz sich in Ägypten zum Chalifen ausrufen liess, war die Nachkommenschaft 'Alí's so zahlreich und so weit verbreitet, dass ein trügerisches Vorgeben einer Verwandtschaft sogleich hätte entdeckt werden müssen und die damals sehr mächtige Partei der Schî'iten würde sich selbst nicht soweit erniedrigt haben, dass sie den Nachkommen eines Magiers oder eines Juden für einen der ihrigen erklärt und als ihr Oberhaupt anerkannt haben würde. Es lag aber im Interesse der 'Abbasiden-Chalifen die Emporkömmlinge verdächtig zu machen, desshalb suchten sie und ihre Anhänger die Abstammung derselben von 'Alí in Zweifel zu ziehen und dazu wurde eine Genealogie erfunden, welche die Faṭimiden-Dynastie recht verächtlich machen sollte.

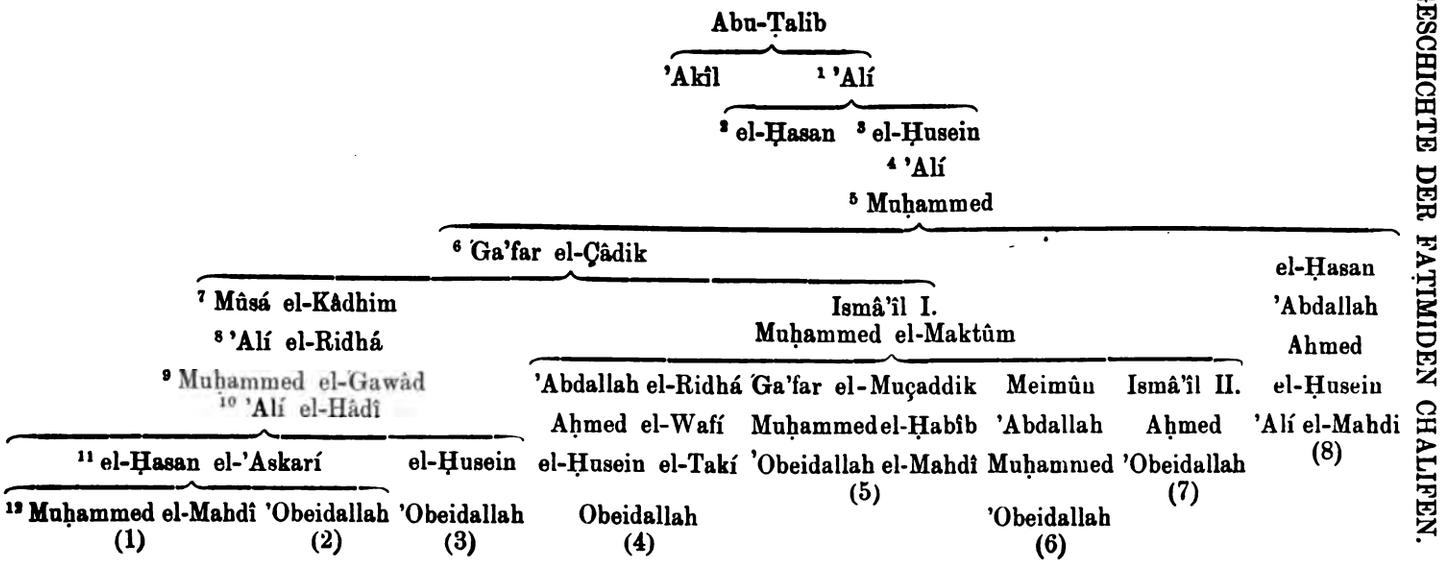
Dagegen ist einzuwenden, dass in diesem Falle den Schî'iten um so mehr hätte daran liegen müssen, die Zugehörigkeit der sogen. Fatimiden und die Ächtheit ihrer Abstammung von 'Alí unzweifelhaft zu beweisen, was sie nicht vermocht haben. Wenn der Chalif el-Ḥâkim eine solche Abstammung öffentlich behauptete, so ist sie gleichzeitig im J. 402 durch ein in Bagdad aufgenommenes öffentliches Instrument geläugnet, s. unten; das war aber nichts neues, denn wir haben oben S. 4 gesehen, dass schon früher beim Auftauchen der Fatimiden-Frage derselbe Streit geführt wurde.

Es ist der grösste Stolz der Araber, einer berühmten Familie anzugehören, in ganz besonderem Ansehen stehen aber die Nachkommen des 'Alí, welche sich den Titel „Scherîf", etwa „Hoheit", beilegten. Zu allen Zeiten sind ihnen gewisse Vorrechte zugestanden, die ihnen selbst ihre Gegner nicht haben streitig machen können und nicht streitig gemacht haben, sobald sie nur nicht gegen die bestehende Regierung sich auflehnten, und um zu verhüten, dass nicht unbefugte sich durch falsche Angaben in die Familie eindrängten, waren in Ägypten noch unter den Türkischen Sultanen angesehene 'Aliden besonders damit beauftragt, auf die Reinheit ihres Geschlechtes zu achten[1]). Unter solchen Umständen muss es höchst auffallend erscheinen, dass man über die Abkunft des Stifters einer grossen Dynastie ganz verschiedene Angaben findet, so dass nicht einmal über den Namen seines Vaters, viel weniger über seine Vorfahren Übereinstimmung herrscht. Selbst die Vertheidiger der Fatimidischen Abkunft gestehen diese Widersprüche ein und führen sie selbst an, und sie lassen sich am leichtesten übersehen in diesem Stammbaum.

---

1) Vergl. m. Abhandl. *Calcaschandi*, die Geographie und Verwaltung von Ägypten, S. 183 fg.

# Stammbaum.


Abu-Ṭalib
'Akîl
1 'Alí
2 el-Ḥasan
3 el-Ḥusein
4 'Alí
5 Muḥammed
6 Ga'far el-Çâdik
7 Mûsá el-Kâdhim
8 'Alí el-Ridhá
9 Muḥammed el-Gawâd
10 'Alí el-Hâdî
11 el-Ḥasan el-'Askarí
12 Muḥammed el-Mahdî (1)
'Obeidallah (2)
el-Ḥusein
'Obeidallah (3)
Ismâ'îl I.
Muḥammed el-Maktûm
'Abdallah el-Ridhá
Aḥmed el-Wafí
el-Ḥusein el-Takí
Obeidallah (4)
Ga'far el-Muçaddik
Muḥammed el-Ḥabîb
'Obeidallah el-Mahdî (5)
Meimûn
'Abdallah
Muḥammed
'Obeidallah (6)
Ismâ'îl II.
Aḥmed
'Obeidallah (7)
el-Ḥasan
'Abdallah
Ahmed
el-Ḥusein
'Alí el-Mahdi (8)

Die den Namen vorgesetzten Zahlen bezeichnen die Reihenfolge der vor ihnen als ihre Oberhäupter, Imâme, anerkannten Personen, welche historisch beglaubigt sind; der zwölfte derselben verschwand als Knabe von zehn Jahren im J. 265 und seine Rückkehr wurde von den Schi'iten erwartet. Nun soll also der Stifter der Dynastie dieser erwartete, welcher in Africa den Namen 'Obeidallah angenommen habe, oder dessen Bruder gewesen sein, welcher sich gleichfalls *el-Mahdî* „der auf dem rechten Wege befindliche" nannte. Nach einer anderen Angabe bei *Ibn Challikân* und nach einer Lesart bei *Ibn el-Athîr* war 'Obeidallah (3) ein Vetter des Verschwundenen. Eine grosse Partei lässt 'Obeidallah von dem sechsten Imâm Ga'far el-Çâdik durch seinen Sohn Ismâ'îl abstammen, nach welchem die von den Schi'iten abgezweigte Secte der Ismâ'îliten benannt ist, und hier giebt es wieder vier verschiedene Reihen um auf 'Obeidallah zu kommen; in der ersten (4), welche *Ibn Challikân* und *Ibn Chaldûn* anführen, gelten die drei Vorgänger el-Ridhâ, el-Wafî und el-Takî auch sonst als historisch richtig und führen den Namen *el-Mastûrûn* „die Verborgenen", weil sie wegen der Nachstellungen der 'Abbasiden-Chalifen sich stets im Verborgenen hielten. Die zweite dieser Reihen (5) ist die von *Ibn Chaldûn* und *Macrîzî* als richtig angenommene, und ersterer bemerkt dazu, dass Muḥammed el-Maktûm (der verborgene) und sein Sohn Ga'far und sein Enkel Muḥammed die drei sogen. „Verborgenen" gewesen wären. Die (6.) und (7.) Reihe werden von *Abulfidâ* erwähnt, aber verworfen, die (7.) von Jâcût bezweifelt, und die letzte (8.) noch bei *Ibn Challikân* vorkommende Reihe, wonach 'Alî ben Ḥusein erst in Africa sich 'Obeidallah genannt haben soll, kann am wenigsten in Betracht kommen.

Am meisten hätte noch die Abstammung von den „Verborgenen" einige Wahrscheinlichkeit für sich, aber sie gerade geben auch einen starken Gegenbeweis. Die Partei der Schi'iten, von denen doch der beiweitem grösste Theil nicht von 'Alî abstammte, war sehr zahlreich und von den Chalifen gefürchtet, sie schürten überall und es gelang ihnen auch, einige bedenkliche Aufstände in Gang zu bringen, allein es gebrach ihnen an einer einheitlichen Leitung, es fehlte ihnen ein hervor-

ragender Führer. Mit der neuen Glaubenslehre und ihrer systematischen Weiterbildung, welche in der Folge in der Religion der Drusen einen ihrer Gipfelpunkte erreichte, war es nicht gethan, es musste offen gehandelt werden, wenn ein bleibender Erfolg gegen die 'Abbasiden erziehlt werden sollte, und dazu fehlte es den „Verborgenen" noch mehr an Muth, als den elf Imamen, welche wenigstens offen sich gegen die Chalifen erklärten, dafür aber auch um so strenger überwacht wurden. Wenn nun endlich ein solcher Führer auftrat und, kaum der Verfolgung entronnen, in einem entfernteren Lande die Schaaren sammelte, welche schon gut vorbereitet waren, so ist es nicht zu verwundern, dass sie ihm folgten ohne nach seiner ebenbürtigen Abstammung viel zu fragen und sie zu prüfen, und nachdem die Dynastie sich befestigt hatte, liess sich der grosse Haufen leicht überreden, die Herrscherfamilie für Abkommlinge ihres vergötterten 'Alí zu halten. — Einige Arabische Historiker, welche die Abstammung von 'Alí nicht anerkennen, aber auch *Ibn Chaldûn*, nennen nach dem Stifter 'Obeidallah die Dynastie 'Obeiditen, andere 'Aliden, um indess Irrthümer zu vermeiden, mag man den Namen Faṭimiden-Chalifen beibehalten.

---

Wir kehren nach Salamia zurück. Abul-Schalaglag erzog den jungen Sa'îd in den Grundsätzen der Secte, verheirathete ihn mit seiner Tochter und stellte ihn seinen Anhängern vor, welche ihn nach dem Tode des Abul-Schalaglag als ihren Imâm anerkannten. Dies ist die Angabe selbst eines 'Alíden, des Abul-Câsim el-Abjadh, und Sa'îd nahm jetzt den Namen Obeidallah an und gab sich für einen Sohn des elften Imâm el-Ḥasan el-'Askarí aus, also für einen Bruder des verschwundenen Muḥammed. Obeidallah entwickelte eine grössere Thätigkeit nach aussen als seine Vorgänger und benutzte dazu sein sehr bedeutendes Vermögen, womit er seine Anhänger unterstützte und neue gewann. Schon durch seine Reichthümer angelockt, noch mehr aber durch seine Umtriebe beunruhigt, suchte der Chalif el-Muktafi ihn in seine Gewalt zu bekommen, doch wusste er dessen Nachstellungen immer zu entgehen.

Um diese Zeit schickte Abu Abdallah el-Schí'í zu ihm, welcher die Verbindung mit den Führern in Salamia fortwährend unterhalten und schon seit dem J. 288 die Berbern aufgefordert hatte, dem Obeidallah als ihrem Oberhaupt zu huldigen, setzte ihn von seinen Erfolgen in Magrib in Kenntniss und liess ihn durch Abgeordnete der Kitâma und wahrscheinlich auch durch seinen eigenen Bruder Abul-'Abbâs, da wir diesen nachher in seiner Begleitung treffen, einladen, zu ihm zu kommen, um sich als Imâm ausrufen zu lassen und den offenen Kampf gegen die 'Abbasiden Chalifen zu beginnen. Obeidallah raffte alle seine bewegliche Habe zusammen und verliess mit seinem kleinen Sohne Abul-Câsim Abd el-Raḥman und einigen Getreuen Salamia in der Absicht sich nach Jemen zu begeben, da er aber unterwegs erfuhr, dass 'Alí ben el-Fadhl, der Nachfolger des Ibn Ḥauschab in der Leitung der Schí'itischen Bewegungen, durch sein schlechtes Benehmen an Ansehen und Einfluss verloren habe, schloss er sich als Kaufmann verkleidet einer Karawane von Kaufleuten an, um über Ägypten nach Magrib zu kommen.

el-Muktafi hatte seinen Statthalter in Miçr 'Îsa el-Nûscharí[1]) schon benachrichtigt, ihm eine genaue Personalbeschreibung des Obeidallah geschickt und ihm befohlen, ihn im Betretungsfalle festzunehmen. Ein Hofbeamter, ein heimlicher Anhänger der Schí'iten, hatte hiervon Kunde bekommen und beeilte sich Obeidallah zu warnen, welcher dann auch nach kurzem Aufenthalte von Miçr wieder aufbrach. el-Nûscharí sandte

---

1) el-Nûscharí war Statthalter von Ägypten vom 7. Ǧumâdâ II. 292 bis zum 26. Scha'bân 297, schon desshalb ist die Angabe bei *Ibn 'Adsârî* S. 214 unrichtig, dass Obeidallah im J. 289 in der Verkleidung eines Kaufmanns nach Agypten gekommen sei. Durch die Empörung des Muḥammed el-Chalanǧí war aber die Statthalterschaft zehn Monate vom Ramadhân 292 bis zum Raǧab 293 unterbrochen, und da *Ibn 'Adsârî* S. 134 die Einkerkerung des Obeidallah in Siǧilmâsa schon unter dem J. 292 erwähnt, so muss die Flucht desselben und seine Reise durch Ägypten in der Mitte dieses Jahres stattgefunden haben, wenn auch wegen der weiten und beschwerlichen Reise und des mehrmaligen Aufenthaltes die Ankunft und Einkerkerung in Siǧilmâsa erst gegen das Ende des Jahres erfolgt sein mag, so dass die Gefangenschaft etwa $3^1/_2$ Jahr gedauert hat.

seine Späher aus und ging auch persönlich auf die Suche; er traf Obeidallah, man sagt in der Nähe von Alexandria, glaubte ihn nach der erhaltenen Beschreibung zu erkennen, hielt ihn fest, liess ihn in einen Garten einkehren und begann ihn zu verhören. Darüber kam die Mittagszeit herbei, und el-Nûscharí forderte ihn auf etwas zu essen, er lehnte dies aber ab unter dem Vorgeben, dass er ein Fasten, welches er sich auferlegt habe, nicht brechen wolle. el-Nûscharí wurde stutzig, da er wusste, dass die Schí'iten nie fasten, er zog gelindere Seiten auf und bat ihn, über sich die Wahrheit zu sagen, dann wolle er ihn frei lassen. Obeidallah setzte ihn nun durch Betheuerungen in Furcht, verläugnete sich und seinen Stand und hörte nicht auf, bis er ihn durch Drohungen und Güte dahin brachte, dass er ihn frei liess und sich noch erbot ihm eine Bedeckung mitzugeben, die ihn wieder zu seinen Reisegefährten brächte, was indess Obeidallah ablehnte. Einige sagen, el-Nûscharí habe sich bestechen lassen; seine Begleiter tadelten sein Verfahren, er bereute es selbst und wollte ihm schon nachsetzen lassen. Als Obeidallah seine Gefährten einholte, fand er seinen Sohn sehr betrübt über einen Jagdhund, den er vermisste, die Diener meinten, er könnte in dem Garten zurückgeblieben sein, und Obeidallah ging sogleich zurück um ihn zu suchen. el-Nûscharí war noch dort und als er ihn sah und den Grund seiner Rückkehr hörte, sagte er: Ihr wolltet mich veranlassen diesen Mann festzunehmen und zu tödten; wer sich schuldig fühlt und für sein Leben besorgt sein muss, der wird sich beeilen heimlich davon zu kommen und nicht umkehren um einen Hund zu suchen; und er liess ihn wieder fortgehen.

Obeidallah beschleunigte nun seine Flucht, wurde aber bei Ṭâḥûna[1]) von Räubern überfallen, welche ihm einen grossen Theil seiner Habe

1) *Jâcût* Bd. III. S. 487 macht die unrichtige Angabe, dass dieser Ort bei Constantine gelegen habe. Nach *Edrîsí* pag. 137 lag er auf dem Wege von Alexandria durch die Wüste nach Barka und zwar nach den angegebenen Entfernungen der Zwischenorte nur 102 Meilen oder eine Tagereise von Alexandria, nach der auf der folgenden Seite sich findenden Bemerkung, dass 1150 Meilen zu $11^1/_2$ Tagereise d. i. 100 Meilen auf eine Tagereise gerechnet werden.

abnahmen, darunter die unersetzlichen, von seinen Vorfahren überkommenen Schriften ملاحم d. i. Prophezeiungen über die Schicksale der zukünftigen Reiche und ihrer Herrscher[1]). Man sagt, dass sein Sohn Abul-Câsim auf seinem ersten Zuge gegen Ägypten diese Schriften in dem genannten Orte oder in Barka wieder erhalten habe.

Obeidallah kam mit seinem Sohne nach Tripolis, verabschiedete sich hier von seiner kaufmännischen Reisegesellschaft und schickte Abul-'Abbâs, den Bruder des Abu Abdallah el-Schî'î, der ihn begleitet hatte, mit einigen anderen nach Keirawân vorauf, um zu den Kitâma zu gelangen. Unterdess war Zijâdatallah von Bagdad aus schon über die Reise Obeidallahs und seine Pläne unterrichtet und liess alle Reisende streng überwachen, und so auch den Abul-'Abbâs, als er nach Keirawân kam; er wurde aufgegriffen und verhört, läugnete aber jede Bekanntschaft und sagte: ich bin ein Kaufmann und in einer Karawane mit einem mir unbekannten Manne gereist. Indess wurde er eingekerkert, und als Obeidallah dies erfuhr, ging er nach Castîlia weiter, wo er sich durch Geschenke das Wohlwollen des dortigen Statthalters sicherte, so dass dieser, als er von Zijâdatallah den Befehl erhielt ihn fest zu nehmen, antwortete, dass Obeidallah bereits wieder abgereist sei. Er entkam auch den ihm nacheilenden Verfolgern und erreichte Sigilmâsa[2]), wo er den Statthalter el-Jasa' ben Midrâr sich gleichfalls durch

1) Diese Erklärung giebt *Ibn Chaldûn*, Prolegomènes par *Quatremère* II$^{e}$ Partie pag. 176 (Not. et Extr. des Mss. Tome XVII); Traduction par *M. G. de Slane.* Tome II. pag. 205 (Not. et Extr. Tome XX); vergl. *de Sacy* Chrestom. 2. Edit. Tome II. pag. 298. — *Ḥaǵi Chalfa* No 12841 hat nur die Rubrik علم ملاحم ohne hier weitere Bücher über diesen Gegenstand zu nennen; *Flügel's* Übersetzung *Doctrina pugnarum magnarum* ist hier nicht treffend genug, besser schon in der Umschreibung, welche er in der Einleitung Tom. I. pag. 36 gemacht hat. Daher ist auch No 12877 im Singular ملحمة nicht durch *Strages magna Danielis*, sondern in der Kürze durch *Prophetia Danielis* wiederzugeben.

2) Es ist auffallend, dass Obeidallah von Castîlia aus nicht das näher gelegene Gebiet der Kitâma zu erreichen suchte, und sich soweit wieder entfernte; vermuthlich lagen Berberische Stämme dazwischen, welche sich nicht mit den Kitâma vereinigt und sich noch nicht für el-Schî'î erklärt hatten.

Geschenke geneigt zu machen suchte. Als aber auch dorthin die Steckbriefe des Zijâdatallah gelangten, woraus el-Jasa' erst erfuhr, dass sein Fremder derjenige sei, welchen el-Schi'í znm Oberhaupt ausgerufen hatte, warf er ihn und seinen Sohn jeden in ein besonderes Gefängniss.

Unterdess war gegen el-Schi'í ein gefährlicher Gegner aufgestanden, ein Verwandter Namens Ibrâhîm ben Chanbasch[1]), welcher freilich nicht kriegserfahren war, aber durch Austheilung von Geschenken eine Armee von 40000 Mann um sich vereinigt hatte, die sich bei seinem Vormarsche um das Doppelte vermehrte Er kam nach Constantine, wo noch grosse Abtheilungen des Stammes Kitâma, welche sich gegen el-Schi'í erklärt hatten, sich ihm anschlossen. el-Schi'í zog sich ins Gebirge zurück und verschanzte sich dort, und nachdem Ibn Chanbasch sechs Monate vergebens auf einen Angriff gewartet hatte, beschloss er selbst dazu überzugehen und ging zwei Tagereisen nach der in einer weiten Ebene gelegenen Festung Bilizma[2]) vor. el-Schi'í hatte ein auserlesenes Reitercorps zum Recognosciren ausgeschickt, welches alsbald von Ibn Chanbasch angegriffen wurde, und als el-Schi'í dies gemeldet wurde, kam er mit seiner ganzen Armee herbei und schlug die Feinde in die Flucht, nachdem sie ihr ganzes Gepäck abgeworfen hatten, welches den Siegern in die Hände fiel. Ibn Chanbasch, selbst verwundet, floh bis Keirawân und el-Schi'í schickte einen Vertrauten in der Verkleidung eines Schlächters, welcher Fleisch verkaufte, nach Sigilmâsa zu Obeidallah, um ihm von diesem Erfolge Nachricht zu geben und ihm heimlich eine grosse Summe Geldes zustecken zu lassen.

Indess fühlte sich el-Schi'í wohl nicht stark genug um schon damals diesen Sieg ganz auszunutzen, und im J. 293 sandte Zijâdatallah wieder ein Heer gegen ihn aus nach el-Urbus[3]) unter Anführung von

---

1) Verschiedene Lesarten: Chuneisch, Ḥubeisch, Ḥubaschi.

2) Mehrfach verschrieben in كرمة, كبزمة Kabûna.

3) الاربس *el-Urbus* d. i. *Laribus* drei Tagereisen von Keirawân und zwei von Tunis. *Jâcût* Bd. I. S. 184. *Edrîsi* pag. 117 fg. Man erkennt leicht, dass das anlautende *l* im Arabischen in den Artikel *el* übergegangen ist und nur bei *Bekri*,

Mudlig ben Zakarîjâ und Aḥmed ben Masrûr; diese beiden lehnten sich aber am 10. Gumâdâ II. auf und kamen am 16. d. M. mit der Armee wieder vor Keirawân an; das Volk zog hinaus und trieb sie zurück, wobei das Pferd des Mudlig stürzte und er auf der Stelle getödtet wurde; Zijâdatallah wollte sich schon selbst hinausbegeben, als er diese Nachricht erhielt, und liess nun in Keirawân und dem ganzen Districte einen Sieg verkünden. Der Grund der Auflehnung war gewesen, dass Zijâdatallah wegen eines Landgutes, gen. el-Guleidia, einen Rechtsstreit gegen ihn geführt und der Cadhi von Keirawân Gammâs ben Marwân gegen Mudlig entschieden hatte, woraus ein gegenseitiger Hass entstanden war.

Bald nachher kam ein Schreiben des Chalifen el-Muktafi an alle Bewohner Africas, Zijâdatallah zu Hülfe zu kommen und ihn in dem Kriege gegen el-Schî'î zu unterstützen. Dieses Schreiben wurde überall verlesen und Zijâdatallah zog selbst hinaus nach el-Urbus, lagerte sich westlich von der Stadt und sammelte hier ein grosses Heer; er vertheilte ungeheure Summen Geldes, jeder Mann erhielt ungezählt eine Schaale voll Dinare, liess sie sich in seine Tasche schütten, setzte sich damit zu Pferde und verschwand, ohne sich wieder sehen zu lassen. Zijâdatallah richtete seinen Marsch nach Bâgâja und nahm die Festung Ṭubna zum Stützpunkte, in welche er eine starke Besatzung legte unter dem Commando seines Kammerherrn Abul-Mukâri' Ḥasan ben Aḥmed, welchem Schabîb ben Abu Schaddâd el-Camûdî und Chafâga el-'Absî, die sehr streng waren, als Verwaltungs-Beamte zur Seite standen, mit dem Befehle gegen die Kitâma Streifzüge zu unternehmen, und es fanden hier auch mehrere Gefechte statt, in denen von beiden Seiten viele getödtet wurden.

Indess el-Schî'î bemächtigte sich in der Folge der Festung Bilizma, und Ṭubna ergab sich am letzten Tage des Jahres durch Capitulation[1]);

---

l'Afrique pag. 46 kommt die ursprüngliche Form لريس vor. Da man statt Laribus, als Ablativ gedacht, auch als Nominativ *Lares* findet, so würde die oft vorkommende Punctation الاريس el-Ares ebenso ihre Berechtigung haben.

1) So nach *Ibn 'Adsârî* pag. 136; nach *Ibn el-Athîr* VIII, 31 hielt die Stadt

der Statthalter Abul-Mukâri' Ḥasan kam ihm mit den genannten beiden Einnehmern entgegen, um ihm den vorräthigen Tribut auszuliefern; dem einen, welcher den Zehnten gesammelt hatte, gab er diesen zurück mit dem Befehl ihn den Contribuenten wieder zuzustellen, der andere hatte von den Juden und Christen die Kopfsteuer erhoben, aber nur halb soviel genommen, als er nach der Verordnung des Chalifen Omar berechtigt gewesen wäre. Diese Abgabe fand el-Schî'î in der Ordnung, nahm sie an und vertheilte sie unter seine Soldaten. Mit Ausnahme einer geringen Armensteuer wollte er von anderen Auflagen nichts wissen und erwarb sich dadurch das Vertrauen der ganzen Bevölkerung, die ihm ihre Unterwürfigkeit erklärte.

Auf die Nachricht hiervon wurde Zijâdatallah sehr bestürzt und liess el-Schî'î auf den Kanzeln verfluchen; er sammelte noch mehr Truppen und schickte von dem Sammelplatze el-Urbus, wo er sich selbst befand, einzelne Corps unter besonderen Anführern nach verschiedenen Seiten aus. Schon in der Mitte des Muḥarram 294 ging Ibrâhîm ben Habaschî' mit einer Armee wieder gegen Ṭubna vor; Hârûn Ibn el-Ṭubnî zog mit 12000 Mann nach Dâr Mallûl, einen starken Tagemarsch westlich von Ṭubna, ermordete die Bewohner, welche sich für el-Schî'î erklärt hatten, und zerstörte die hoch gelegene Citadelle. Auf dem Rückmarsche stiess er auf ein Streifcorps, welches el-Schî'î unter dem Befehl des Garraweih (oder 'Arûba) ben Jûsuf auf Recognoscirung ausgeschickt hatte. Beim Anblick desselben schraken Hârûn's Leute zusammen, erhoben ein grosses Geschrei und ergriffen die Flucht, ohne einen Kampf zu wagen. Garraweih glaubte dies sei eine Kriegslist und zögerte mit der Verfolgung, als er aber einsah, dass es wirklich eine Flucht sei, eilte er ihnen nach, und eine unzählige Menge, darunter der Anführer Hârûn, wurde getödtet. Die Stadt Tîgis ergab sich

---

Ṭubna eine schwere Belagerung aus, bis durch die an die Mauer herangebrachten Maschinen ein Thurm zum Einsturz gebracht und nach einem heftigen Kampfe die Stadt genommen wurde; die Anführer hatten sich in die Festung zurückgezogen und wurden noch belagert, bis sie capitulirten.

an Jûsuf el-Gassâní, einen General des Schî'í, und Zijâdatallah, welcher sich in el-Urbus nicht mehr für sicher hielt, übertrug den Oberbefehl über die dort versammelten Truppen an Ibrâhîm ben Aḥmed ben Abu 'Ikâl, begab sich nach Raccâda und liess diese Stadt durch eine Mauer von Backsteinen in Vertheidigungsstand setzen.

Im übrigen setzte er sein zügelloses Leben fort, machte Lustfahrten auf dem See, veranstaltete allerlei Vergnügungen und Zechgelage mit Herumstreichern, verschmitzten jungen Leuten, Sängern und Schlemmern, und wenn er ja einmal in dem Gedanken an den Untergang seines Reiches und dass der Feind schon den grössten Theil seines Landes erobert hatte, sich der Betrübniss hingeben wollte, kam einer der Lustigmacher und sagte: Mein Gebieter, kennst du nicht das schöne Lied so und so? lass es dir vorsingen, wir wollen dazu trinken, und lass diesen Trübsinn fahren. Dann erschienen die Sänger und sangen ein Lied mit dem Refrain:

Fülle den Becher und lass uns trinken, bis es genug ist.

Dadurch wurde Zijâdatallah wieder aufgeheitert, er überliess sich wieder dem Essen und Trinken und allen Vergnügungen, und seine Genossen halfen ihm darin nach. Einmal hatte einer seiner Leibpagen Namens Chaṭṭâb sich erdreistet, diesen seinen Namen auf die Gold- und Silbermünzen prägen zu lassen; das war dem Fürsten doch zu viel und er liess ihn ins Gefängniss werfen und in Ketten legen. Indess bald nachher wusste ihn eine Sängerin in einem Liede an Chaṭṭâb zu erinnern und für ihn um Begnadigung zu bitten, und er wurde durch ihren Gesang so bezaubert, dass er ihm nicht nur die Freiheit schenkte, sondern auch wieder an seinen Hof nahm.

Als el-Schî'í im Scha'bân sich der Stadt Bâgâja, drei Tagereisen von Constantine und vier von Ṭubna, bemächtigte, vermehrte sich die Besorgniss bei Zijâdatallah und er fragte Abdallah Ibn el-Çâïg um Rath, was er thun solle; dieser rieth ihm, heimlich nach Ägypten zu flüchten und in Africa einem General den Oberbefehl über die Armee zu übertragen und diesem die nöthigen Geldmittel zurückzulassen. Er ging darauf ein und befahl 500 Camele für den Transport seiner Habe an-

zukaufen; dann aber wurde er wieder zweifelhaft und fürchtete, dass das Volk gegen ihn aufstehen und sich an ihm rächen würde, und er stand davon ab. Ibrâhîm ben Ḥabaschí hatte gemerkt, was er beabsichtigte, er redete ihm zu, hielt ihm das Beispiel seiner Vorfahren vor, sprach ihm Muth ein und verhiess ihm mit Gottes Hülfe den Sieg; Zijâdatallah hörte auf seine Worte, er fühlte sich neu gestärkt und liess seine Leute mit den Camelen nach el-Urbus abziehen.

Zwischen hier und Bâgâja machte nun die Reiterei von beiden Seiten beständig Streifzüge hin und her, rings um Raccâda wurden Zelte und Barackeh aufgeschlagen und die Einwohner von Keirawân richteten Nachtpatrouillen um die Stadt ein, um sich gegen plötzliche Überfälle zu sichern; Zijâdatallah erneuerte seine Heeresmacht, suchte sich Alle durch Geschenke geneigt zu machen und begab sich im Muḥarram 295 nach Tunis, um auch dort alle seine Angelegenheiten zu ordnen.

el-Schí'í breitete unterdess seine Herrschaft immer weiter aus durch verschiedene Colonnen, die er entweder selbst führte, oder bewährten Führern anvertraute. Die Stadt Ma'ggâna, drei Tagereisen von Constantine, wurde mit Sturm genommen, der feindlich gesinnte Stamm Nafza überfallen, Tîfâsch, eine Tagereise von el-Urbus, ergab sich dem dahin gesandten Corps und eine von dort an el-Schí'í abgeschickte Deputation der Häuptlinge erklärte ihm ihre Unterwürfigkeit, nur nahm Ibrâhîm bald darauf von jenen Gegenden wieder Besitz. el-Schí'í selbst rückte über Miskijâna und Tabissa nach Madbara[1]), wo er auf eine Versammlung von Leuten aus Caçr el-Ifrîkí, Marma'ganna, Ma'ggâna und anderen Orten stiess, welche sich dorthin geflüchtet und verschanzt hatten. Als er die Belagerung und den Kampf begann, erkrankte er an Steinbeschwerden, die ihn zuweilen heimsuchten, so dass er mit sich selbst ge-

1) *Ibn el-Athîr* VIII. 33, 4. Ein sonst nicht vorkommender Name; auch in den Varianten ist kein bekannter Ort zu entdecken. Prof. *de Goeje* hält es für sicher, dass مدگرة *Madgara* zu lesen sei, welches als Name des Berber-Stammes für ihre Hauptstadt stehe, die sonst *Miliâna* heisst. Vergl. *al-Jaqubi*, pag. 99. Dann ist auch مدغرة als Ort *Ibn 'Adsârî* ١٩٧, 13 und als Stamm *Bekrí*, l'Afr. 75 ult. derselbe Name.

nug zu thun hatte und die Vorgänge nicht überwachen konnte, und während sich die Belagerten ergeben wollten und ein Theil seiner Armee die Capitulation annahm und die Festung besetzte, drang ein anderer Theil ein und fing an zu morden und zu plündern, worüber el-Schî'î sehr ungehalten wurde. Er zog dann ab und belagerte el-Caçrein (die beiden Festungen) von Camûda, deren Besatzung sich ergab.

Zijâdatallah hatte inzwischen den Oberbefehl seinem Verwandten Ibrâhîm ben Abul-Aglab übertragen, welcher auf die Nachricht, dass el-Schî'î Raccâda bedrohe, wo Zijâdatallah nur wenige Truppen hatte, el-Urbus verliess und bis Durdamîn[1]) vorging. Hierhin richtete auch el-Schî'î seinen Marsch, seine Vorhut kam mit dem Feinde ins Gefecht, eine grosse Anzahl derselben wurde getödtet, die übrigen ergriffen die Flucht, als el-Schî'î, der sich verspätet hatte, mit der Hauptarmee noch eben rechtzeitig eintraf, die Fliehenden schon durch sein Erscheinen ermuthigte und zur Umkehr brachte, so dass sie den Angriff erneuerten und unter der Armee Ibrâhîms ein Blutbad anrichteten, welches erst durch die Nacht unterbrochen wurde. el-Schî'î wandte sich nun gegen Castîlia[2]), welches sich nach einer kurzen Belagerung ergab; er nahm hier alle Schätze und Vorräthe weg, welche Zijâdatallah zurückgelassen hatte, zog dann nach Cafça[3]), dessen Einwohner um Frieden baten, kam hierauf wieder nach Bâgâja, wo er eine Besatzung zurückliess, und kehrte zuletzt in sein Winterquartier im Gebirge von Ikiǵân zurück. Diese Gelegenheit wollte Ibrâhîm benutzen, um Bâgâja wieder zu gewinnen, er erschien dort mit seiner Armee und schloss die Stadt ein; auf die Nachricht hiervon sammelte el-Schî'î in Eile ein Corps von 12000 Reitern und befahl dem Anführer, wenn er nach Bâgâja komme und Ibrâhîm wieder abgezogen sei, ihn nicht weiter zu verfolgen. Die Besatzung hatte unterdess allein sich zur Wehre gesetzt zur Bewunderung und

1) *de Goeje's* Vermuthung ist wohl nicht zweifelhaft, dass dies derselbe Ort sei, welchen *Edrîsî* p. 91 Dûr Madîn nennt, sechs Tagemärsche von Caçrein.

2) Name eines Districtes, der auch für die Hauptstadt Tauzar gebraucht wird.

3) Ein Knotenpunkt, wo die Strassen von mehreren Seiten zusammentreffen, von Keirawân 3 bis 4 Tagereisen, von Tauzar $1^1/_2$ Tagereise.

Entmuthigung der Belagerer, und als das Hülfscorps sich näherte, trat Ibrâhîm den Rückzug nach el-Urbus an, so dass jenes Corps bei seiner Ankunft keinen Feind mehr antraf und nur einige zurückgelassene Gegenstände als Beute davontrug.

Beim Anbruche des Frühlings, als das Wetter günstig wurde, sammelte el-Schî'î wiederum seine Truppen, die sich jetzt auf 200000 Mann Reiter und Fussvolk beliefen, und auch Ibrâhîm vereinigte bei el-Urbus eine zahllose Armee. el-Schî'î hatte seinen Leuten verboten Streifzüge zu unternehmen oder überhaupt ihren Platz zu verlassen, und sie blieben fast zwei Monate auf derselben Stelle ohne eine Bewegung zu machen, so dass einige meinten, er sei krank, andere sogar, er sei gestorben. Als er einmal eine Recognoscirung nach Castîlia unternehmen liess, ergriffen die dortigen Anführer Abu Muslim Mançûr ben Ismâ'îl und Schabîb ben Abul-Çârim die Flucht und zogen sich auf die Stadt Tauzar zurück; die Reiter el-Schî'î's schwärmten umher, verbrannten die Dörfer und stachen die Viehheerden nieder. Dies war die Veranlassung, dass am Hofe zu Raccâda sich eine Intrigue abspielte. Abdallah ben el-Çâïg, der Rathgeber des Zijâdatallah, war zur Zeit des Emir Ibrâhîm ben Aḥmed Secretär jenes Abu Muslim gewesen, es hatte aber zwischen ihnen immer ein schlechtes Verhältniss stattgefunden, und sobald Ibn el-Çâïg der Vertraute des Fürsten geworden war, hatte er nicht geruht, bis er Abu Muslim von seiner höheren Stellung verdrängt hatte. Jetzt mass er ihm alle Schuld an den Unglücksfällen bei Castîlia bei und wusste den Fürsten so sehr gegen ihn aufzubringen, dass er sein Todesurtheil unterschrieb und Schabîb zusandte. Dieser überreichte es selbst dem Abu-Muslim, welcher es mit grosser Gelassenheit las und dann sagte: Der unerfahrene junge Mann ist betrogen und wird sein Reich verlieren. Dann ergriff er mit der linken Hand seinen Bart und schlug mit der rechten sich selbst mehrmals an den Hinterkopf und sprach: Dies ist die Vergeltung für den, der gegen Gott ungehorsam war und den Menschen gehorchte und unschuldiges Blut vergossen hat; wenn ich ihn sich selbst überlassen und ihm nicht den Rath gegeben hätte, seine Oheime und Brüder umzubringen, so wäre von seiner Seite das nicht

über mich gekommen, was mir jetzt bevorsteht. Dann wandte er sich an Schabîb und sprach: Gewähre mir noch eine kurze Frist, bis ich mich gewaschen und zwei Gebete gesprochen habe, womit ich mein Leben beschliessen will. Dies wurde ihm gewährt, er betete und weinte, dann trat er vor und ihm wurde der Kopf abgeschlagen und sein Leichnam an's Kreuz geheftet und am zweiten Tage begraben. Dies geschah in der Mitte des Monats Çafar[1]).

Am 1. Gumâdâ II. 296 brach el-Schî'î auf, die beiden Heere stiessen auf einander, es entstand ein furchtbarer, lange anhaltender Kampf, der Sieg neigte sich schon auf die Seite der Truppen des Zijâdatallah, da wählte el-Schî'î 600 Mann zu Fuss aus und befahl ihnen, den Feind zu umgehen und im Rücken anzugreifen. Ibrâhîm hatte denselben Plan gehabt und diese beiden Corps trafen in einem Hohlwege zusammen; Ibrâhîms Leute ergriffen die Flucht und es verbreitete sich in seiner Armee schnell das Gerücht, el-Schî'î habe einen Hinterhalt gelegt, wodurch die einzelnen Schaaren veranlasst wurden, sich eiligst davon zu machen und sich in ihre Gebiete zu zerstreuen. Ibrâhîm entkam mit einigen, die ihm treu geblieben waren, nach Keirawân; el-Schî'î machte viele Gefangene, erbeutete Pferde, Lagergeräthe und andere Dinge und zog am 23. Gumâdâ II. in el-Urbus ein, wo ein allgemeines Blutbad angerichtet wurde. Ein grosser Theil der Einwohner hatte sich in die Moschee geflüchtet und hier wurden über 3000 Personen[2]) niedergemetzelt, so dass das Blut in Strömen floss; die Stadt wurde den Soldaten zur Plünderung preisgegeben, dann ging el-Schî'î nach Bâgâja zurück, weil er fürchtete, dass sämmtliche Africaner sich gegen ihn vereinigen würden.

---

1) Ob in dieser aus verschiedenen Quellen zusammengetragenen Erzählung der Begebenheiten immer die richtige Reihenfolge beobachtet ist, wage ich bei der spärlichen Angabe der Zeitbestimmungen nicht zu behaupten.

2) So *Ibn el-Athîr* Tom. VIII. pag. 35; bei *Ibn 'Adsârî* pag. 143 übertrieben in 30000, soviel konnten unmöglich an einem Tage von Morgen bis Abend umgebracht werden.

Zijâdatallah erhielt die Nachricht von dieser Niederlage in Raccâda am folgenden Morgen, Sonntag den 24. Ǧumâdâ II.[1]); vor Schrecken liess er das, was er in der Hand hielt, auf die Erde fallen, er wusste, dass er nun sein Reich verlassen müsse. Ibn el-Çâïg suchte noch das Gerücht davon zu dämpfen und liess vielmehr einen grossen Sieg ausrufen; zum Beweise hatte er in die Kerker geschickt und den Gefangenen die Köpfe abschlagen lassen, welche nun als die Köpfe der erschlagenen Feinde öffentlich gezeigt wurden. An den Thoren von Raccâda liess er bekannt machen, dass jeder Reiter, welcher sich wollte anwerben lassen, ein Handgeld von 20 Dinaren, ein Fussgänger 10 Dinare bekommen solle. Allein das Volk liess sich nicht täuschen, die eiligen Zurüstungen zur Flucht, welche im Schlosse selbst getroffen wurden, liessen keinen Zweifel. Ibn el-Çâïg versuchte noch einmal Zijâdatallah zu bewegen, dass er dableiben möchte, dieser aber erklärte gerade heraus, dass er ihn für einen Verräther halte, der mit el-Schî'î im Einvernehmen stehe. Er liess alle seine Habe auf die bereit gehaltenen Camele packen, auch ein Theil seiner Frauen wurde mitgenommen. Ein junges Mädchen, welches keinen Platz mehr hatte finden können und zurückbleiben sollte, ergriff im letzten Augenblicke der Abreise die Harfe und sang (aus einem älteren Liede):

Nie werde ich den Tag des Abschiedes vergessen, als sie da stand
die Augen in Thränen gebadet,
Und als sie sprach, da der Zug sich in Bewegung setzte:
du verlässest uns, o Herr, und gehst davon?
In Gottes Schutz befehle ich eine Gazelle, die über die Trennung
trauert, und mir macht die Trennung brennende Qualen.

Zijâdatallah's Augen füllten sich mit Thränen, als er diese Worte von ihr hörte, aber im Drange der Umstände und in seiner gedrückten Lage konnte er sie nicht mitnehmen[2]). — Da bedenkliche Unruhen entstanden,

1) In diesem Jahre fiel nach unserer Rechnung der Sonntag auf den 25. Ǧumâdâ II., indess abgesehen davon, ob ein Datum vor oder nach Sonnenuntergang, wo schon der folgende Tag beginnt, bestimmt ist, differirt die Africanische Rechnung meistens um einen Tag.

2) So *Ibn 'Adsârî* pag. 144; nach *Nuweirî* in der Note von *Noel des Vergers*

wurde schon die nächste Nacht auf den Montag für den Aufbruch bestimmt, und während das letzte Abendgebet gehalten wurde, schwang sich Zijâdatallah auf sein Pferd, zog sein Schwerdt, um sich nöthigen Falls einen Weg durch die Menge zu bahnen, und indem er die Camele vorangehen liess, stellte er sich an die Spitze seiner Frauen und Kinder, verliess Raccâda und begab sich nach Tripolis und nach einem Aufenthalte von 17 oder 19 Tagen von da nach Ägypten[1]).

Ibn el-Çâïg dachte noch für sich und seine Umgebung zu sorgen und hatte mit einigen Verwaltern öffentlicher Gelder verabredet, dass sie dreissig Camele jedes mit 6000 Mithkâl beladen und sich dann an einen bestimmten Ort begeben sollten, wo sie sich treffen wollten; indess die Verwalter hintergingen ihn, sie schlugen bei Nacht einen anderen Weg ein und zogen nach Sûsa, wo sie aber von dem Präfecten Ibn el-Ḥamdâní festgenommen wurden, welcher das Geld in die Burg bringen liess, bis es den Schî'íten in die Hände fiel. Ibn el-Çâïg ging zu Schiff, um sich nach dem Orient oder nach Sicilien zu begeben, wurde aber durch widrige Winde nach Tripolis verschlagen, wo sich Zijâdatallah damals noch aufhielt. Dieser liess ihn vor sich kommen und machte ihm Vorwürfe, dass er ihn verlassen habe, er entschuldigte sich, dass er in der Verwirrung und Angst ihm nicht habe folgen können, und Zijâdatallah wollte ihm das Leben schenken, jedoch seine ganze Umgebung bestand auf seinen Tod, und ein Schwarzer Namens Râschid erhielt den Befehl ihm den Kopf abzuschlagen.

Am Morgen nach der Flucht des Emir entstand vollständige Anarchie, ein grosser Theil der Einwohner von Raccâda war nach Keirawân geflüchtet, dagegen kamen die aus Keirawân und plünderten in Raccâda

---

zu *Ebn Khaldoun*, hist. de l'Afrique, pag. 154 und dessen Hist. des Berbères par *de Slane*, Tome 1. pag. 442, liess Zijâdatallah einem Maulthiere seine Ladung abnehmen und sie darauf setzen.

1) Seine ferneren Schicksale verfolgen wir hier nicht weiter, das Wesentlichste davon ist schon in der Abhandlung über die Statthalter von Ägypten, Abth. IV. S. 9 (Bd. 21.), gesagt.

alles, was noch zurückgelassen war. Ibrâhîm ben el-Aglab, welcher nun auch sich dahin begeben und von dem Palast Besitz genommen hatte, dachte diese Lage zu benutzen und sich selbst zum Emir ausrufen zu lassen, allein das Volk wollte davon nichts wissen und er musste froh sein, dass er ohne weiteren Unfall nur von Verwünschungen begleitet[1]) zum Thore hinauskommen und sich Zijâdatallah anschliessen konnte.

Sobald el-Schî'î erfuhr, dass Zijâdatallah geflohen sei, brach er von el-Urbus auf[2]), um sich nach Keirawân zu begeben; die Leute waren in grosser Angst und für ihr Leben besorgt und die Gelehrten und Angesehenen der Stadt wollten ihm entgegen gehen, indess durch die Dazwischenkunft des Maḥbûb ben Abd rabbihi el-Hawwârî trennten sie sich wieder bei dem Orte Ḥafç Bârûcas zwischen der Stadt Galûlâ und den Bädern el-Surâdik und kehrten am Mittwoch d. 27. Gumâdâ II. in der niedergedrücktesten Stimmung in die Stadt zurück. Sie richteten dann ein Schreiben an el-Schî'î, worin sie ihre Lage schilderten und sich entschuldigten und ihn baten einen Ort zu bestimmen, wo sie ihn treffen könnten; er bezeichnete ihnen den Canal bei Mamas auf den Sonnabend. Er schickte nun den Garraweih ben Jûsuf el-Malûsî mit einer Abtheilung Reiterei ab, um die Stadt Raccâda zu besetzen und das Eigenthum zu sichern, und dieser zog Freitag den letzten Gumâdâ II. dort ein; er traf die Leute frei aus- und eingehen und nur dies hinderte er durch die Sperrung der Thore, damit sie nichts mehr fortschleppen könnten, sonst war er sehr leutselig. el Schî'î folgte mit sieben Armeecorps, angeblich 300000 Mann, Reiter und Fussvolk, und hielt seinen Einzug Sonnabend Morgens den 1. Ragab. Die Gelehrten, Vornehmen und angesehenen Kaufleute aus Keirawân waren ihm bis an den bezeichneten Canal bei Mamas entgegen gegangen, begrüssten ihn, bezeigten ihm ihre Ehrerbietung und baten um Gnade; er sicherte ihnen Amnestie zu

---

1) Das Arabische Wort heisst auch „mit Steinwürfen verfolgt".

2) Also war er nach dem Rückzuge nach Bâgâja (S. 26) am anderen Tage wieder nach el-Urbus vorgegangen.

und versprach nach Recht und Billigkeit zu verfahren. Früher hatte er den Anführern und Mannschaften der Kitâma versprochen, dass er ihnen Keirawân überantworten werde, wo sie schalten und walten und das ganze Besitzthum der Einwohner unter sich theilen könnten. Als sie jetzt hörten, dass er sie amnestirte, wurden sie darüber unwillig, redeten ihn darauf an und erinnerten ihn daran, was er ihnen versprochen hatte, doch als Antwort citirte er ihnen den Koranvers (Sure 48, 21): „der anderen (Beute) habt ihr euch noch nicht bemächtigt, aber Gott hat sie schon in Sicherheit gebracht", und er setzte hinzu: dies ist Keirawân. Da beruhigten sie sich. Er liess dann das Heer rings um die Stadt Raccâda sich lagern und ging hinein, indem ein Vorleser die Worte las (Sure 29, 2): Er war es, welcher die ungläubigen Schriftbesitzer (Juden) aus ihrem Lande trieb bei der ersten Vertreibung — bis ans Ende des Verses, und (Sure 44, 24): Wie viele Gärten und Quellen haben sie verlassen, — bis ans Ende der Sure. Er stieg in dem so gen. Burgschloss ab und da alle Cassen leer waren, sandte er Garraweih ben Jûsuf nach Sûsa, welcher die Einwohner begnadigte und auf 28 Camelen die dort aufbewahrten Schätze herbeiholte. Auch die Angehörigen der Familie Aglab und ihre Führer, welche Zijâdatallah zurückgelassen hatte, wurden begnadigt; nur die Neger-Sklaven dieser Familie wurden umgebracht, und ein persönlicher Feind Ibrâhîm el-Tamîmî mit dem Beinamen el-Kaus wurde erdrosselt, als er festgenommen werden sollte, und el-Schî'î sagte später: ich hielt mich in Africa nicht für sicher, bis ich el-Kaus aus der Welt geschafft hatte.

el-Schî'î schickte dann nach Tripolis und liess seinen Bruder Abul-'Abbâs holen, welcher aus Keirawân entkommen, aber in Tripolis wieder eingefangen war, so auch dessen Begleiter Abu Ga'far el-Chazragî und die Mutter des Obeidallah, die bei el-Chazragî lebte. Zum Statthalter von Keirawân wurde el-Ḥasan ben Aḥmed Ibn Abu Chinzîr ernannt und er erhielt den Befehl alle zu tödten, welche bei Nacht ihre Wohnungen verliessen oder berauschende Getränke tranken oder bei sich führten. Die Statthalterschaft der Stadt *el-caçr el-cadîm* (Altenburg) erhielt Chalaf ben Aḥmed, der Bruder des Ḥasan Ibn Chinzîr, mit dem-

selben Befehle. Bei dem Gebetausruf liess el-Schi'í nach dem „Herbei zum Gebet!" noch „Herbei zu dem besten Werke" hinzusetzen und bei dem Frühgebet die Worte „Beten ist besser als schlafen" weglassen. Die in Raccâda geplünderten Werthgegenstände mussten eingeliefert werden, die Sklaven des Zijâdatallah wurden zusammengebracht und für den Unterhalt seiner Sklavinnen gesorgt; die Aufsicht hierüber erhielt Aḥmed ben Farruch el-Ṭubní. Vorstand der Münze wurde der Philosoph Abu Bekr gen. Ibn el-Camûdí, das Gepräge der Münzen lautete: Gelobt sei Gott, der Herr der Welten, und sie hiessen Seijidia. Die Inschrift des Siegelringes des Schi'í war (Sure 27, 81): „Also setze dein Vertrauen auf Gott, denn da stützest du dich auf die lautere Wahrheit"; und auf dem Siegel, welches auf die Decrete gedruckt wurde, stand (Sure 6, 115): „Vollkommen sind die Worte deines Herren in Wahrheit und Gerechtigkeit, Niemand soll an seinen Worten etwas ändern, und er hört und weiss alles." Das auf dem Hintertheil der Pferde eingebrannte Zeichen war: „das Reich ist Gottes." Auf den Fahnen stand geschrieben (Sure 54, 45): „In die Flucht wird geschlagen werden die gesammte Rotte und wird den Rücken kehren"; oder (Sure 17, 83): „Die Wahrheit ist gekommen und die Lüge vergangen, denn die Lüge ist vergänglich", und viele Verse aus dem Koran in ähnlichem Sinne. Er befahl in dem öffentlichen Gebete auch des 'Alí ben Abu Ṭâlib zu gedenken nach dem Gebete für den Propheten, Fâṭima, Ḥasan und Ḥusein; er zeigte offen seine Anhänglichkeit an 'Alí und seine Abneigung gegen diejenigen, welche einen anderen der Begleiter Muḥammeds höher stellten als ihn. Die Lehre über die Bevorzugung 'Alí's d. i. die Lehre der Schi'íten gewann bald Eingang unter den Angesehenen des Stammes Kitâma und dann auch unter dem Volke, man nannte sie Orientalismus, weil man darin einem aus dem Orient gekommenen Manne folgte.

---

Vorstehendes ist die Erzählung nach *Ibn 'Adsâri* pag. 146; bei *Ibn el-Athir* VIII, 35 liest man über die Ereignisse nach der Flucht des Zijâdatallah in einigen Punkten abweichend oder ergänzend folgendes:

el-Schi'í hatte bei Sabîba, zwei Tagereisen von Keirawân, Halt gemacht; als er erfuhr, dass Zijâdatallah geflohen sei, brach er auf, lagerte dann im Wâdil-Naml, Ameisen-Thal, und schickte Garraweih ben Jûsuf und Ḥasan Ibn Abu Chinzîr mit Tausend Reitern vorauf nach Raccâda. Sie fanden die Leute mit plündern beschäftigt, stellten Ruhe und Ordnung wieder her, traten aber Niemandem hindernd entgegen, sondern liessen einem jeden, was er mit sich genommen hatte. Die Nachricht hiervon verbreitete sich rasch nach Keirawân, wo man darüber sehr erfreut war. Die Gelehrten und Vornehmen der Stadt gingen el-Schi'í entgegen, und als sie ihn trafen, grüssten sie ihn und wünschten ihm Glück zu seinem Siege, er erwiederte ihren Gruss höflich, unterhielt sich mit ihnen und versprach ihnen Sicherheit ihres Lebens und Eigenthums. Sie waren über seine Leutseligkeit ganz verwundert, freuten sich und tadelten Zijâdatallah wegen seiner Schlechtigkeiten, worauf er ihnen erwiederte: Er war nur ein kräftiger Mann und hatte Selbständigkeit und eine grosse Macht, und liess sich darin keine Beschränkung auflegen, aber dem Rathschluss Gottes kann man weder ausweichen, noch sich ihm widersetzen. Da hielten sie ihre Rede im Zaume und kehrten nach Keirawân zurück.

Sonnabend den 1. Ra'gab 296 hielt el-Schi'í seinen Einzug in Raccâda; er bezog eines der Schlösser, vertheilte die von den Einwohnern verlassenen Häuser an die Kitâma und liess eine allgemeine Amnestie bekannt machen, worauf die Leute nach ihren Wohnplätzen zurückkamen; dann schickte er neue Präfecten in die Provinzen und liess die Übelgesinnten aufgreifen und hinrichten. Was Zijâdatallah an Werthgegenständen, Waffen u. d. gl. noch zurückgelassen hatte, wurde zusammengebracht; es waren auch noch viele junge Mädchen von besonderer Schönheit zurückgeblieben und auf seine Frage, wem er die Sorge für sie anvertrauen könne, wurde ihm eine fromme Matrone genannt, welche Zijâdatallah gehabt hatte; er liess sie kommen, empfing sie gnädig und übertrug ihr die Aufsicht über sie und sorgte für alle ihre Bedürfnisse, ohne eine von ihnen gesehen zu haben. Am nächsten Freitag, als in Keirawân und Raccâda der öffentliche Gottesdienst gehalten wurde,

durfte in dem Gebete kein Name eines Regenten genannt werden; auch die Münzen, welche geprägt wurden, hatten keinen Namen, sondern auf der einen Seite stand: „Der Rathschluss Gottes ist erfüllt", auf der anderen: „die Feinde Gottes mögen zerstreut werden"; die Inschrift für die Waffen lautete: „Rüstzeug für die Sache Gottes"; das auf den Hintertheil der Pferde eingebrannte Zeichen war: „das Reich ist Gottes". Sein Anzug bestand wie bisher aus einem rauhen Unterzeug und seine Mahlzeit aus weniger, harter Kost.

---

In Tripolis hatte Zijâdatallah den Abul-'Abbâs noch angetroffen, ihn zu sich kommen lassen und noch einmal ins Verhör genommen, ob er der Bruder des Schî'î sei; er blieb standhaft dabei, dass er ein Kaufmann sei und el-Schî'î nicht kenne, worauf er ihn frei liess, und el-Schî'î freute sich sehr, als er endlich in Raccâda ankam. Er war ein schwatzhafter, geistig etwas beschränkter Mensch und wollte in Keirawân, wahrscheinlich zur Vergeltung für seine Gefangenschaft, alle diejenigen ausrotten, welche der Lehre der dortigen Gelehrten folgten. Sein Bruder gab ihm darin freilich nicht nach, ernannte ihn aber doch zum Statthalter von Africa, stellte ihm indess den Abu Zâkî Tammâm ben Mu'ârik el-Aġâbî an die Seite.

el-Schî'î hatte nun schon seit Jahren öffentlich ausgesprochen, dass seine ganze Sorge und Thätigkeit nur darauf gerichtet sei, Obeidallah zum Oberhaupt der Muslimen zu machen und seine Rechte auf das Imamat und seine Lehre zur allgemeinen Anerkennung zu bringen, und nachdem die Hauptfeinde, die Aglabiten, gestürzt und vertrieben und die grössten und angesehensten Berber Stämme ihm beigetreten waren, kam es nur darauf an, den Imâm aus seiner Gefangenschaft in Siǧilmâsa zu befreien. Die Anwerbungen und Rüstungen zu einem Zuge dahin waren ungeheuer und an einem Donnerstag in der Mitte des Ramadhân 296 brach ein Heer, ausgedehnt wie die Heuschrecken, von Raccâda auf. In dem Gefolge befanden sich auch mehrere ausgezeichnete Gelehrte, welche für die Verbreitung der Glaubenslehre der Schî'îten

wirkten, wie Ibrâhîm ben Muḥammed el-Scheibâní gen. Abul-Jasar der Secretär, der Arzt Zijâd ben Chalfûn, ein Freigelassener der Aglabiten Familie; als Soldat zu Fuss machte den Feldzug mit Aḥmed ben Muḥammed ben Sîrîn, ein Rechtsgelehrter nach den Grundsätzen der Lehre der 'Irakaner[1]), der sich durch die Geltendmachung der Rechte des Imâm ein besonderes Verdienst zu erwerben hoffte und zur Belohnung für seinen Eifer in der Folge zum Cadhi von Barca ernannt wurde. Ganz Magrib erbebte vor einem solchen Heere, der mächtigste Stamm der Zanâta fürchtete sich, andere wichen dem Zuge nach beiden Seiten aus und schickten Abgeordnete, um ihre Unterwürfigkeit zu erklären. Um keinen Feind im Rücken zu lassen, war das nächste Ziel Tâhart, wo die Banu Rustam seit 130 Jahren ein kleines unabhängiges Reich besassen. Die Stadt ergab sich auf Gnade und Ungnade, der damalige Fürst Jacdhân ben Abul-Jacdhân und mehrere Mitglieder seiner Familie wurden hingerichtet, ihre Köpfe nach Raccâda geschickt und erst hier, dann auch in Keirawân in den Strassen umhergetragen und zuletzt am Thore von Raccâda aufgesteckt. Die Verwaltung der Provinz Tâhart wurde von el-Schî'î dem Abu Ḥamîd Dawwâs ben Çaulât el-Lahîdhî und Ibrâhîm ben Muḥammed el-Jemâní gen. el-Hawwârî mit dem Beinamen „der kleine Herr" übertragen.

Als el-Jasa' ben Midrâr, Emir von Sigilmâsa, von diesen Vorgängen Nachricht erhielt, liess er den gefangenen Obeidallah nochmals über seine Abkunft und sein Verhältniss zu el-Schî'î fragen, und ob dieser seinetwegen heranzöge; Obeidallah betheuerte, dass er el-Schî'î nie gesehen habe und ihn nicht kenne. Ebenso geschah es mit seinem Sohne Abul-Câsim, welcher dieselbe Antwort gab wie sein Vater, und sie wurden in strenger Einzelhaft gehalten in den oberen Zimmern der Mirjam, der Tochter des Midrâr; einige Diener, welche sie noch bei sich hatten, wurden verhört und gefoltert, aber sie legten kein Geständniss ab. Sobald el-Schî'î dies erfuhr, war er sehr besorgt für das Leben der Gefangenen und

1) 'Irakaner heissen die Anhänger des Abu Ḥanîfa. Vergl. *Schahrastâni* übers. von *Haarbrücker*. Th. 1. S. 243.

schickte an el-Jasa' ein freundliches Schreiben, worin er ihn versicherte, dass er nicht komme um Krieg gegen ihn zu führen, er habe wichtigere Pläne, und er machte ihm schöne Versprechungen. el-Jasa' warf das Schreiben zu Boden und liess die Abgesandten umbringen. el-Schî'î machte einen zweiten Versuch, um ihn durch Güte zu gewinnen aus Besorgniss für Obeidallah, dessen Namen er aber gar nicht erwähnte; auch diesmal wurde der Abgesandte getödtet. Nun beschleunigte el-Schî'î seinen Marsch und als er vor der Stadt erschien, kam el-Jasa' heraus, es wurde Sonntag den 6. Dsul-Ḥiggа den ganzen Tag gekämpft und man trennte sich, ohne dass eine Entscheidung erfolgt war; sobald indess die Nacht anbrach, ergriff el-Jasa' mit seiner Familie und den Söhnen seines Oheims die Flucht. el-Schî'î brachte die Nacht in grosser Sorge zu, da er nicht wusste, wie es Obeidallah und seinem Sohne ergangen sein möchte, bis am Morgen die Einwohner herauskamen und ihm meldeten, dass el-Jasa' geflohen sei. Da zog el-Schî'î mit seinem Gefolge ein, begab sich sogleich an den Ort, wo Obeidallah sich aufhielt, und als er ihn sah, fiel er vor ihm nieder und vergoss Freudenthränen[1]). Dann führte er ihn und seinen Sohn hinaus und stellte ihn

1) Hier ist eine ganz verschiedene höchst auffallende Nachricht einzuschalten, welche *'Gamâl ed-Dîn* und *Ibn Challikân* Nr. 365 erwähnen, ersterer freilich mit einem „man sagt". „Als nämlich el-Jasa' sich von dem Schlachtfelde zurückzog, verbot el-Schî'î ihn zu verfolgen; jener ging in die Stadt, raffte seine Habe zusammen, nahm seine Familie mit sich und floh unter dem Schutze der Nacht. Man sagt, er habe die bei ihm gefangen gehaltenen Personen umbringen lassen und als el-Schî'î hinkam und dies erfuhr, fürchtete er sich vor den Kitâma, weil er ihnen versprochen hatte, dass er ihnen den Mahdi herausführen werde, welcher nach seiner Behauptung die ganze Erde beherrschen würde. Er war nun in Angst, dass er mit Schande bestehen und von ihnen umgebracht werden und damit sein ganzes Streben in Nichts zerfallen könnte. Er nahm also einen Jüdischen Sklaven, den er bei dem Ermordeten antraf und der ihn bedient hatte, führte ihn hinaus und stellte ihn der versammelten Menge vor mit den Worten: Dies ist euer Imâm und der Imâm der Ismâ'îliten".

An sich hat diese Erzählung nichts unwahrscheinliches, im Gegentheile es wäre auffallend, wenn el-Jasa' sich an dem, welchen er für die Ursache seines Un-

seinen Begleitern vor, indem er sprach: Dies ist mein und euer Imâm, Gott hat seine Verheissung erfüllt, er hat ihm Gerechtigkeit wiederfahren lassen und seine Sache ans Licht gebracht. Die Menge brach in einen unbeschreiblichen Jubel aus, als wenn sie von Sinnen kommen wollte, er liess beide zu Pferde steigen, ging ihnen mit den Häuptern der Stämme zu Fuss voran und führte sie in ein Zelt, welches mittlerweile aufgeschlagen war. Zum Statthalter von Sigilmâsa ernannte Obeidallah den Ibrâhîm ben Gâlib el-Mazâtí und liess bei ihm 500, nach anderen 2000 Reiter der Kitâma zurück, und 40 Tage nach der Einnahme der Stadt brach er in der Mitte des Muḥarram 297 mit seiner Armee wieder auf, nachdem noch kurz zuvor der Berber-Stamm der Banu Châlid durch eine Gesandtschaft seine Unterwürfigkeit erklärt hatte. Schon wenige Wochen nachher, Dienstag d. 3. Rabí' I.[1]) empörten sich die Einwohner von Sigilmâsa, ermordeten den Ibrâhîm ben Gâlib und setzten el-Fatḥ mit dem Beinamen Wâsâl, einen Prinzen aus einer Seitenlinie der abgesetzten Regentenfamilie Midrâr, als Emir ein.

In Târhart hatte unterdess Muḥammed ben Chazar ben Çîlât el-Zanâtí einen Aufstandsversuch gemacht; er war dahin gekommen in der

---

glücks halten musste, nicht gerächt hätte, da er in seiner Gewalt war. Nur sein Sohn Abul-Câsim und el-Schî'í selbst kannten Obeidallah persönlich und eine Täuschung war daher leicht möglich. Allein es muss als ganz unmöglich angesehen werden, dass ein Jüdischer Sklav in die Lehren und Absichten der Schî'íten so weit eingeweiht war, um die Rolle eines Imâm übernehmen und so glänzend durchführen zu können, wie es geschehen ist, und dass der schlaue Schî'í später, als er wohl wusste, dass er seinen Einfluss auf Obeidallah verloren habe, und für sein eigenes Leben besorgt sein musste, jenem nicht sollte zuvorgekommen sein und ihn auf die eine oder die andere Art unschädlich gemacht haben, ehe er selbst durch ihn bei Seite geschafft wurde. Wir tragen also kein Bedenken, diese Erzählung für eine Erfindung der Gegner zu halten.

1) Dieses Datum hat *Ibn 'Adsârî* S. 154 und drückt es S. 156 in anderer Weise aus, dass der eingesetzte Statthalter Ibrâhîm nach 50 Tagen ermordet sei, mithin war die Ernennung drei Tage vor dem Abmarsche erfolgt. Man könnte vermuthen, dass bei *Ibn Chaldûn* in der Übersetzung Tome I. pag. 263 *Deux années plus tard* ein Schreibfehler sei für *Deux mois*, allein im Arabischen Text Tome I. pag. 169 steht ausdrücklich die Jahreszahl 98, die nach *Ibn Adsârî* unrichtig ist.

Absicht sich der Stadt zu bemächtigen, den Statthalter Dawwâs zu vertreiben und el-Schî'î bei seiner Rückkehr den Weg abzuschneiden. Er zog die angesehene Familie der Banu Dalûs ins Complot und sie sagte ihm ihre Unterstützung zu, indess der Plan wurde verrathen und Dawwâs liess die Familie verhaften und in der Burg der Bazfaġâna[1]) in Alt-Tâhart, fünf Meilen westlich von der neuen Stadt, einkerkern. Muḥammed ben Chazar begann dennoch den Kampf, und bemächtigte sich einiger Häuser in der Vorstadt von Tâhart, und als Dawwâs dies sah, flüchtete er zu Ibn Ḥamma in dessen Schloss[2]). Die Bewohner der Burg der Bazfaġâna fielen jetzt über die bei ihnen gefangen gehaltene Familie Dalûs her und tödtete sie, und das Volk von Tâhart vertrieb den Muḥammed ben Chazar, verfolgte ihn und tödtete auch ihn, dann wurde Dawwâs davon benachrichtigt und kehrte zurück.

Obeidallah hatte den flüchtigen Emir el-Jasa' und seine Verwandten verfolgen lassen, sie hofften bei den Banu Châlid eine Zuflucht zu finden, wurden aber von ihnen gegen die Verheissung ihrer Sicherheit und Straflosigkeit an Obeidallah ausgeliefert, welcher sie in Fesseln mit sich fortführte. Als sie nach der Stadt Arfâ kamen und die Geschichte mit Muḥammed ben Chazar erfuhren, wussten sie ihrer Haft zu entkommen und gingen in die Wüste; el-Jasa' indess, welcher krank war, wurde eingeholt, zurückgebracht und auf Obeidallah's Befehl getödtet.

Um dieselbe Zeit während des Rückmarsches im Monat Çafar fand auch in Keirawân eine öffentliche Hinrichtung statt. Die beiden Rechtsgelehrten Ibrâhîm ben Muḥammed el-Dhabbî gen. Ibn el-Birdsaun und Abu Bekr Ibn Hudseil, in mancherlei Wissenschaften sehr bewanderte

---

1) Bei *Bekrî*, l'Afrique pag. 67 u. 69 heisst der Stamm *Barkaġânna*.

2) Nach *Ibn 'Adsârî* pag. 154 ist ابن حَمَّة der Name des Besitzers des Schlosses oder des Schlosscommandanten, wenn man annehmen will, dass das Schloss in der Stadt lag, dann wäre aber nicht nöthig gewesen an ihn zu schreiben; es scheint also ein Schloss im Besitz des Ibn Ḥamma in der Nähe der Stadt gewesen zu sein. *Nicholson* pag. 109 hat übersetzt: *to the castle of the son of his father-in-law*, er las also ابن حَمِيه, was besser ابن حميه lauten würde.

Männer, waren bei dem Statthalter Abul-'Abbâs denuncirt, dass sie auf die Regierung geschmäht und 'Alí ben Abu Ṭâlib mit Abu Bekr, Omar und Othmân auf eine Stufe gestellt hätten; Muḥammed el-Kilâ'í, ein bei den Schí'íten wegen seiner milden Gesinnung beliebter Mann, und seine Freunde, welche der Lehre der 'Irakaner zugethan waren, hatten diese Denunciation angebracht. Abul-'Abbâs liess die beiden ins Gefängniss werfen und ertheilte dem Ibn Abu Chinzîr den Befehl, sie hinzurichten, nachdem Ibrâhîm Ibn el-Birdsaun vorher noch 500 Peitschenhiebe bekommen haben würde, weil die Aussage gegen ihn gehässiger und die Beschuldigung grösser war. Ibn Abu Chinzîr irrte sich in der Person und liess Ibn Hudseil auspeitschen und dann umbringen, während Ibn el-Birdsaun ohne weitere Strafe getödtet wurde. Ihre Leichen wurden nackend durch die Hauptstrasse von Keirawân geschleift und dann an's Kreuz geschlagen und Abul-'Abbâs machte darüber einen Bericht an seinen Bruder el-Schí'í. Dieser war darüber sehr aufgebracht gegen ihn, tadelte ihn und antwortete: Du hast uns einen sehr schlechten Gefallen gethan der Stadt und dem Volke gegenüber, eine solche Zurechtweisung war von unsrer Seite nicht nöthig. — Noch auf dem Wege schickte Obeidallah nach Îkiǵân, liess durch eine Karawane die dort vorhandenen Schätze herbeiholen und nahm sie mit sich.

---

## I. Obeidallah el-Mahdî.

Im dritten Zehnt[1]) des Monats Rabí' II. 297 (Anfang Januar 910 Chr.) langte Obeidallah vor Raccâda an; die Einwohner der Stadt und die von Keirawân waren ihm entgegen gegangen, mehrere Gelehrte und Vornehme näherten sich ihm und brachten ihm ihre Huldigung dar, sie wünschten ihm Glück, bezeigten ihre Freude über seine Ankunft und baten ihn, das Versprechen der Amnestie zu wiederholen; er entgegnete:

---

1) So nach *Ibn 'Adsârî*; nach *'Gamâl ed-Dîn* Donnerstag den 21. Rabî' II., wobei Wochentag und Datum nicht zusammen passen.

„Ihr und eure Kinder seid eures Lebens sicher", von Eigenthum erwähnte er nichts. Desshalb wiederholten einige die Bitte, die Sicherheit auch für ihr Eigenthum zu gewähren, da wandte er sich von ihnen ab und die Einsichtigeren fürchteten ihn seit dieser Zeit. — Bei seinem Einzuge trug er ein dunkelseidenes Gewand und einen eben solchen Turban und ritt ein braunes Pferd, hinter ihm sein Sohn Abul-Câsim trug ein gelbseidenes Gewand und einen solchen Turban und ritt einen Fuchs, el-Schî'î vor Obeidallah trug ein helles Gewand, leinenen Überwurf und Turban und eine Alexandrinische Schärpe, ritt einen Schecken und hatte in der Hand ein Tuch, womit er sich den Schweiss und Staub vom Gesichte abwischte[1]). Das Volk um ihn und vor ihm grüsste ihn, er erwiederte den Gruss huldvoll und befahl ihm, sich nach Hause zu begeben. Er stieg in dem so gen. Schlosse el-Çaḥn ab, sein Sohn in dem Schlosse des Abul-Fatḥ. Am nächsten Freitag[2]) wurde in dem Gebete in den Moscheen sein Name genannt mit dem Beinamen el-Mahdî, Fürst der Gläubigen, und damit war nicht blos die völlige Lostrennung von der Herrschaft der 'Abbasiden zu Bagdad ausgesprochen, sondern die Gleichberechtigung mit ihnen, ja die Superiorität über sie in Anspruch genommen. Nach dem Gottesdienste nahm ein Mann, der sich Scherîf nannte, in der Moschee Platz und liess durch seine Helfer die Leute mit Gewalt herbeiführen und auffordern, sich zu ihrem Glauben zu bekennen; wer dem folgte, erhielt eine Belohnung, und wer sich widersetzte, wurde ins Gefängniss abgeführt. Nur wenige traten ihrer Lehre bei, viele, welche der Aufforderung nicht Folge leisten wollten, wurden getödtet. el-Schî'î stellte Obeidallah die zurückgebliebenen Frauen des Zijâdatallah vor, er wählte aus ihnen eine Anzahl für sich aus, die übrigen vertheilte er unter die angesehensten der Kitâma.

---

1) Nach *Ibn el-Athîr* VIII, 38 schritt ihm el-Schî'î mit den Häuptlingen der Kitâma zu Fuss voran.

2) *Ibn Challikân* No. 365 sagt „Freitag d. 20. Rabî' II., was man als richtig annehmen kann, wiewohl dann der 19. als Tag der Ankunft nicht in das dritte Zehnt des Monates fiel.

Zunächst wurden dann die Regierungs- und Verwaltungs-Bureaux eingerichtet, die Beamten ernannt und neue Statthalter in die Provinzen geschickt: Nach Sicilien kam noch vor Ablauf des Jahres el-Ḥasan ben Aḥmed Ibn Abu Chinzîr[1]); zu Kammerherrn wurden ernannt Abul-Fadhl Ga'far ben 'Alí, Abu Aḥmed Ga'far ben 'Obeid, Abul-Ḥasan Ṭeijib ben Ismâ'îl gen. el-Ḥâdhim und Abu Sa'îd Othmân ben Sa'îd gen. Muslim aus Sigilmâsa; die Stelle des Staatssecretär erhielt Abul-Jasar Ibrâhîm ben Muḥammed el-Scheibâní aus Bagdad, Schatzmeister wurde Abu Ga'far el-Chazarí, Steuerdirector Abul-Câsim Ibn el-Cadîm, Münzdirector Abu Bekr Ibn el-Camûdí, Almosenier 'Abdûn ben Ḥabâsa, Câdhi von Raccâda Aflaḥ ben Hârûn el-Malûsí und Câdhi von Keirawân el-Marwazí. An den Moscheen, grossen Cisternen, Schlössern und Brücken liess Obeidallah die Namen ihrer Erbauer ausmerzen und seinen Namen an ihre Stelle setzen. Er kekannte seine Schí'ítischen Lehren offen und schmähte auf die Begleiter Muḥammeds und seine Frauen mit Ausnahme von 'Alí ben Abu Ṭâlib, el-Micdâd ben el-Aswad, 'Ammâr ben Jâsir, Salmân el-Fârisí und Abu Dsarr el-Gifârí, und behauptete, dass ausser diesen alle nach dem Tode des Propheten von seiner Lehre abgewichen seien. Der genannte el-Marwazí verbot den Richtern nach anderen Grundsätzen Recht zu sprechen als nach denen, welche er für diejenigen des Ga'far el-Çâdik ausgab, z. B. dass eine absolute Ehescheidung nicht stattfinde, oder wie die Töchter an der Erbschaft theilnehmen u. d. gl.

Aber nicht überall fügten sich die Berberischen Stämme dem neuen Herrscher, selbst unter den Kitâma erhob sich ein Häuptling Babâb und versammelte eine grosse Anzahl um sich; Obeidallah schrieb an die ihm ergebenen Kitâma und befahl ihnen, jene zu bekriegen, der grösste Theil wurde getödtet, Babâb selbst gefangen genommen und in Keirawân ein Siegesbericht öffentlich verlesen. Auch der Stamm Zanâta erschien vor Târart und belagerte Dawwâs ben Çaulât darin; gegen sie wurde ein

1) Die weitere Geschichte von Sicilien kann ich hier übergehen, da *Amari* in seiner vortrefflichen *Storia dei Musulmani di Sicilia* dieselben Quellen theils gedruckt, theils handschriftlich schon benutzt hat.

Corps unter Anführung des so gen. Scheich el-Maschâïch oder Ober-Häuptling der Kitâma geschickt, welcher sie in die Flucht schlug und viele tödtete. el-Schî'î selbst musste noch einen Feldzug unternehmen, um einige Unruhen zu schlichten, die Sicherheit der Wege herzustellen und die Aufstände mehrerer Stämme gegen ihre Präfecten zu unterdrücken; er unterwarf die Städte, liess einige der Anführer hinrichten, andere als Gefangene abführen und im ganzen Reiche wurden die Berichte über seine Siege bekannt gemacht.

Das Fest der beendigten Fasten am Ende des Ramadhân gab Gelegenheit, dass der Prinz Abul-Câsim zum ersten Male sich öffentlich zeigte, er begab sich mit el-Schî'î und einem Gefolge von Generälen der Kitâma in einem Aufzuge nach dem Betplatze in Raccâda, sprach das Gebet und hielt vor dem versammelten Volke eine Predigt, und dies Ereigniss wurde von Obeidallah durch ein Schreiben, welches in Keirawân und dessen Districten von den Kanzeln verlesen wurde, zur öffentlichen Kenntniss gebracht.

Bisher hatte el-Schî'î alle Gewalt allein besessen, er musste sich desshalb sehr beschränkt fühlen, seitdem er die Herrschaft an Obeidallah übertragen und dieser sich seinem Einflusse alsbald entzogen hatte, und er bereute es, eine solche Übereilung begangen und eine so grosse Macht aus den Händen gegeben zu haben. Sein Bruder Abul-'Abbâs war auf dieselben Gedanken gekommen, und in einer vertraulichen Unterredung machte dieser jenem den Vorwurf, dass es der grösste Fehler gewesen sei, die Regierung ganz abgetreten zu haben; sie beide kennten doch ihre geheime Lehre am besten und hätten sich mit Obeidallah nur unter der Voraussetzung verbündet, dass sie die ganze Welt anders ordnen, den Islamitischen Glauben abschaffen, die Länder unter sich theilen, die Freuden des Lebens geniessen, die Männer beherrschen und Weiber und Kinder als Gemeingut behandeln wollten. el-Schî'î musste ihm darin Recht geben und sann auf Mittel den begangenen Fehler wieder gut zu machen.

Noch in den letzten Tagen des J. 297 musste el-Schî'î abermals eine Expedition gegen die Zanâta unternehmen, diesmal fünf oder sechs

Tagemärsche über Tâhart hinaus bis nach der befestigten Stadt Tanas nicht weit von der Meeresküste. Als er hier in der Nähe des Vorgebirges el-Thaur lagerte, versammelte er am 27. Dsul-Ḥiǵga um sich die obersten Officiere der Kitâma, unter denen sich Garraweih ben Jûsuf, Abu Zâkî Tammâm und Ġabr ben el-Câsim befanden. Er hielt an sie eine lange Anrede, worin er ihnen auseinander setzte, dass Obeidallah in seinen Handlungen nicht dem Mahdî gleiche, zu dessen Huldigung er aufgefordert habe, jener habe alle Gewalt an sich gerissen und sie davon ausgeschlossen; er müsse sich in der Person geirrt haben und es ihm so ergangen sein wie Abraham, als er in finsterer Nacht einen Stern sah und ausrief: Dieser ist mein Herr (Sure 6, 76). Es gäbe noch ein Erkennungszeichen, sowie nämlich Muḥammed zum Beweise seines Prophetenthums ein Mal zwischen den Schultern gehabt habe, so müssten auch zwischen den Schultern des rechten Imâm die Worte stehen: „el-Mahdî der Gesandte Gottes"; auch müsse er Wunder thun können. Wenn das eine nicht zuträfe und er das andere nicht vermöchte, so müsse er beseitigt werden. Alle Anwesenden stimmten überein, diese Proben anzustellen, sobald sie nach Raccâda zurückkämen; Tammâm rief aus: bei Gott! ich werde mir alle Mühe geben um die Tage abzukürzen, wo der Rinderhirt (er meinte Garraweih) mein Anführer ist[1]). Ein anderer äusserte: bei Gott! wir werden nicht von ihm gehen, bis er diese Schlösser, die er als Geschenk bekommen hat, unter uns getheilt und unsere Verhältnisse wieder so hergestellt hat, wie sie gewesen sind; wir werden unser Geld wieder mit uns nehmen, wir haben das Vorrecht an dem, was wir ihm dargebracht haben. Abul-'Abbâs, der Bruder des Schî'î, sprach: bei Gott! wir werden nicht dulden, dass ein Haus, welches wir mit unseren Händen gebaut und an dem wir uns abgemüht haben, von einem anderen bewohnt wird, bis wir selbst oben darin sitzen, oder wir werden das oberste zu unterst kehren.

Der Feldzug dauerte noch mehrere Monate in das J. 298 hinein,

1) d. i. um diesem Feldzuge sobald als möglich ein Ende zu machen.

bis die Stämme Çadîna und Zanâta unterworfen, mehrere ihrer Städte eingeäschert, die Männer getödtet, Beute gemacht und die Kinder gefangen fortgeführt wurden, dann kam das Heer nach Raccâda zurück. Garraweih war der Verräther, welcher Obeidallah alles mittheilte, was in Tanas vorgefallen und verabredet war; Obeidallah sah sich dadurch zu erhöhter Wachsamkeit veranlasst, was wiederum dem Schî'î nicht entgehen konnte, so dass es ihm klar wurde, es müsse ein Verrath stattgefunden haben. — An die Stelle des am 16. Gumâdâ I. verstorbenen Staatssecretärs Abul-Jasar war Abu Ga'far Muḥammed ben Aḥmed el-Bagdadî gekommen, ein junger Mann, der in Spanien, besonders in Cordoba eine vielseitige Bildung erhalten hatte und bei den angezettelten Intriguen durch seinen Rath von grossem Nutzen war.

Der erwähnte Ober-Scheich, welcher wie viele andere durch die umlaufenden Gerüchte irre geworden war und sich Klarheit verschaffen wollte, begab sich zu Obeidallah und sagte: Wenn du der erwartete el-Mahdi bist, so lass uns ein Wunder sehen, wir fangen an, an dir zu zweifeln. Statt der Antwort liess er ihn umbringen.

Die Gelegenheit, einen der Hauptverschworenen zu entfernen, bot sich bald. In der Provinz Tripolis hatte sich der Stamm der Hawwâra aufgelehnt und den Abu Hârûn el-Hawwârî an seine Spitze gestellt, viele von den Zanâta, Lamâja und anderen Stämmen waren zu ihnen gestossen und belagerten Tripolis. Obeidallah schickte Abu Zâkî Tammâm mit einer grossen Armee der Stadt zu Hülfe, welcher die Anführer schlug und zerstreute und viele Köpfe der Getödteten und Ohren mit Ohrringen nach Raccâda sandte. Jetzt erhielt der Stadthalter von Tripolis Abu Jûsuf Makinûn el-Agabî, ein Oheim des Abu Zâkî, den Befehl, diesen umzubringen; er zeigte ihm das Schreiben und als Abu Zâkî es gelesen hatte, sprach er: „mein Oheim! thu', was dir befohlen ist", er bot seinen Nacken dar, jener schlug ihm den Kopf ab und meldete dies durch eine Brieftaube nach Raccâda, welche alsbald die Nachricht dahin brachte. Dies geschah Dienstag früh den 1. Dsul-Ḥigga 298.

Jetzt glaubte Obeidallah die Zeit gekommen, wo er den Haupt-

streich führen könnte; er befahl Garraweih und Gabr ben el-Câsim sich hinter seinem Schloss in einen Versteck zu stellen und wenn el-Schî'î und sein Bruder Abul-'Abbâs vorüberkämen, sie zu überfallen und mit der Lanze niederzustossen. Sie nahmen einige ihrer Leute mit sich und versteckten sich, während jene beiden wie gewöhnlich zur Tafel eingeladen wurden, und als sie an dem Orte vorüberkamen, stürzten sie sich auf sie; el-Schî'î rief: o Garraweih! thu' das nicht, mein Sohn! Er erwiederte: dem du zu gehorchen mir befohlen hast und den du absetzen wolltest, nachdem du ihn eingesetzt hast, der hat mir befohlen dich zu tödten. Damit versetzte er ihm einen einzigen Stoss, der ihn todt zu Boden streckte; Abul-'Abbâs erhielt fünfzehn Lanzenstiche. Dies geschah Dienstag d. 1. Dsul-Ḥigga gegen Sonnenuntergang[1]) und die beiden Leichen blieben bis zum anderen Mittag liegen, dann liess sie Obeidallah in dem Park begraben und hielt ihnen selbst eine Grabrede, worin er die That zu rechtfertigen suchte.

Hiernach hielt sich Obeidallah mehrere Tage vor den Kitâma, welche an der Verschwörung theilgenommen hatten, verborgen, dann that er wieder freundlich gegen sie, liess sie indess aus Besorgniss einzeln zu sich kommen, um sie zu beruhigen und sicher zu machen, und nach und nach wurde eine grosse Anzahl von ihnen auf verschiedene Weise umgebracht. Es entstand ein Aufruhr, die Freunde der Ermordeten griffen zu den Waffen und wiegelten das Volk auf; Obeidallah erschien selbst zu Pferde, beruhigte die Leute und nachdem dies gelungen war, verfolgte er die Aufrührer, bis er sie niedergeworfen hatte. Einen zweiten Strassenkampf zwischen den Kitâma und den Einwohnern

---

1) *Ibn Challikân* Nr. 198, *Macrîzî* I, 351 u. II, 11 und *Ibn Chaldûn* I, 522 setzen die Ermordnung schon in die Mitte des Gumâdâ II. 298, was nach der Reihenfolge der Ereignisse nicht wahrscheinlich ist. *Abulfidâ* II, 230 hat sich darin geirrt, dass er angiebt, *Ibn el-Athîr* setze diese Ermordung in das Jahr 296; er erwähnt sie freilich unter diesem Jahre, welches Tom. VIII, 10 anfängt, erzählt aber die Geschichte des Schî'î dann gleich im Zusammenhange weiter bis zu seinem Tode im J. 298 (S. 39), ohne indess hier ein Datum anzugeben, nur sagt er S. 41, dass er an demselben Tage getödtet sei wie Abu Zâkî.

von Keirawân schlichtete Obeidallah ebenfalls durch seine persönliche Dazwischenkunft, nachdem bereits eine grosse Anzahl gefallen war, und er stand davon ab, von dem Volke das Bekenntniss der Schi'itischen Lehre zu fordern. — Noch vor dem Schlusse des Jahres empörte sich auch der Stamm Lawâta; ein zahlreiches Heer unter Sei ben Daucân und Ragâ ben Abu Carna unterwarf sie bald und kehrte mit Beute und gefangenen Kindern zurück; die Siegesnachricht wurde in dem ganzen Districte von Keirawân verlesen.

Bei dem Beginn des Jahres 299 sah sich Obeidallah schon wieder genöthigt, eine grosse Armee gegen die Zanâta zu schicken, welche in einer mörderischen Schlacht bei dem Orte Falack Madik[1]) ungeheure Verluste erlitten; indess in ihrer Hauptstadt Tâhart nahm das Volk gegen den Statthalter Dawwâs eine so drohende Stellung an, dass er mit Tausend Reitern nach Alt-Tâhart flüchtete, wo er sich verschanzte, aber einen grossen Theil seiner Mannschaft verlor. Die Einwohner von Tâhart riefen den Häuptling Muḥammed ben Chazar zu Hülfe, ernannten ihn zu ihrem Führer, stellten die Mutter und die Familie des Dawwâs unter seinen Schutz und überlieferten ihm den grössten Theil von dessen Waffen. Man fand sich jedoch von beiden Seiten in seinen Erwartungen getäuscht, Muḥammed ben Chazar verliess sie wieder und kehrte in seinen Wohnsitz zurück. Nun erschien ein zahlloses Heer vor Tâhart und begann am letzten des Monats Muḥarram die Belagerung; drei Tage lang wurde gekämpft, bis die Stadt durch Verrath genommen wurde. Am Dienstag d. 4. Çafar drang der Feind ein und richtete ein solches Blutbad an, dass 8000 Einwohner umkamen, und die Stadt wurde grössten Theils niedergebrannt. Die Statthalterschaft erhielt Maçâla ben Ḥabûs el-Miknâsí, indem Dawwâs nach Raccâda zurückberufen und bald darauf ermordet wurde. — In diese Zeit fällt ein Erdbeben in Keirawân, welches besonders den an der Seeküste gelegenen Ort el-Bâs betraf, wo Mauern und Häuser einstürzten und versanken.

Die Kitâma erinnerten nun Obeidallah an sein Versprechen, dass

1) Bei *Nicholson* S. 129 steht *Falk Middak.*

er ihnen die Stadt Keirawân zur Plünderung preisgeben wollte, er hatte noch immer versucht sie damit hinzuhalten und zu beschwichtigen, ihr Übermuth und ihre Gewaltthätigkeiten gegen die Einwohner nahmen aber immer mehr zu und diese hatten lange dazu geschwiegen, bis ihnen endlich die Geduld riss. Am Dienstag d. 29. Scha'bân sahen sie, wie ein Soldat der Kitâma einen Kaufmann misshandelte und zu Boden warf, und als sie ihn von demselben frei machten, zogen die Kitâma die Schwerdter und wollten die Schankbuden plündern, die Marktleute riefen um Hülfe und es wurden über Tausend Kitâma getödtet. Der Statthalter Aḥmed ben Abu Chinzîr erschien zu Pferde, stellte die Ruhe wieder her und liess die Erschlagenen fortschaffen und in die Abzugscanäle werfen. Die Kitâma zogen sich nun aus Keirawân und der Umgegend in ihr Gebiet zurück und lehnten sich offen gegen Obeidallah auf; sie wählten einen jungen Mann, Kâdû ben Mu'ârik gen. el-Mâwaṭî aus der Familie Aurîsa, zu ihrem Oberhaupt, erwiesen ihm eine so hohe Ehre, dass sie sich beim Gebet nach ihm hinwandten, behaupteten, dieser sei der erwartete el-Mahdî, und schrieben ein Religions- und Gesetzbuch, welches ihnen angeblich offenbart war. Sie bemächtigten sich des ganzen Gebietes am Flusse Zâb, drangen bis Mîla vor, ihre Macht nahm zu und sie wurden sehr gefährlich. Obeidallah schickte Truppen gegen sie aus unter mehreren Anführern, von denen einer Çaulât ben Gunda, mit etwa 200 Mann zu dem Feinde überging.

Endlich übertrug Obeidallah seinem Sohne Abul-Câsim den Oberbefehl; er verliess Raccâda Sonnabend d. 25. Ramadhân, eroberte Constantine und andere Städte der Kitâma und lieferte el-Mâwaṭî mehrere Schlachten. Zu diesem waren freilich noch einige höhere Officiere übergegangen, indess sie kamen zurück, nachdem ihnen Abul-Câsim Straflosigkeit zugesichert hatte. Im Anfange des J. 300 gelang es ihm, Mâwaṭî mit seinem Gefolge gefangen zu nehmen, er kehrte mit ihnen nach Raccâda zurück, dann wurden sie auf Camelen durch die Strassen von Keirawân geführt mit hohen spitzen Mützen, die mit Hörnern und Affenbildern verziert waren, und zuletzt in Raccâda hingerichtet.

Noch im J. 299 hatte sich Obeidallah mehrerer hoher Beamten in

Keirawân entledigt, welche in dem Verdachte standen, mit el-Schî'î als Verschworene im Einverständniss gewesen zu sein. Zu den mit dem Tode bestraften gehörten unter anderen der Marktmeister (Polizeichef) Muḥammed ben Abu Sa'îd el-Mîlî, Abdallah ben Muḥammed gen. Ibn el-Cadîm, Muḥammed ben Abu Raggâl el-Bâgâî, Abul-Wahb ben Amr ben Zurâra el-'Abdarî und mehrere Mitglieder und Würdenträger der vertriebenen Aglabiten, sowie auch Abu Ibrâhîm gen. Ibn el-Bigâwî el-Kureschî, welcher schon unter dem drittletzten Aglabiten Ibrâhîm ben Aḥmed mit den Einwohnern von Tunis einen Aufstand gemacht hatte.

Der Statthalter von Tripolis, Mâkinûn ben Dabâra el-Agâbî, hatte nach und nach seine Stammesgenossen von den Kitâma dahin nach sich gezogen, welche sich allerlei Vorrechte anmassten und sich grosse Ungerechtigkeiten zu Schulden kommen liessen. Desshalb erhob sich das Volk gegen sie, es gewann die Oberhand, schloss die Thore, tödtete sämmtliche Kitâma, welche in der Stadt waren, und wählte selbst Muḥammed ben Isḥâk gen. Ibn el-Karlîn zum Präfecten. Mâkinûn war bei Zeiten entkommen und hatte sich zu Obeidallah begeben und dieser schickte Truppen hin, welche die Stadt mehrere Monate ohne Erfolg belagerten. Nun ging wiederum Abul-Câsim mit Verstärkung dahin ab; er brach von Raccâda auf Sonntag d. 3. Gumâda I.[1]) 300 und gleichzeitig liess Obeidallah 15 Kriegsschiffe[2]) auslaufen. Als diese vor Tripolis erschienen, fuhren ihnen die Tripolitaner mit ihren Schiffen entgegen, verbrannten die ganze feindliche Flotte und vernichteten die Mannschaft. Abul-Câsim war durch einen Kampf mit dem Stamme Hawwâra unterwegs aufgehalten, und als er endlich eintraf, schloss er die Stadt so fest ein, dass darin eine Hungersnoth entstand und die Einwohner schon ihre Todten verzehrten, bis sie Abul-Câsim um Gnade baten und sich ergaben. Er gewährte ihnen Amnestie mit Ausnahme von drei Personen, deren Aburtheilung er sich vorbehielt: Muḥammed

1) *Ibn el-Athîr* VIII, 50 sagt: im Gumâdâ II.

2) *'Arîb* bei *Nicholson* S. 135 giebt 60 Kriegsschiffe an; *Ibn el-Athîr* erwähnt die Expedition zur See nicht.

ben Isḥâk el-Kureschí[1]), Muḥammed ben Naçr und ein Mann mit Namen el-Ḥuweïg. Nach seinem Einzuge legte er den Einwohnern eine Contribution von 300000 Dinaren auf, sie mussten ausserdem alles liefern, was seine Armee nöthig hatte, eine Anzahl Geisseln stellen, und nachdem er einen neuen Statthalter ernannt hatte, kehrte er mit den drei genannten Personen nach Raccâda zurück, welche dann mit hohen spitzen Mützen auf Camelen in Keirawân umhergeführt und hiernach hingerichtet wurden.

---

Um sich gegen einen plötzlichen Überfall zu schützen, wie er bevorgestanden hätte, wenn die Verschwörung des Abu Abdallah el-Schí'í und der Kitâma zum Ausbruch gekommen wäre, oder, wie erzählt wird, in Folge einer Weissagung, welche Obeidallah in ihren Schriften gefunden haben wollte, dass einmal ein Empörer Namens Abu Jazíd das Reich bedrohen würde, fasste er den Entschluss, einen Platz zu suchen, wo er sich eine neue befestigte Residenz bauen könnte, in welcher er mit seiner Familie eine sichere Zuflucht hätte. Er durchzog die Gegend von Tunis, Carthago und an der Seeküste, bis er auf der Rückkehr nach der Halbinsel Ḥamma[2]) kam, die ihm für seinen Zweck am geeignetsten schien; er traf dort in einer Höhle einen Einsiedler, welcher auf die Frage, wie der Ort heisse, antwortete: „die Insel der Chalifen". Dies nahm Obeidallah für eine gute Vorbedeutung, der Bau wurde im J. 300 begonnen[3]), und nachdem im Rabí' I. 304 die Ringmauern und Thore, von denen jeder der eisernen Flügel Hundert Centner wog, und im J. 305 oder 306 der innere Ausbau vollendet war, stieg Obeidallah oben auf die Mauer und befahl einem Bogenschützen einen Pfeil nach Westen abzuschiessen; er fiel auf dem öffentlichen Betplatze nieder und Obeidallah sagte: „dies ist die Stelle, bis wohin der Eselreiter kommen wird",

---

1) Vermuthlich der oben genannte von ihnen erwählte Präfect.

2) *Dozy, Ibn Adsari* S. 170 giebt der Lesart Gamma den Vorzug.

3) Nach anderen erst am 6. Dsul-Ca'da 303. Über die weitere Beschreibung vergl. *Bekrí*, l'Afrique S. 29. *Jâcût* IV, 693. *Edrisi* S. 107. *Abulfeda*, Géogr. S. 140.

womit er Abu Jazîd meinte. Nachdem er alles besichtigt und seinen Erwartungen gemäss gefunden hatte, rief er aus: „Jetzt bin ich beruhigt über das Schicksal der Fatimidinnen", womit er seine Töchter meinte. Aber erst im J. 308 bezog el-Mahdi seine neue Residenz, welche er *el-Mahdia* nannte.

Ein Kaufmann aus Spanien Namens Abu Ga'far Ibn Ḥabrûm, welcher in Keirawân eine prächtige Moschee und die Logirhäuser für die Kaufleute in der Nähe des Gefangenhauses hatte bauen lassen, wurde bei dem Cadhi el-Marwazí angeklagt, dass er einen grossen ihm anvertrauten Schatz bei sich habe und nachdem dies durch Zeugen erhärtet war, wurde er zur Herausgabe aufgefordert und so lange gefoltert, bis er starb.

---

Im J. 301 begann Obeidallah den weiteren Kampf gegen die 'Abbasiden, welche in Africa noch Truppen unterhielten; er sandte eine Armee unter dem Befehle des Chubâsa ben Jûsuf aus, welcher zunächst in die Stadt Surt ohne Kampf einzog, nachdem die 'Abbasidische Besatzung geflohen war. Ebenso ging es mit Aġdâbia, Barca und anderen Städten, und so oft er eine derselben einnahm, brandschatzte, marterte und tödtete er die Einwohner und hatte daran sein Vergnügen[1]). In Barca z. B. traf er eine Gesellschaft, welche mit Tauben spielte, er liess ein Feuer anzünden und sie um dasselbe herum Platz nehmen, dann befahl er, ihnen Stücke Fleisch abzuschneiden, dies zu braten und von ihnen selbst essen zu lassen, danach warf er sie ins Feuer, indem er behauptete, sie hätten Brieftauben, welche ihnen Nachrichten von den 'Abbasiden brächten. — Er liess auch in Barca öffentlich bekannt machen, wer ein Geschenk oder eine besondere Belohnung zu haben wünsche, solle zu ihm kommen; es liess sich dann eine grosse Anzahl bei ihm einschreiben und er befahl den Vornehmsten der Kitâma, sich diese

---

1) Hier und in dem Folgenden musste der Vollständigkeit wegen einiges aus der Abhandlung über die Statthalter von Ägypten 4. Abth. wiederholt werden.

Personen zu merken, indem er einem jeden von ihnen einen derselben zum Geschenk machte. Er bestellte sie dann auf den folgenden Morgen wieder zu sich und als sie erschienen, um die Geschenke in Empfang zu nehmen, liess er sie sämmtlich umbringen, es waren ihrer gegen Tausend. Ihre Leichen wurden zusammengelegt, darüber ein Thron errichtet, auf den er sich setzte, dann wurden die vornehmsten Einwohner herbeigeführt, um dieses grässliche Schauspiel anzusehen, bei dessen Anblick drei derselben vor Furcht und Schrecken starben. Nach einer so grausamen Behandlung schalt er sie noch aus und sagte dann, wenn sie ihm am nächsten Morgen nicht 100000 Mithkâl (Ducaten) brächten, würde er sie sämmtlich tödten lassen; und sie brachten ihm das Geld.

Chubâsa liess in Barca auch Ḥârith und Nizâr, die Söhne des Hammâl el-Manâzí, mit mehreren ihrer Söhne und Vettern umbringen, ihre Frauen verkaufen, ihr Vermögen einziehen, alles wie Obeidallah ihm befahl, weil dieser vorgab, dass sie ihn auf seiner Reise von Ägypten her ausgeplündert hätten, und als die Einwohner von Barca bei Obeidallah sich hierüber beklagten, entschuldigte er sich bei ihnen und schwor, dass sein Befehl sich nur auf drei Personen erstreckt habe, zugleich schrieb er an Chubâsa von dort abzuziehen und dieser rückte desshalb weiter nach Ägypten vor. Eine Armee, welche unter Abul-Jumn von Fusṭâṭ aus gegen ihn geschickt wurde, brachte ihm anfangs mehrere schwere Niederlagen bei, wurde aber zuletzt von ihm in die Flucht geschlagen und verfolgt. Abul-Câsim kam nun auch von Raccâda mit 100000 Mann im Dsul-Ḥiggа nach Barca und zog am 1. Muḥarram 302 mit Chubâsa ohne Widerstand in Alexandria ein, weil die Stadt leer war, indem die Einwohner sich auf die Schiffe gerettet und alle ihre leicht fortzuschaffende Habe mit sich genommen hatten; was zurückgelassen war, eigneten sich die Sieger an und marschirten dann weiter, während im Çafar ein Hülfscorps des Chalifen aus 'Irâk in Miçr eintraf.

Für den ferneren Vormarsch hatte Abul-Câsim den Oberbefehl dem Abu Farîdun übertragen und Chubâsa befohlen, bei ihm zu bleiben. Das empörte diesen aber so sehr, dass er im Ärger ausrief: Nun, da ich nahe dabei bin das Land in Besitz zu nehmen, soll Abu Farîdun den

Vortheil und Ruhm davon haben! Er verliess die Armee heimlich mit etwa dreissig Reitern, seinen nächsten Verwandten, und begab sich auf den Rückweg nach Magrib. Abul-Câsim schrieb an die Districts-Beamten, und befahl ihnen auf die Flüchtlinge zu fahnden und sie im Betretungsfalle fest zu nehmen, zugleich setzte er seinen Vater Obeidallah von dem Vorfalle in Kenntniss[1]).

Als nun die feindlichen Armeen im Ǧumâdâ I. auf einander stiessen, kam es zu einer furchtbaren Schlacht, in welcher auf beiden Seiten viele Tausende blieben, bis die verbündeten Ägyptier und 'Irâkaner den Sieg errangen, wonach sie die Magribiner aus Alexandria vertrieben und bis Barca verfolgten. Diese hatten 7000 Mann an Todten und Gefangenen verloren und der Rest des Heeres kam in dem kläglichsten Zustande wieder nach Magrib; sie hatten kaum ihre leichten Gegenstände an Waffen und Kleidern mit sich fortbringen können, die Nachhut hatte ihre Zelte, Waffen und Geräthe im Stiche lassen müssen.

Chubâsa hatte sich durch das Gebiet von Barca nach Nafzâwa begeben und brieflich seinen Bruder Garraweih ben Jûsuf, der sich gegen Obeidallah aufgelehnt hatte, benachrichtigt, dass er zu ihm nach Târart kommen wolle, um mit ihm gemeinschaftliche Sache zu machen. Da er verfolgt wurde, trennten sich seine Begleiter von ihm, er wurde gefangen genommen, zu Obeidallah geführt und eingekerkert; Garraweih hatte die Flucht ergriffen, wurde am Berge Aurâs eingeholt und getödtet und sein Kopf zu Obeidallah gebracht. Da dieser jetzt erfuhr, dass Chubâsa mit ihm im Einverständniss gewesen sei, liess er ihn und alle seine Verwandten aus dem Gefängnisse holen und ihnen die Köpfe abschlagen, denen Papierstreifen mit ihren Namen an die Ohren gehängt wurden, und als man sie so Obeidallah zu Füssen legte und er die Köpfe der beiden Brüder betrachtete, sagte er: Wie wunderbar ist doch der Lauf der Welt! der Orient und der Occident war zu eng für diese Köpfe, nun kann sie

1) Die Angabe bei *Abul-Maḥâsin* II, 193, dass Chubâsa in der Schlacht in Ägypten gefallen sei, ist eben so unrichtig, als dass Obeidallah selbst diesen Feldzug unternommen habe.

dieser Kasten fassen. Er befahl, sie heimlich in die Moschee von Alexandria zu bringen.

Als Abul-Câsim auf der Flucht wieder durch Barca kam, empfingen ihn die Einwohner mit Glückwünschen und er redete ihnen ein, dass er nur Chubâsa verfolgen wolle, um ihn zur Strafe zu ziehen für die schlechte Behandlung, die er ihm habe zu Theil werden lassen; er befahl ihnen, die Beschädigungen ihrer Stadt wieder auszubessern, und liess einen der Kitâma als Präfecten zurück. Nachdem er sich aber entfernt hatte und die näheren Umstände bekannt wurden, wesshalb er aus Ägypten zurückgekehrt sei, rottete sich das Volk zusammen und tödtete den Präfecten sammt seiner Begleitung. Abul-Câsim kam am 10. Dsul-Ca'da 302 wieder in Raccâda an.

Das Jahr 303 machte sich bemerklich durch eine in Africa und den angränzenden Ländern wüthende Pest, welcher auch viele Gelehrte und Beamte zum Opfer fielen. — Der Cadhi Abu Ma'mar 'Imrân ben Aḥmed wurde mit der Regelung der Grundsteuer beauftragt und führte ein gemässigtes System ein, indem er von allen bebauten Flächen von Africa den höchsten und niedrigsten Ertrag des Zehnten in einem Jahre berechnete, hiervon die Hälfte nahm und dies als Abgabe von jedem Acker festsetzte.

Obeidallah war in dieser Zeit durch die Angelegenheiten Siciliens sehr in Anspruch genommen, indess hatte er ein neues Heer ausgerüstet, welches unter Anführung des Abu Madîní Ibn Farrûch wieder gegen Barca marschirte, aber erst nach einer Belagerung von 18 Monaten, während welcher eine grosse Zahl der Einwohner umgekommen war, gelang es im J. 304 die Stadt zu erobern; viele mussten jetzt noch den Scheiterhaufen besteigen, ihr Vermögen wurde eingezogen und eine Menge schickte Abu Madîní noch zu Obeidallah, welcher sie umbringen liess. Abu Madîní blieb als Commandant in Barca, bis er im J. 306 starb.

Zu denen, welche Obeidallah schriftlich aufgefordert hatte, seine Oberhoheit anzuerkennen und seine Lehre anzunehmen, gehörte auch Sa'îd ben Çâliḥ, ein kleiner Fürst zu Nakûr fünf Meilen vom mittel-

ländischen Meere, welcher indess eine beleidigende abschlägige Antwort gab. Desshalb ertheilte Obeidallah seinem Statthalter in Târhart, Maçâla ben Ḥabûs, den Befehl nach Nakûr zu marschiren und Sa'îd mit Krieg zu überziehen. Er brach am 1. Dsul-Ḥi'gga 304 mit seiner Armee von Târhart auf, und als er eine Tagereise von Nakûr bei dem Orte Nasâft lagerte, kam ihm Sa'îd entgegen, und es wurde drei Tage lang gekämpft, ohne dass eine Entscheidung erfolgte. Sa'îd hatte in seinem Gefolge einen äusserst tapfern Mann Namens Ḥamd ben el-'Ajjâsch[1]) aus der Familie Iṭuweft, welcher den Plan fasste, mit sieben Reitern in Maçâla's Zelt einzudringen; er stürzte hinein, aber die Leute erhoben ein Geschrei, er wurde überwältigt und mit seinen Begleitern gefangen genommen. Als Maçâla befahl, ihnen die Köpfe abzuschlagen, entgegnete Ḥamd: Ein Mann wie ich wird nicht getödtet. — Warum nicht? fragte Maçâla. — Weil du nur durch mich gegen Sa'îd etwas erreichen kannst. Er liess ihn am Leben, behielt ihn in seiner Nähe und wurde so vertraut mit ihm, dass er ihm ein Corps übergab, womit er unvermuthet von einer schlecht bewachten Seite in das Lager Sa'îd's eindrang, dessen Truppen sich zur Flucht wandten. Da Sa'îd die Unmöglichkeit sah Widerstand zu leisten, schickte er eiligst nach der Stadt Nakûr und befahl, seine Angehörigen, namentlich seine drei Söhne Çâliḥ, Idrîs und Mu'taçim, nebst den Kostbarkeiten aus dem Schlosse auf eine Insel im Hafen zu bringen, während er selbst kämpfte, bis er getödtet wurde. Maçâla zog Donnerstag den 3. Muḥarram 305 in die Stadt ein, gab sie der Plünderung preis, liess die Männer umbringen, die Frauen und Kinder als Gefangene abführen und meldete Obeidallah diesen Sieg, indem er zugleich die Köpfe des Sa'îd und seiner Begleiter mitschickte, welche in Keirawân im Triumphe umhergetragen wurden.

Die flüchtigen Prinzen setzten nach Spanien über und blieben unter dem Schutze des Chalifen el-Nâçir Abd el-Raḥman in Malaga und Pechina.

---

1) So bei *Bekri*, l'Afrique pag. 95, *Journ. Asiat.* Tome XIII. pag. 176, wofür in der ganz gleich lautenden Erzählung bei *Ibn 'Adsâri* S. 182 Aḥmed ben el-'Abbâs vorkommt.

Maçâla verweilte in Nakûr sechs Monate, dann setzte er einen Officier aus seinem Gefolge Namens Dsalûl zum Präfecten ein und kehrte nach Tâhart zurück. Bald nachher lehnten sich die Soldaten gegen Dsalûl auf und sobald die vertriebenen Prinzen dies erfuhren, beschlossen sie, ihr Reich mit Hülfe der ihnen treu gebliebenen Berbern wieder zu erobern. Sie kamen überein, in drei Schiffen hinüberzufahren, und wer von ihnen zuerst die Africanische Küste erreichte, solle Regent werden. Der jüngste Çâliḥ kam noch in derselben Nacht, wo sie zu gleicher Zeit abgefahren waren, in die Bucht von Nakûr und lief am anderen Morgen in den Hafen von Wadil-Bacar bei Tamsâmân ein und auf die Nachricht hiervon strömten die Berbern herbei, erkannten ihn als ihren Herrscher an und nannten ihn wegen seiner Jugend den Waisenknaben. Sie zogen gegen Dsalûl, nahmen ihn mit seinem Gefolge gefangen und kreuzigten sie sämmtlich an beiden Ufern des Flusses von Nakûr.

Während der Zeit hatte Maçâla in die ihm verliehenen westlichen Provinzen einen Feldzug unternommen, sich der Hauptstädte Fâs und Sigilmâsa bemächtigt und Jaḥjá ben Idrîs gezwungen, die Oberhoheit Obeidallahs anzuerkennen. In Fâs setzte er Jaḥjá gegen Bezahlung eines Tributes wieder als Regenten ein und Sigilmâsa theilte er dem Gebiete seines Vetters Mûsá ben Abul-'Âfia zu, welcher als Häuptling der Miknâsa in Tasûl seinen Wohnsitz hatte; dann trat Maçâla den Rückweg nach Keirawân an.

Obeidallah hatte fortwährend Verbindungen mit der unzufriedenen Partei in Ägypten unterhalten, wiewohl der dortige Statthalter Dsukâ mit aller Strenge verfuhr und die Verdächtigen ausweisen oder ins Gefängniss werfen oder umbringen liess, bis im J. 306 ein zweiter Zug dahin unternommen wurde. Abul-Câsim hatte ein grosses Herr von Kitâma und anderen Berberischen und Arabischen Stämmen gesammelt und brach damit am Dienstag den 1. Dsul-Ca'da auf; in seiner Begleitung befanden sich unter anderen Chalîl ben Isḥâk, der Secretär Abu Gânim und Mannallah ben Ḥasan ben Abu Chinzîr, welcher bis dahin Präfect von Keirawân gewesen und jetzt durch den bisherigen Statthalter von Sicilien Abu Sa'îd Mûsá ben Aḥmed el-Dheif ersetzt war.

Nachdem Abul-Câsim über Barca bis an die Gränze bei Lûbia und Makâria gekommen war, schickte er den vorzugsweise aus Berberischen Reitern vom Stamme Kitâma bestehenden Vortrab unter Suleimân ben Kâfi nach Alexandria voraus. Die Einwohner wurden in völliger Sorglosigkeit überrascht und flüchteten zu Wasser und zu Lande nach Syrien, ein grosser Theil derselben kam aber unterwegs um. Abul-Câsim rückte mit der Hauptarmee nach und hielt am 8. Çafar 307 seinen Einzug in die Stadt, welche der Plünderung preisgegeben wurde, und setzte seinen Vater von der erfolgten Einnahme in Kenntniss. Hierauf ging Suleimân ben Kâfi bis Fajjûm vor, welches mit dem Schwerdt erobert und ebenfalls geplündert wurde; die Kinder wurden zu Gefangenen gemacht und die Zehntabgaben eingefordert. Von der Africanischen Armee folgte ein Theil dem anderen nach, Abul-Câsim erhielt unzähligen Zuzug und verlegte sein Hauptquartier von Alexandria nach Fajjûm, nachdem der Ort Tarnûṭ an der Hauptstrasse zerstört war; im Raǵab wurde auch el-Uschmunein besetzt. Hier lagen die Früchte auf den Tennen, ohne schon aufgespeichert zu sein; die Soldaten nahmen davon, was sie gebrauchten, aber die Vergeudung hatte bald einen allgemeinen Mangel und Theuerung zur Folge, wozu sich noch sowohl unter den Einwohnern, als auch in der Armee verschiedene Krankheiten gesellten, namentlich die Pest, welche diese wahrscheinlich von Africa einschleppte, wo sie in diesem Jahre sehr heftig auftrat.

Unterdess hatte sich Dsukâ gerüstet, um sich dem Feinde entgegen zu stellen, aber es kostete grosse Mühe die widerstrebenden Truppen zum Ausmarsch zu bewegen; sie bezogen erst bei Ǵîza ein Lager, der Steuerverwalter Ḥusein vertheilte Geschenke unter sie, um sie zufrieden zu stellen, dann wurden die Vorbereitungen zu einem Kampfe mit allem Eifer betrieben, auch eine Verschanzung um das Lager aufgeworfen, um gegen einen Überfall sicher zu sein. Da erkrankte Dsukâ und starb in Ǵîza Mittwoch Morgens den 11. Rabî' I. 307.

Während der Zeit hatte der Chalif in Bagdad ein neues Heer ausrüsten lassen, welches er unter der Anführung der Emire Ibrâhîm ben Keigalag und Maḥmûd ben Ḥamal zur Hülfe nach Ägypten schickte,

und es traf noch im Rabî' I. dort ein, als Dsukâ eben gestorben war. An seine Stelle aber sandte der Chalif den früheren Statthalter Takîn wieder dahin, welcher am 21. Scha'bân ankam, die Ausrüstung eifrig fortsetzte und eine zweite Verschanzung um das Lager aufwerfen liess. In Alexandria hatte die Auswanderung immer mehr zugenommen, viele hatten sich besonders nach Dsukâ's Tode nach Culzum und Ḥig̈âz begeben, indess kehrten nach Takîn's Ankunft manche wieder zurück.

Aus Africa war eine Flotte von 80 Schiffen Abul-Câsim zur Hülfe gesandt und hatte bei Alexandria die Anker geworfen, sie wurde von dem Eunuchen Suleimân und Ja'cûb el-Kitâmí befehligt, welche sich bereits durch Tapferkeit und regen Eifer ausgezeichnet hatten. Der Chalif liess desshalb auch eine Flotte von Ṭarsus aus den Syrischen Häfen unter Abul-Jumn und Thamil nach Ägypten segeln; sie bestand freilich nur aus 25 Schiffen, war aber mit Naphtha und anderem Kriegsmaterial wohl versehen. Bei Raschîd (Rosette) wurde Sonntag den 18. Schawwâl eine grosse Seeschlacht geliefert, in welcher die Schiffe des Chalifen den Sieg erfochten; der grösste Theil der feindlichen Flotte wurde verbrannt, die Mannschaft getödtet oder zu Gefangenen gemacht. Die letzteren, grösstentheils vom Stamme Kitâma, wurden nach Fusṭâṭ gebracht und im Triumphe durch die Stadt geführt, darunter befanden sich die beiden Anführer Suleimân, der im Gefängnisse zu Fusṭâṭ starb, und Ja'cûb, der nach Bagdad geschleppt von dort entkam und nach Africa zurückkehrte.

Die Magribiner hatten wegen der erschlaffenden und verheerenden Krankheiten längere Zeit fast ganz unthätig in Fajjûm zugebracht, selbst Abul-Câsim war schwer erkrankt und mehrere der ersten Corpsführer, unter ihnen Dâwûd ben Chubâsa, waren gestorben. Endlich in demselben Monate Schawwâl setzten sie sich in Bewegung gegen Fusṭâṭ; Takîn erwartete sie in seinem verschanzten Lager und es kam hier zu einem heftigen Kampfe, aus welchem Takîn als Sieger hervorging. Indess brachte ihm dieser Sieg weiter keinen erheblichen Vortheil, die Magribiner wandten sich nach Ober-Ägypten und er kehrte nach Fusṭâṭ zurück und blieb hier, bis im Muḥarram 308 Mûnis mit 3000 Mann frischer Truppen aus 'Irâk eintraf. Es währte jedoch noch längere

Zeit, ehe Takîn zum Angriff überging und Ibrâhîm ben Keigalag mit einem Corps nach el-Uschmunein schickte; da dieser aber am 1. Dsul-Ca'da in el-Bahnesâ starb, so hatte auch dieser Zug weiter keine Folgen.

Die Magribiner hatten sich in Fajjûm, Uschmunein und mehreren anderen Städten festgesetzt, und Takîn war ihnen nicht gewachsen, um sie angreifen zu können, bis im Dsul-Ḥi'gga ein zweites Hülfscorps aus 'Irâk unter Anführung des Eunuchen Ginní eintraf, welches gleich nach Gîza weiter marschirte, und nun ging die ganze Armee zum Angriff vor, lieferte den Magribinern bei Fajjûm und Alexandria mehrere Schlachten und Gefechte[1]), bis Abul-Câsim sich wieder ganz nach Barca zurückzog und Sonnabend den 1. Ra'gab 309 nach einer Abwesenheit von zwei Jahren und acht Monaten in el-Mahdia eintraf, wohin Obeidallah am 8. Scha'bân 308 schleunig mit seiner Familie übergesiedelt war, weil in Keirawân und Raccâda durch unaufhörlichen Regen die Wohnungen grossen Schaden gelitten hatten. Die erst im J. 263 von dem Aglabiten Ibrâhîm erbaute Residenz Raccâda wurde nun von den Einwohnern verlassen und verfiel sehr bald gänzlich in Ruinen.

Gleichzeitig mit der Expedition nach Ägypten hatte Obeidallah eine andere nach Westen unternehmen lassen, indem Maçâla mit einer Armee im J. 308 wieder nach Nakûr gesandt wurde. Çâliḥ ben Sa'îd kam ihm von dort entgegen und verschanzte sich bei dem Berge Abul-Ḥusein, konnte es aber nicht verhindern, dass Maçâla sich der Stadt bemächtigte. Dieser setzte dann nach einiger Zeit seinen Marsch weiter fort nach Fâs, um Jaḥjá ben Idrîs wieder zu unterwerfen, welcher den Tribut verweigert und gegen Mûsá ben Abul-'Âfia Feindseligkeiten begonnen hatte, um ihn dafür zu züchtigen, dass er Maçâla gegen ihn

1) In einer Schlacht sollen 50000 Magribiner geblieben sein und davon das Schlachtfeld im Districte von Gîza den Namen *ardh el-chamsîn* das Land der Funfzig (Tausend) erhalten haben. In dem Ortsverzeichnisse des *Ibn Mammâṭi* ist الخمسين vocalisirt, was el-chumsîn oder el-chumsein lauten und „die Fünftel" oder „zwei Fünftel" bedeuten würde und sich auf die Äcker oder die Abgaben davon beziehen könnte.

unterstützt hatte. Nachdem zuerst die befestigte Residenz el-Zeitûn eingenommen war, wurde nach einer Gegenwehr von einigen Tagen auch Fâs erobert und Jahjá gefangen genommen, er musste gegen die Auslieferung aller seiner Schätze seine Freiheit erkaufen, wurde dann vertrieben[1]) und die Verwaltung von Fâs dem Kitâmier Rîḥân übertragen. Von hier wandte sich Maçâla im Jahre 309 nach Sigilmâsa, eroberte und plünderte die Stadt im Muḥarram, tödtete den Fürsten Aḥmed ben Midrâr und setzte einen von dessen Verwandten, el-Mu'tazz ben Muḥammed Ibn Midrâr, zum Regenten ein, welchem nach seinem Tode im J. 321 sein Sohn Muḥammed folgte.

Als Maçâla von diesem Zuge im Scha'bân 310 nach el-Mahdia zurückkehrte, schickte ihn Obeidallah einige Tage nachher wieder nach Tâhart. Er unterwarf von hier aus die Zanâta und machte viele zu Gefangenen, als er aber dann ein Reitercorps, in welchem sich die besten seiner Leute befanden, in das Gebiet des Häuptlings Ibn Chazar entsandte und nur wenige Truppen bei sich behielt, wurde dies Ibn Chazar hinterbracht, er wich dem ihm entgegen geschickten Corps aus und ging dann direct auf Maçâla los, es entspann sich zwischen ihnen ein harter Kampf, in welchem Maçâla fiel und seine Armee Freitag den 19. Scha'bân 312 in die Flucht geschlagen wurde.

---

Wie streng die Befolgung der Schf'itischen Lehren und Vorschriften gehalten wurde, zeigte sich bei vielen Gelegenheiten. Im J. 307 wurde 'Abdûs, der Gebetausrufer an der Moschee Ibn 'Ajjâsch in Keirawân, ein frommer Mann, der sich mit Getreidemahlen und Mattenflechten sein Brod erwarb, angeklagt und durch das Zeugniss einiger Anhänger des Orientalismus für überführt erklärt, dass er beim Ausruf die Worte „herbei zum besten Werke!" weglasse; nachdem er gegeisselt und ihm die Zunge ausgeschnitten war, wurde er getödtet. — Besonders der

---

1) Nach der Reihenfolge der Ereignisse Ende 308 oder Anfang 309, nicht 307, wie *Bekri*, l'Afrique, pag. 155 sagt.

Präfect von Keirawân Abu Sa'îd Mûsá verfuhr mit rücksichtsloser Strenge auch aus persönlicher Rachsucht. Der Arzt Zijâd ben Chalfûn, welcher schon den Aglabiten Fürsten gedient hatte, war als ein gelehrter und einsichtiger Mann auch von Obeidallah zu Rathe gezogen und er hatte ihn gern in seiner Nähe. Da er wusste, dass er mit Abu Sa'îd auf gespanntem Fusse stand, warnte er ihn und rieth ihm, niemals Keirawân zu betreten, wenn Abu Sa'îd dort sei. Zijâd richtete sich danach, bis er einmal doch in Keirawân übernachtete, während Abu Sa'îd in Raccâda war; dieser wurde sogleich durch seine Spione davon benachrichtigt, schickte einen Helfershelfer in seine Wohnung und liess ihn dort umbringen im J. 308. — Ein anderes Opfer seiner Privatrache wurde in demselben Jahre 'Alí ben Muḥammed ben Abdallah el-Teimí aus der Nachkommenschaft des Chalifen Abu Bekr. Diesen hatte Abu Sa'îd Mûsá im Verdacht, dass er an Obeidallah ein Schreiben gerichtet habe, worin er ihn beschuldigte, er wolle mit den Einwohnern von Keirawân einen Aufstand gegen ihn anstiften. Obeidallah verurtheilte ihn, er wurde ins Gefängniss geworfen und dann erdrosselt.

Um seinen Lehren weitere Verbreitung zu verschaffen, hatte Obeidallah im J. 309 den Munîb ben Suleimân el-Miknâsí nach der Umgegend von Tâhart geschickt, wo er den Orientalismus predigte; er begab sich auch in seine Heimath am Berge Wânscharîs, indess die Schändung ihrer Frauen und noch Verhöhnung dazu wollten sich die Berbern nicht gefallen lassen, sie tödteten mehrere seiner Begleiter und machten sich dadurch frei. — Dagegen hatten die communistischen, atheïstischen und cynischen Grundsätze in Keirawân, Bâga und Tunis Eingang gefunden, Weibergemeinschaft fand offen statt, man ass Schweinefleisch und trank Wein selbst in dem Fastenmonate Ramadhân öffentlich, Hohen und Niedern war dies bekannt, selbst Abul-Câsim musste, als er in Fajjûm war, Schmähreden darüber höhren und es wurde viel darüber gesprochen. Hierdurch sah sich Obeidallah endlich genöthigt dagegen einzuschreiten, er schrieb an die Statthalter der genannten Orte, die Compromittirten festzunehmen und gefesselt zu ihm zu bringen, es wurden gegen 200 Personen ins Gefängniss gebracht, von denen die meisten darin starben.

Es waren lauter in Africa bekannte Leute, wie der Sklavenhändler Aḥmed el-Balawí, welcher das Amt des Vorbetens versah und, solange Obeidallah in Raccâda wohnte, sich beim Gebete dahin nach Westen gewandt hatte, und nachdem er nach el-Mahdia gezogen war, sich dahin nach Osten wandte. Er pflegte zu sagen: „ich gehöre nicht zu denen, welche ein Wesen anbeten, das man nicht sieht"; er stellte sogar Obeidallah zur Rede: „steige auf gen Himmel, wie lange willst du noch auf der Erde bleiben und in den Strassen umhergehen?" Den Einwohnern von Keirawân redete er vor, dass Obeidallah alle ihre geheimen Gedanken und Absichten kenne; eines Tages, als er eben dies sagte, näherte sich ihm ein Mann, ergriff ihn beim Ohre und rief hinein: „Obeidallah, von dem du sprichst, ist ein liederlicher Mensch, der Sohn einer liederlichen Dirne, wenn er gewusst hat, dass ich dir dies sagen würde, so hätte er dem zuvorkommen sollen." Da schrie jener laut auf und sprach: „Du Elender, er weiss es sehr wohl, aber er beeilt sich nicht". — Ein anderer Namens Ibrâhîm ben Gâzî in Caçr el-Ṭûb in der Nähe von Susa, welcher zur Zeit der Aglabiten ein so frommer und eifriger Muslim gewesen war, dass ihn die Einwohner von Susa zum Vorbeter beim Freitags-Gottesdienst wählen wollten, hatte jetzt nach der neuen Lehre das Fasten im Ramadhân nicht gehalten, sondern öffentlich gegessen und sich andere schwere Sünden zu Schulden kommen lassen. — Mehrere Bewohner von Keirawân erschienen mit ihren Frauen und Kindern vor dem Prinzen Abul-Câsim, beklagten sich vertraulich über die Ungerechtigkeit des Abu Sa'îd und seiner Wachen und schilderten ihre Verworfenheit und ihre Eingriffe in ihre Eigenthumsrechte; Abul-Câsim verschaffte ihnen eine Audienz bei seinem Vater und sie wiederholten hier in Gegenwart des Abu Sa'îd dieselben Klagen, worauf Obeidallah heilig versicherte, dass er von ihrer Bedrückung nichts gewusst habe, und er entliess sie mit dem Versprechen, Abhülfe zu schaffen. Dann befahl er dem Abu Sa'îd, seinen Secretär und die Mannschaft seiner Wache zu ihm zu schicken, er liess letztere ins Gefängniss stecken und gab dem Secretär den Abschied.

Gleichwohl verfolgte Obeidallah seinen Plan weiter. Den Rechts-

gelehrten Abu 'Alí Ḥasan ben Mufarrag, den frommen Muḥammed el-Schadsûní und andere, welche bei ihm angeklagt waren, dass sie einigen Begleitern des Propheten vor 'Alí den Vorrang gäben, liess er hinrichten. — Der nächste Weg, um von Keirawân die Pilgerreise nach Mekka zu machen, ging weit an el-Mahdia vorbei, Obeidallah befahl aber, dass die Pilger über el-Mahdia reisen und niemand daran vorbeigehen solle, um hier erst eine bestimmte Abgabe zu bezahlen. Die Einwohner von Keirawân hatten ein altes Sprüchwort, um das Unternehmen einer widerwärtigen Sache zu bezeichnen: „Wenn du die Pilgerreise machen willst, so nimm den Weg über Bandûn"; dies war ein Dorf auf dem Wege nach der Halbinsel Ḥamma, auf welcher el-Mahdia erbaut wurde; als nun Obeidallah jenen Befehl erliess, wurde das alte Sprüchwort zur Wahrheit.

Im J. 310 liess Obeidallah in der Moschee von Keirawân ein Schreiben verlesen über eine Schlacht, welche zwischen Falâḥ ben Camûn und den Ägyptischen Truppen bei Dsât el-Ḥumâm zwischen Barca und Alexandria stattgefunden haben sollte. — Um dieselbe Zeit hatte er einen seiner Generäle, Abu Ma'lûm Faḥlûn el-Kitâmí nach dem Berge Aurâs geschickt, welcher die Leute über die Maasse bedrückte und sie zwang, ihr Viehfutter nach el-Mahdia zu bringen. Sie gaben sich den Anschein, als ob sie ihm gehorchen wollten, und fingen an, seinem Befehle nachzukommen, aber in einer Nacht überfielen sie ihn und die Soldaten von Kitâma, welche er bei sich hatte, und machten sie sämmtlich nieder. — Auf der anderen Seite lehnte sich der Stamm der Nafûsa auf; sie wählten Abu Baṭṭa zu ihrem Anführer, um welchen sich eine grosse Schaar sammelte, die sehr bedrohlich wurde. Obeidallah liess den 'Alí ben Abu Salmân mit einem zahlreichen Corps gegen sie marschiren, doch als er in ihre Nähe kam, griffen sie ihn an und tödteten viele von seinen Leuten, die übrigen ergriffen die Flucht und trennten sich von 'Alí. Dieser begab sich nach Tripolis und berichtete darüber an Obeidallah, welcher nun seinem Verwalter in Câbis den Befehl gab, alle Flüchtlinge, welche in jener Gegend vorüberkämen, zu tödten, und dieses Urtheil wurde an vielen von ihnen vollzogen. Dem 'Alí schickte

er ein frisches Corps, womit er die Nafûsa in ihrer Festung scharf belagerte, bis er sie nach mehreren Gefechten Dienstag den 17. Scha'bân 311 einnahm und zerstörte; die Männer wurden niedergemacht und die Kinder gefangen weggeführt.

Vorher, Sonnabend den 19. Gumâdâ II. 311, war Isḥâk ben Abul-Minhâl seines Postens als Cadhi von Keirawân enthoben, nicht wegen eines Vergehens, wie ihn Obeidallah wissen liess, sondern weil er zu milde und nachsichtig sei; an seine Stelle kam Muḥammed ben 'Imrân el-Naftî, welcher bisher Cadhi von Tripolis gewesen war, wo er durch Bestechungen und Erpressungen grosse Summen zusammengebracht hatte, die er jetzt Obeidallah überreichte, wodurch er sich bei ihm in hohe Gunst setzte. Indess starb er schon im Rabî' I. 312, nachdem er sich auch hier für seine Urtheilssprüche hatte bestechen und sich vielerlei Ungerechtigkeiten hatte zu Schulden kommen lassen. Nun berief Obeidallah den Isḥâk ben Abul-Minhâl wieder und schrieb in sein Anstellungsdecret: Wegen deiner Milde und Nachsicht hatten wir dich entlassen und wegen deines Glaubens und deiner Treue setzen wir dich wieder ein.

Der Rechtsgelehrte Muḥammed ben el-'Abbâs el-Hudselî wurde in der Moschee nackend ausgepeitscht und so mit Ohrfeigen tractirt, dass ihm das Blut am Kopfe herunterfloss, dann wurde als Grund hiervon öffentlich auf den Marktplätzen von Keirawân bekannt gemacht, dass Anhänger des Orientalismus bezeugt hätten, er habe auf den Fürsten geschimpft und nach der Lehre des Mâlik Recht gesprochen. — Masrûr ben Suleimân ben Kâfi war in die Oasen eingedrungen, wo mitten in der Sandwüste zwei Burgen lagen, welche unter einem Präfecten des Beherrschers von Ägypten standen; diesen vertrieb Masrûr, nahm seine Kinder und einen Sohn seines Bruders gefangen und bemächtigte sich des Ortes; dann brach die Pest unter seinen Leuten aus, er zerstörte die beiden Burgen, nahm die Früchte mit sich und kehrte nach Barca zurück. Dies wurde als Siegesbotschaft Donnerstag den 22. Muḥarram 312 in Keirawân öffentlich bekannt gemacht.

Muḥammed ben Chazar war in Folge der Niederlage, welche er Maçâla beigebracht hatte, bis Tâhart vorgedrungen und bedrohte die Stadt, wurde aber zurückgeschlagen und Obeidallah schickte den Mûsá ben Muḥammed el-Kitâmí mit mehreren Corpsführern zu seiner Verfolgung nach. Als diese nach Ṭubna kamen, zog sich Ibn Chazar in die Wüste zurück und überliess die Führung seines Hauptcorps seinem Bruder Abdallah, welcher in den Pässen des Gebirges Maṭmâṭa den Feind erwartete, und hier kam es zu einer grossen Schlacht, in welcher die Truppen des Ibn Chazar einen vollständigen Sieg errangen. Durch diesen Erfolg kam ganz Magrib in Bewegung, vergebens schickte Obeidallah ein Corps unter Isḥâk ben Chalîfa zur Hülfe, die Lamâja und die angränzenden Stämme erhoben sich, setzten sich mit Ibn Chazar in Verbindung und baten ihn um Unterstützung, er sandte ihnen seinen Bruder Abdallah als Anführer, welcher den Schî'iten mehrere Schlachten lieferte. Endlich entschloss sich Obeidallah seinen Sohn Abul-Câsim mit einer neuen Armee zu entsenden. Er brach Donnerstag den 10. Çafar 315 von el-Mahdia auf, nahm seinen Weg über Keirawân und lagerte bei el-Urbus mehrere Tage, um die Truppen um sich zu sammeln; dann marschirte er über Bâgâja nach Kitâma und gelangte an einen Berg, wo ihm die Banu Barzâl und Leute vom Stamme Maklâta den Weg verlegten; er griff sie an, bis er sie zurückdrängte und wandte sich nach Madgara, dann nach Sûk Ibrâhîm. In dieser Gegend blieb er über einen Monat, weil ein strenger Winter eintrat und in den grundlosen Wegen die Pferde nicht von der Stelle konnten. Ein Mann aus der Umgebung des Obeidallah erzählt: Ich befand mich mit mehreren von seiner Dienerschaft und seiner Umgebung bei ihm, es waren lange keine Nachrichten von Abul-Câsim angekommen, so dass er sich um ihn Sorge machte, da wurde von ihm ein Schreiben an seinen Vater gebracht, grade als wir zugegen waren, und als er es geöffnet und gelesen hatte, fing er an zu weinen. Wir fürchteten, dass etwas Schlimmes vorgefallen sei und wollten auch anfangen zu weinen, da hub er an zu reden und sprach: o Gott! du weist, dass ich nur desshalb gewünscht habe, dass er nach Magrib auszöge, um dir wohlgefällig zu sein, deiner

Religion zum Siege zu verhelfen und deine Feinde zu unterwerfen; es wird mir nicht leicht, nur einen Tag von ihm getrennt zu sein[1]). Dann wandte er sich zu uns und sprach: Euer Gebieter schreibt in seinem Briefe, dass er auf ein und demselben Lagerplatze einen vollen Monat gelegen habe, jeden Tag mit Regen vom Morgen bis Abend, dass er viele Strecken habe zu Fuss machen müssen, weil das Reiten wegen der beschwerlichen Wege nicht möglich war, und dass er manchen Tag nur ein Ei oder etwas Ähnliches genossen habe, weil die ganze Armee grosse Noth litt.

Erst mit dem Beginn des neuen Jahres konnte Abul-Câsim den Marsch gegen die feindlichen Stämme fortsetzen und am 16. Muḥarram 316 erschien er auf der mit Steinen bedeckten Ebene vor der Festung Agzar und fing an, sie zu belagern. Die Mauer wurde berannt, bis sie einstürzte und darunter eine grosse Menge der Vertheidiger, welche darauf und daneben gestanden hatten, begraben wurde. Als die Belagerten sahen, dass sie unterliegen würden, verbrannten sie ihre Geräthe, schnitten den Pferden und Rindern die Fusssehnen durch und kämpften dann, bis sie getödtet wurden, nur wenige ergaben sich als Gefangene; die Festung wurde ausgeplündert und die Hawwâra und Lamâja erklärten die Schî'itische Lehre annehmen zu wollen, worauf Abul-Câsim sie begnadigte. Er zog hierauf nach der Gegend von Tâhart, blieb dort etwa einen Monat und rückte dann weiter vor nach Tâmagilt, wo er zwei Monate verweilte, um Ibn Chazar zu erwarten, welcher sich damals in Wâhrân (Oran) aufhielt. Plötzlich bog Abul-Câsim nach Ṭubna ab und kehrte nach el-Mahdía zurück, ohne mit Ibn Chazar zusammengetroffen zu sein. Als Grund hiervon wird angegeben, dass sein Sohn Câsim ihn benachrichtigt habe, die Leute redeten davon, Obeidallah wolle seinem Sohne Abu 'Alí Aḥmed als seinem Nachfolger huldigen lassen, dieser habe schon am Feste der beendigten Fasten des Ramadhân und am Opferfeste den 10. Dsul-Ḥi'gga das öffentliche Gebet gehalten, (was sonst nur von

1) Merkwürdige Äusserungen eines Gotteslängners, den das Mitleid und die Besorgniss um einen geliebten Sohn übermannt hat.

dem Herrscher geschieht,) und dies beunruhigte ihn so sehr, dass er nach el-Mahdia eilte.

Auf diesem Feldzuge[1]) gründete Abul-Câsim eine neue Stadt, welche er nach seinem angenommenen Namen Muḥammed el-Muḥammedia nannte. Das Gebiet gehörte den Banu Barzâl und Banu Kamlân, die letzteren liess er von dort auswandern und verpflanzte sie in die Umgegend von Keirawân, weil er von ihnen nichts Gutes erwartete und sie desshalb unter Aufsicht in seiner Nähe haben wollte, was sich freilich später als sehr nachtheilig erwies, da sie sich an den Aufrührer Abu Jazîd anschlossen. Zum Ersatz liess er andere Familien nach Muḥammedia übersiedeln und befahl dem Statthalter, stets reichliche Vorräthe für die Truppen bereit zu halten, so dass die Magazine dort immer gefüllt waren.

1) *Ibn 'Adsârî* pag. 196 und 223 und *Bekrí* pag. 59 setzen die Erbauung schon in das J. 313, wo Abul-Câsim gar nicht in jener Gegend gewesen ist; *Jâcût* IV. 430, *Ibn el-Athîr* VIII. 131 und *Abulfidâ* pag. 139 geben das J. 315 an; *Ibn el-Athîr* und *Ibn Chaldûn* II. 527 bemerken, dass die Gründung auf der Rückkehr von dem Feldzuge stattgefunden habe, mithin kann sie erst in das J. 316 gesetzt werden. Mit der Leitung des Baues wurde 'Alí ben Ḥamdûn el-Ġudsâmí gen. Ibn el-Andalûsí beauftragt und auch, als sie fertig war, dort zum Statthalter der Provinz el-Zâb ernannt. In der Folge hiess der Ort el-Masîla. Bei *Edrîsí* kommt der Name Muḥammedia nicht vor und er sagt S. 85, dass Masîla unter der Regierung des Idrîs ben Abdallah (gest. im J. 175) erbaut sei. Man könnte nun annehmen, Abul-Câsim habe den Ort Masîla nur erneuern, in der von ihm umrittenen Ausdehnung vergrössern und mit einer Mauer umgeben lassen, und dass er ihn hierauf Muḥammedia genannt habe, wenn man den von *Abulfidâ's* Gewährsmännern gebrauchten Ausdruck احدث „etwas ganz neues machen" nicht zu streng nehmen wollte, so dass der neue Name Muḥammedia nicht recht aufgekommen, sondern der ältere Masîla im Gebrauch geblieben wäre. Nur darin irrt *Edrîsí*, dass er den Leiter des Baues Ibn el-Andalûsí in die Zeit des Idrîs setzt, da 'Alí im J. 334 in einer Schlacht blieb und sein Sohn Ġa'far ihm als Dynast von Zâb folgte und bis zum J. 360 dort blieb. *Ibn Challikân* No. 136 stimmt damit überein, nur sagt er, Masîla sei von 'Alí Ibn el-Andalûsí erbaut, was man aber auch von dem Wiederaufbau nach einer Zerstörung verstehen kann; auch er erwähnt den Namen Muḥammedia nicht. *Ibn 'Adsârî* pag. 233 sagt: Masîla nennen die Schî'iten Muḥammedia.

Um diese Zeit traten in Africa mehrere neue Sectenstifter auf. Mit Abu Muḥammed Ḥâmîm[1]) ben Mannallah gen. *el-Muftirî* d. i. „der Lügner" im fernen Westen bei Tîṭâwân (Tetuan) und Ṭanga (Tanger) kamen die Schi'iten nicht in Berührung, desto gefährlicher für sie wurde Abu Jazîd Machlad el-Zanâtî. Sein Vater Keidâd[2]), ein Kaufmann in Tauzar, der Hauptstadt des Gebietes von Castîlia, hatte eine Frau Namens Sabîka vom Stamme Hawwâra, mit welcher er in Handelsgeschäften nach Sûdân gereist war, und hier wurde Abu Jazîd in der Stadt Kûkû geboren. Nach ihrer Rückkehr nach Tauzar wurde er in die Schule geschickt und lernte den Korân, gerieth aber dann in die Gesellschaft der Nakkarier, einer Secte der Çufria, an deren Spitze Abu 'Ammâr Abd el-Ḥamîd el-A'má stand, nahm ihre Lehren an und begab sich darauf nach Târhart, wo er den Kindern Unterricht gab. Hier war er zu der Zeit, als el-Schi'î dorthin kam, um zur Befreiung des Obeidallah nach Si'gilmâsa zu marschiren; damals verliess Abu Jazîd Târhart, wandte sich nach Takjûs, einem freundlichen Städtchen zwischen el-Ḥamma und Cafça, kaufte sich hier eine Besitzung und setzte den Unterricht der Schulkinder fort. Er hatte sich nun ein eigenes communistisches System ausgebildet, lehrte die Auflehnung gegen die Regierung, Weiber- und Gütergemeinschaft, Mord, Verleitung zum Abfall von dem orthodoxen Glauben, schimpfte auf 'Alî ben Abu Ṭâlib und tadelte die Leute wegen vieler ihrer Handlungen, besonders wegen ihrer Bereitwilligkeit von ihrem Vermögen Abgaben zu geben. Sein Anhang wurde immer grösser und im J. 316 stachelte er das Volk auf, den Verwalter von Takjûs umzubringen und dies wurde ausgeführt. Nach der

---

1) Der Name Ḥâmîm ist aus den beiden Buchstaben *ḥâ* und *mîm* gebildet, welche zu Anfang mehrerer Suren des Korân stehen und einen mystischen Sinn haben sollen. Der Berg Ḥamîm bei Tetuan, wo Abu Muḥammed wohnte, hat von ihm den Namen.

2) An vielen Stellen findet sich die Lesart Kandâd, z. B. *Abulfeda*, Annal. T. II. pag. 430, wo der Verfasser selbst in dem Pariser Codex كَنْداد Kandâds vocalisirt hat.

That gerieth Abu Jazîd doch in Angst und er verliess die Stadt, um die Wallfahrt zu machen, als er indess nach Tripolis kam, war daselbst von Obeidallah ein Schreiben eingegangen, die durchziehenden Berbern anzuhalten. Er ergriff desshalb die Flucht mit seinem Lehrer Abu 'Ammâr, der ihn begleitet hatte, und kehrte nach Takjûs zurück. Aber auch hier war bereits der Befehl zu seiner Verhaftung eingetroffen und er musste sich längere Zeit verborgen halten.

---

Zu der Noth und dem Elend, in welches in den Jahren 316 und 317 die ganze Nordküste von Africa durch eine verheerende Pest und gleichzeitige Theuerung versetzt wurde, kamen die erneuerten Aufstände, wodurch mehrere Provinzen auf längere Zeit für Obeidallah verloren gingen. Bald nach dem Abzuge des Abul-Casîm war Muḥammed ben Chazar wieder vor Tâhart erschienen und hatte sich des ganzen Gebietes el-Zâb bemächtigt. Zu gleicher Zeit erklärte sich Mûsá ben Abul-'Âfia in Fâs für unabhängig und marschirte gegen Nakûr, eroberte die Stadt im J. 317, tödtete den Fürsten el-Muajjid ben Abd el-Badî', vertrieb die anderen Idrisiten aus ihren Besitzungen, ebenso die Besatzungen und Präfecten des Ibn Chazar und machte sich zum Herrn des ganzen Landes von Tâhart bis el-Sûs el-acçá. Obeidallah war damals nicht im Stande ihm einen Widerstand entgegen zu stellen, und selbst, als ohne seine Erlaubniss im J. 318 sich der General Ḥumeid ben Jaçil[1]) nach Tâhart begeben hatte, um für ihn thätig zu sein, liess er ihm durch dessen Vater, den dortigen Statthalter Jaçil ben Ḥabûs befehlen, unverzüglich wieder zurückzukommen, und er leistete diesem Befehle augenblicklich Folge. — Noch bedenklicher wurde die Lage für Obeidallah, als im folgenden Jahre 319 Mûsá sich unter den Schutz des Abd el-Raḥman

1) *Ibn 'Adsârî* pag. 202 يصل, *Bekrí* pag. 128 يصلى Içlî, *Ibn Chaldûn* يصليتن in der Übersetzung Tome I, 268 und II, 528 Isliten, was auch der Name eines Berberischen Stammes ist, *Bekrí* pag. 94; in der zweiten Stelle des *Ibn Chaldûn* ist jedenfalls Aḥmed unrichtig statt Ḥumeid.

el-Nâçir, Chalifen von Cordoba, stellte, der sein desfallsiges Gesuch sehr freundlich aufnahm, ihn mit Geld und Waffen zu unterstützen versprach und ein damit beladenes Schiff von Spanien abschickte, welches in dem Hafen von Gurâwa landete. Dieser Ladung bemächtigte sich indess der dortige Herrscher el-Ḥasan ben Abul-'Aisch und weigerte sich sie wieder herauszugeben, als Mûsá sie forderte, ungeachtet sein eigener Cadhi und die angesehenen Einwohner der Stadt ihm desshalb Vorstellungen machten. Mûsá zog desshalb von Nakûr gegen ihn aus, kam zunächst nach Çâ, vertrieb daraus 'Âmir ben Abul-'Aisch, den Bruder des Ḥasan, während er die Einwohner in Ruhe liess, und wandte sich dann nach Zugâwa, wohin ihm Ḥasan ben Abul-'Aisch entgegen ging. Als dieser aber die Menge der Feinde sah, kehrte er um, ohne einen Kampf zu wagen, Mûsá verbrannte die Umgegend von Gurâwa und schloss die Stadt ein; dann kam es zu Unterhandlungen, Ibn Abul-'Aisch wünschte Frieden zu machen und verstand sich zur Herausgabe des Weggenommenen, worauf der Friede geschlossen wurde und Mûsá in sein Land zurückkehrte.

Bald darauf zog er nach Auzakkûr und die Einwohner von Kulu' Gâra baten Ibn Abul-'Aisch gegen ihn um Hülfe, dieser schickte ihnen ein Reitercorps, welches einen Einfall in das Gebiet des Mûsá machte, ihm viele Camele wegführte und die Beute mit Ibn Abul-'Aisch theilte, und in Folge dessen fing der Krieg zwischen ihnen aufs neue an. Die Einwohner von Gurâwa schrieben an Mûsá, luden ihn ein, zu ihnen zu kommen, und stellten sich unter seinen Schutz; dann wandte er sich gegen die Banu Mançûr und forderte sie auf, sich ihm zu unterwerfen, einige gehorchten, die übrigen zwang er und tödtete viele derselben. Unter den Gefangenen befand sich die Frau des Ibn Abul-'Aisch, eine Kureschitin, und seine Kinder, auch seine Pferde und Waffen fielen in seine Hände; ihre Stadt verbrannte er, kehrte dann in seinen Wohnsitz zurück und schickte die Frau unter sicherer Bedeckung einiger Einwohner von Guwâra ihrer Familie zu.

Alle diese Vorgänge beunruhigten Obeidallah so sehr, dass er an die Stämme von Magrib schrieb und sie aufforderte, sich ihm anzuschliessen,

und er machte sie geneigt, ihm Hülfe und Beistand zu leisten. Mehrere Häuptlinge, deren Treue nicht zuverlässig war, wurden von dem Statthalter von Tâhart, Ḥumeid ben Jaçil, überfallen und Donnerstag den 2. Ǧumâdá II. 320 drei Monate lang in der Burg des Abu Ḥamlîl eingeschlossen, darunter dieser Abu Ḥamlîl selbst, Dâwûd ben Maçâla und Sinân, viele ihrer Anhänger wurden getödtet.

Um dieselbe Zeit hatte Muḥammed ben Chazar an Mûsá ben Abul-'Âfia geschrieben und ihm seine Unterstützung gegen Ibn Abul-'Aisch angeboten; Mûsá hatte dies Anerbieten unwillig zurückgewiesen, da er allein ihm gewachsen zu sein glaubte oder weil er eine verrätherische Absicht dahinter vermuthete, und zum Dank unternahm er in aller Stille einen mehrtägigen Marsch, überraschte ihn, griff ihn an und schlug ihn in die Flucht, wobei Ibn Chazar viele seiner Leute verlor, dann kehrte Mûsá nach Ǧurâwa zurück.

Auf die Vorstellung der einflussreichsten Personen, die Idrisiten nicht gänzlich dem Elende und Untergange Preis zu geben, hatte ihnen Mûsá einen einzigen Ort, die Festung Ḥagar el-Nasr[1]), als Aufenthaltsort gelassen, jedoch in deren Nähe bei Tâwînt ein Observationscorps unter Abu Camḥ aufgestellt, um den Verkehr mit ihren Anhängern zu verhindern; sein Sohn Madjan war Befehlshaber in Fâs. Dies dauerte, bis im J. 321 Ḥumeid ben Jaçil in Begleitung des Ḥâmid ben Ḥamdûn el-Hamadâní, welcher schon früher in Fâs eine Rolle gespielt hatte, dort erschien; Madjan ergriff die Flucht und Ḥâmid wurde als Statthalter eingesetzt. Inzwischeu war es den Idrisiten doch gelungen ein Heer zusammen zu bringen, sie überfielen Abu Camḥ, schlugen ihn in die Flucht und erbeuteten fast seine ganze Feldequipage. Bei Obeidallah's Tode erhob sich Aḥmed ben Bekr ben Abd el-Raḥman el-Ǧudsâmí in Fâs, bemächtigte sich der Regierung, tödtete Ḥâmid und seinen Sohn und schickte ihre Köpfe an Mûsá ben Abul-'Âfia, welcher sie weiter nach Cordoba gelangen liess. So gingen die Erfolge Ḥumeid's wieder

1) d. i. Adlerstein, zwischen Sabta und Fâs, wahrscheinlich einerlei mit Çachra el-Nasr d. i. Adlerfels, S. 72 vorl. Z.

verloren, welcher überdies, da er den Zug ohne Obeidallah's Auftrag unternommen hatte, bei seiner Rückkehr eingekerkert war und als er aus dem Gefängnisse entkam, sein Heil in der Flucht nach Spanien suchte.

Obeidallah starb Dienstag den 14. Rabí' I. 322 in dem Alter von 62 bis 63 Jahren nach einer Regierung von 24 bis 25 Jahren; er hinterliess von sechs Frauen sechs Söhne und sieben Töchter. Die Söhne waren: Abul-Câsim Abd el-Raḥman, welcher sich selbst den Namen Muḥammed beilegte; Abu 'Alí Aḥmed gest. in Miçr Mitte Dsul-Ca'da 382; Abu Ṭâlib Mûsá gest. daselbst im Dsul-Ca'da 363; Abul-Ḥusein 'Îsá gest. in Raccâda im J. 382; Abu Abdallah el-Ḥusein gest. in Magrib noch unter el-Câïm's Regierung und Abu Suleimân Dâwûd gest. in Magrib im J. 341[1]). — Die obersten Richterstellen bekleideten Abu Ga'far Muḥammed ben 'Ammâr el-Marwarrûdsí, starb nach seiner Absetzung im J. 303; Isḥâk ben Abul-Minhâl, welcher nach Sicilien versetzt wurde; Muḥammed ben Maḥfûdh el-Camûdí gest. im Muḥarram 307; Muḥammed ben 'Imrân el-Naftí gest. im J. 310, und Isḥâk ben Abul-Minhâl zum zweiten Male. Sein Kammerherr war Ga'far ben 'Alí, sein Sonnenschirmträger Mas'ûd el-Çaklabí, darauf Girs el-Çaklabí.

## II. Abul-Câsim Muḥammed el-Câïm.

Abul-Câsim Abd el-Raḥman, mit dem angenommenen Namen Muḥammed, war von seinem Vater zum Nachfolger designirt und hatte schon bei dessen Lebzeiten die Huldigung empfangen, Decrete mit seinem Namen unterzeichnet und die Ehre genossen, dass bei Aufzügen der Sonnenschirm über seinem Kopfe getragen wurde, und noch am Todestage seines Vaters wurde die Huldigung erneuert[2]), wobei er sich den

1) Es wird wohl 331 heissen müssen, weil auch hier steht „unter el-Câïm's Regierung", wenn dies nicht aus der vorigen Zeile unrichtig wiederholt ist.

2) Diese Angabe von *'Gamâl ed-Dîn* und *Ibn 'Adsârí* S. 216 ist wahrschein-

Beinamen el-Câïm biamrillahi d. i. der Standhafte in der Sache Gottes, beilegte. Während Obeidallah niemals in Person einen Feldzug unternommen oder eine Schlacht geschlagen hatte, war sein Sohn schon in jungen Jahren an die Kriegführung gewöhnt, und wenn auch die beiden Expeditionen nach Ägypten nicht den gewünschten Erfolg gehabt hatten, so hatte er sich doch darin bewährt und Erfahrungen gesammelt, so dass er in der Folge mehrmals die Armeen seines Vaters zum Siege führte, nachdem andere Führer vergebens darum bemüht gewesen waren.

Gleich bei seiner Thronbesteigung erhob sich gegen ihn Ibn Ṭâlût el-Cureschí in der Gegend von Tripolis, welcher sich für einen Sohn el-Mahdi's ausgab; er sammelte eine grosse Menge von Berbern um sich, die ihm Glauben schenkten, und zog mit ihnen nach Tripolis. Hier setzten sich ihm die Einwohner zur Wehre und tödteten eine Anzahl seiner Anhänger, und als die Berbern einsahen, dass er sie betrogen habe, tödteten sie ihn selber und brachten seinen Kopf zu el-Câïm. — Dieser erliess an die Präfecten im ganzen Reiche den Befehl, Waffen und Kriegsgeräth aller Art anfertigen zu lassen, dann sandte er den Eunuchen Meisûr mit einer grossen Armee wieder nach Magrib, um Fâs und Nakûr[1]) zum Gehorsam zu bringen. — In Fâs hatte Mûsá ben Abul-'Âfia den Aḥmed ben Bekr ben Abu Sahl el-Ġudsâmí zum Regenten eingesetzt und dieser kam Meisûr bei seiner Annäherung entgegen, um sich ihm zu unterwerfen, indess Meisûr täuschte seine Erwartungen, nahm ihn gefangen und schickte ihn nach Mahdia. Die Einwohner von Fâs dachten aber nicht daran, sich gutwillig zu ergeben, ernannten vielmehr den Ḥasan ben Câsim el-Lawâtí zu ihrem Oberhaupte und Meisûr führte den Krieg sieben Monate lang, ohne etwas zu erreichen. Da er längere Zeit keine Nachricht nach el-Mahdia hatte

licher als die des *Ibn el-Athîr* VIII, 212, dass er den Tod seines Vaters ein Jahr lang verheimlicht habe aus Furcht vor einem Aufstande, bis er sich stark genug fühlte, um selbständig seine Pläne durchzuführen, wie es bei seinem Tode el-Mançûr machte.

1) So ist unstreitig bei *Ibn el-Athîr* VIII, 212 zu lesen anstatt Takrûr.

gelangen lassen, wurde el-Câïm um ihn besorgt und schickte ihm ein Hülfscorps unter dem Eunuchen Çandal nach, welches im Gamâdâ II. 323 aufbrach. Çandal marschirte aber zunächst auf Nakûr zu, welches der Idrisit Ismâ'îl ben Abd el-Malik nach der Zerstörung im J. 317 wieder aufgebaut, bevölkert und zum Sitz seiner Regierung gemacht hatte. Auf dem Wege dahin hielt er in Gurâwa bei Ḥasan ben Abul-'Aisch einen Ruhetag und zog dann weiter nach Harrâs, von wo er an Ismâ'îl schrieb und ihn aufforderte zu ihm zu kommen. Ismâ'îl hatte Nakûr schon verlassen und sich in die Festung Akri eingeschlossen und versicherte in einem Antwortschreiben seinen Gehorsam. Damit nicht zufrieden liess Çandal seine Aufforderung durch Abgeordnete wiederholen, welche aber von Ismâ'îl umgebracht wurden. Nun rückte Çandal gegen Akri vor, lagerte in der Nähe bei Nasâft, dem Orte, wo Maçâla den Sa'îd ben Çâliḥ getödtet hatte, und nach achttägigen Kämpfen, in deren letztem Ismâ'îl und die meisten seiner Leute fielen, wurde die Festung an einem Freitage im Schawwâl 323 erobert und die Frauen, Verwandten und zwei Kinder des Ismâ'îl zu Gefangenen gemacht. Çandal setzte einen Kitâmier Namens Marmâzû als Statthalter von Nakûr ein, sobald er aber abgezogen war, kehrten die geflüchteten Einwohner in die Stadt zurück, ernannten Mûsá ben el-Mu'taçim gen. Ibn Rûmí von den Banu Içliten im Gebirge Abul-Ḥasan zu ihrem Oberhaupt, tödteten Marmâzû mit allen seinen Begleitern und schickten den Kopf des ersteren nach Spanien an Abd el-Raḥman el-Nâçir.

Çandal hatte sich mit Meisûr vereinigt, welcher von Fâs herkam, sie wandten sich der Küste zu, wo sie durch die Idrisiten Gebrüder Ḥasan, Ibrâhîm el-Ramûní und el-Câsim gen. Kunûn, Söhnen des Muḥammed ben el-Câsim, mit ihren Truppen unterstützt wurden, und mit ihrer Hülfe gelang es, Mûsá ben Abul-'Âfia so in die Enge zu treiben, dass er sich in die Wüste flüchten musste, nachdem sein Sohn el-Bûrí in Gefangenschaft gerathen war. Meisûr übertrug aus Dankbarkeit an Kunûn die Regentschaft unter der Bedingung die Oberhoheit el-Câïm's anzuerkennen, Kunûn nahm seinen Sitz in Çachra el-Nasr und Meisûr kehrte im J. 324 nach el-Mahdia zurück.

Gleichzeitig hatte el-Câïm noch im J. 322 oder 323 eine Flotte unter dem Befehle des Ja'cûb ben Isḥâk auslaufen lassen, welche zunächst an der Küste von Frankreich grosse Verheerungen anrichtete und viele Gefangene machte, hierauf vor Genua erschien, welches nach kurzer Blockade erobert wurde, dann segelte sie hinüber nach Sardinien und von hier an die Küste von Calabrien, zuletzt nach Carcana[1]), überall mordend und plündernd und die Schiffe verbrennend, und kehrte wohlbehalten wieder zurück.

Im J. 323 machte el-Câïm einen dritten Versuch Ägypten zu erobern. Er schickte dahin eine Armee von 10000 Mann unter dem Eunuchen Zeidûn in Begleitung von 'Âmir el-Ma'gnûn und Abu Zurâra; in Barca schloss sich noch ein Theil der dortigen Besatzung an, die aus Kitâmiern bestand. Nachdem sie schon in Alexandria eingerückt waren, sandte ihnen der Ägyptische Statthalter Muḥammed ben Ṭug'g seinen Bruder Obeidallah mit 15000 Reitern entgegen, welche sie wieder aus der Stadt hinausdrängten und ihnen 38 Arabische Meilen von dort bei Dsât el-Ḥumâm eine solche Niederlage beibrachten, dass sie mit Zurücklassung vieler Gefangenen in voller Flucht wieder in Barca ankamen.

Das Gebirge Aurâs, welches einen Theil des Atlas bildet und sich 7 oder 12 Tagereisen lang ausdehnt, wurde von den Stämmen Hawwâra und Miknâsa bewohnt, die darin zahlreiche feste Burgen besassen und sich zu der Secte der Ibâdhier bekannten; dort war auch der Wohnsitz ihrer Wahrsagerin. Die alte Hauptstadt el-Rummânia in der Nähe von

---

1) Eine kleine Insel in dem Golf von Câbis, Safâkis gegenüber. *Jâcût* geogr. Wörterb. IV, 66. *Edrîsî* S. 127. Dieser Name liegt in den Varianten bei *Ibn el-Athîr* VIII, 232 قرقيسية, قرفسية, قرفسة viel näher als قيسارية Cäsarea an der Syrischen Küste, wie *de Slane*, hist. des Berbères II, 529 geändert hat, und es ist nicht wahrscheinlich, dass die Flotte sich soweit entfernt habe. Da Cäsarea die Station eines Theils der Syrischen Flotte war, so wäre es schon der Mühe werth gewesen, sie dort aufzusuchen und zu vernichten, indess scheint ein solches Unternehmen doch zu gewagt und die unbehelligte Ausführung ohne eigene Verluste nicht glaublich; ein so wichtiges Ereigniss würde auch von anderen Seiten nicht mit Stillschweigen übergangen sein, wir wissen aber sonst nichts darüber.

Masîla lag damals schon lange in Trümmern und der eine Tagereise von Masîla entfernte Ort 'Âdsina[1]) war gerade in der Zeit, als Meisûr sich auf dem Rückmarsche befand, von dem Statthalter 'Alí ben Ḥamdûn Ibn el-Andalûsí zerstört, vermuthlich weil Abu Jazîd dort sein Unwesen trieb, da er besonders unter den Ibâdhiern sich einen grossen Anhang verschafft hatte. Er wusste die Leute über seine eigentliche Absicht und Meinung zu täuschen und redete zu ihnen, als wenn er der rechtgläubigste Mann sei, der sie zu der wahren Religion führen und die Lehren der Sunna gegen die Schí'iten vertheidigen wolle. el-Câïm konnte dies Treiben nicht ruhig ansehen und sandte nach Castîlia den Befehl, Abu Jazîd festzunehmen, welcher sich der Ausführung dadurch entzog, dass er den Schauplatz seiner Umtriebe für einige Zeit verliess und jetzt eine Wallfahrt nach Mekka unternahm. Von dort im J. 325 sehr erschöpft zurückgekehrt, dachte er sich in Tauzar zu erholen, seine Ankunft wurde indess durch den Präsidenten Ibn Furcân dem Statthalter angezeigt, welcher ihn ins Gefängniss bringen liess. Auf die Nachricht hiervon eilten die angesehensten Zanâta unter ihnen sein Lehrer Abu 'Ammâr herbei und verlangten seine Freilassung, und um Zeit zu gewinnen, gab ihnen der Statthalter die Antwort, dass sie erfolgen würde, sobald sie den rückständigen Tribut würden bezahlt haben. Nun sammelten sie sich um Fadhl und Jazîd, zwei Söhnen Abu Jazîd's, machten einen Angriff auf das Gefängniss, tödteten die Wachen und setzten Abu Jazîd in Freiheit. Er begab sich in das Gebiet der Banu Warkalân, blieb dort ein Jahr lang und ging dann bei den verschiedenen Stämmen im Gebirge Aurâs umher um sie auf seine Seite zu ziehen, wobei Abu 'Ammâr statt seiner das gegenseitige Gelöbniss gab und nahm, dass sie gegen die Schí'iten kämpfen und dafür gleichen Antheil an dem erbeuteten Vieh und den Gefangenen haben, und nach der Eroberung von el-Mahdia und Keirawân die Regierung von einem Rath der Ältesten geführt werden solle.

---

1) So *Bekri* l'Afr. pag. 144, nicht Masîla selbst, wie *Ibn 'Adsârî* pag. 222 sagt, welches erst im J. 316 von Ibn el-Andalûsí erbaut und seine Residenz war; vergl. oben S. 65.

So war das Ende des J. 331 herbeigekommen und im Anfange des Jahres 332 war Abu Jazîd so mächtig, dass er es mit den gegnerischen Armeen aufnehmen konnte, er schlug sie in mehreren Treffen, zwang el-Câïm sich nach el-Mahdia zurückzuziehen und richtete seinen Marsch nach Keirawân, wo er im Monat Çafar einzog. Durch sein Wohlwollen gewann er das Volk, er zeigte seine Rechtgläubigkeit dadurch, dass er bei der Erwähnung der Namen der Chalifen Abu Bekr und Omar den gebräuchlichen Segensspruch folgen liess, er forderte zum heiligen Kampfe gegen die Schfiten auf und befahl, nach den Lehren des Imam Mâlik Recht zu sprechen. Die Rechtskundigen und Frommen erschienen auf den Märkten, wünschten sich Glück und sprachen den Segen über den Propheten Muḥammed, seine Begleiter und seine Frauen und pflanzten zuletzt ihre Fahnen vor der Moschee auf. Am nächsten Freitag wurde ein Festzug zu Pferde nach der Moschee veranstaltet mit Waffen, Fahnen und Trommeln; es befanden sich darunter zwei grüne Fahnen mit Inschriften, auf der einen stand das Bismillahi und Muḥammed ist der Gesandte Gottes, auf der anderen: „Hülfe von Gott und der Sieg ist nahe durch den Scheich Abu Jazîd; o Gott! hilf deinem Stellvertreter gegen die Schmähungen seiner Gegner.“ Andere Fahnen hatten Inschriften von Koran-Versen, wie Sure 9, 12. 14. 40. Als die Leute in der Moschee Platz genommen hatten, bestieg Abu Jazîd die Kanzel und hielt eine begeisternde Rede, worin er zum heiligen Kampfe aufforderte und schilderte, welche Belohnungen dafür bevorständen, und sprach schliesslich den Fluch aus über Obeidallah und seinen Sohn Abul-Câsim. Dadurch gewann er einen bedeutenden Zuwachs für seine Armee, so dass er weitere Züge unternehmen konnte. Da er indess der Hauptmacht el-Câïm's, welche in der Nähe von Keirawân und Raccâda stand, sich noch nicht gewachsen fühlen mochte, wandte er sich erst wieder nach Westen, um den Zuzug der Berbern von dort her auf seine Seite zu ziehen. Seinen bisherigen Truppen hatte er die Weisung gegeben, wenn sie unter den Gegnern auf Einwohner von Keirawân stiessen, ihnen auszuweichen und den Kampf mit ihnen seinen jetzigen Anhängern von

dort zu überlassen, damit diese sich gegenseitig bekämpften und ihm keine Vorwürfe gemacht werden könnten.

Sein nächstes Ziel war Bâgâja; den Commandanten, welcher ihm von dort entgegen kam, schlug er zurück, konnte aber die Stadt selbst nicht einnehmen; er gab nach einiger Zeit die Belagerung auf und richtete an die Stämme von Castîlia die Aufforderung, sich ihrer Hauptstadt Tauzar zu bemächtigen. Jedoch auch diese Stadt widerstand im Anfange des J. 333 einer Belagerung, dagegen eroberte Abu Jazîd Tabissa und Ma'ganna, deren Mauern er zerstörte, während er die Einwohner begnadigte, dann zog er in Marma'ganna ein. Hier führte ihm einer der Einwohner als Geschenk einen wohlgebauten grauen Esel vor, welchen Abu Jazîd von nun an beständig zum Reiten benutzte, woher er den Namen *Ḥammâr* Eselreiter bekam. Abu Jazîd war von kleiner, unansehnlicher Gestalt und trug eine kurze wollene *'Gubba* Joppe.

Er schlug dann die Kitâma in die Flucht, entsandte ein Corps nach Sabîba, welches erobert und dessen Präfect gekreuzigt wurde, er selbst zog nach el-Urbus, eroberte, plünderte und verbrannte die Stadt und liess die Einwohner, die sich in die Moschee geflüchtet hatten, hinschlachten. Als diese Nachricht nach el-Mahdia kam, geriethen die Bewohner in grosse Besorgniss, sie kamen zu el-Câïm und stellten ihm vor, el-Urbus sei das Thor von Africa, bei dessen Einnahme die Herrschaft der Aglabiten ein Ende genommen habe; er aber erwiederte gelassen nach der Vorhersagung seines Vaters: Es leidet keinen Zweifel, dass Abu Jazîd bis an den Betplatz hier in el-Mahdia kommen wird, aber dort wird ihm ein Ziel gesetzt werden. Indess schickte er doch seine Armee hinaus, um das Land zu beschützen, ein Corps nach Raccâda, ein anderes unter Meisûr nach Keirawân, und sammelte neue Truppen. Abu Jazîd wagte nicht sie anzugreifen und beschloss, zuvor die übrigen Städte von Africa zu erobern und zu zerstören; sobald er aber erfuhr, dass das neue Corps unter dem Eunuchen Buschrá nach Bâ'ga marschirt sei, liess er 400 Reiter ihr Gepäck ablegen, überfiel mit ihnen Buschrá, eroberte dessen Zelte, und schlug ihn in die Flucht, so dass er sich nach Tunis zurückzog, wobei eine grosse Anzahl der angesehensten Kitâma

den Tod fand. Abu Jazîd zog in Bâga ein, plünderte es, steckte es in Brand, tödtete die Kinder und nahm die Frauen gefangen; er schrieb an die umwohnenden Stämme, sich ihm anzuschliessen, sie kamen auch herbei und er liess für sie Zelte, Fahnen und Kriegsgeräth anfertigen.

In Tunis vertheilte Buschrá Geld unter die Leute und zog dadurch wieder eine grosse Menge heran, welche er ausrüstete und gegen Abu Jazîd aussandte; dieser wurde in die Flucht geschlagen, indess begnügten sich Buschrá's Truppen damit, Beute zu machen, und kehrten nach Tunis zurück. Hier brach bald nachher ein Aufstand aus, das Haus des Präfecten wurde geplündert, er selbst vertrieben und Abu Jazîd eingeladen dorthin zu kommen; er that dies, ertheilte eine allgemeine Amnestie, ernannte einen aus ihrer Mitte Namens Raḥmûn zum Präfecten und begab sich dann nach Faḥç Abu Çâliḥ[1]). Die Leute fürchteten sich vor ihm, viele flüchteten nach Keirawân, manche schlossen sich ihm aus Furcht an. el-Câïm befahl jetzt Buschrá, ein Corps zum Recognosciren auszuschicken, Abu Jazîd that ein Gleiches und ertheilte dem Anführer den Befehl, auf seinem Wege Niemand zu schonen, um alle in Schrecken zu setzen; beim Zusammenstoss in der Nähe von Harakla 18 Meilen von Susa wurden Abu Jazîd's Truppen geschlagen und verloren 4000 Todte und 500 Gefangene, welche in Fesseln nach el-Mahdia geschleppt und dort hingerichtet wurden.

Über diese Niederlage war Abu Jazîd sehr aufgebracht, er sammelte alle seine Streitkräfte, zog damit den Kitâma entgegen, schlug sie bei Ḥarîria in die Flucht und die Berbern verfolgten sie bis Raccâda; er lagerte dann mit 100000 Reitern auf der Westseite von Keirawân und stand am anderen Morgen östlich von Raccâda. Indess der Statthalter Chalîl ben Isḥâk bekümmerte sich gar nicht um ihn, obgleich die Leute zu ihm kamen und ihm die Annäherung des Feindes meldeten, vielmehr verbot er zum Kampfe hinauszugehen, er wollte die Ankunft Meisûr's

1) So *Ibn el-Athîr* VIII, 317; bei *Keirawâni* pag. 98 steht dafür *Faḥç Abu Ṭâlib, lieu encore connu de nos jours et qui se trouve pres de Zar'ouan.* Dies Zagawân ist das Gebirge zwischen Tunis und Keirawân.

mit seiner Armee abwarten. Abu Jazîd dagegen liess eine Abtheilung seiner Truppen an die Stadt heranrücken, um die Einwohner zu engagiren, es entspann sich ein grosser Kampf, in welchem die Belagerten mit grossen Verlusten zurückgeschlagen wurden. Auf wiederholte dringende Vorstellungen sah sich Chalîl endlich genöthigt, gegen seinen Willen aus den Thoren von Keirawân hinauszugehen, als aber der Feind sich näherte, zog er sich wieder zurück und schloss sich in seine Wohnung ein, um Meisûr's Ankunft zu erwarten; einige Berbern waren zugleich in die Stadt eingedrungen, wo ein Strassenkampf stattfand. Um diese Zeit hatte Abu Jazîd noch ein Corps unter Ajjûb el-Zuweilî nach Keirawân abgeschickt, welches am letzten Çafar sich vollends der Stadt bemächtigte, plünderte und mordete und auf die schrecklichste Weise hauste. Chalîl wurde in seiner Wohnung belagert, ergab sich zuletzt mit seinen Leuten auf Gnade und Ungade und wurde zu Abu Jazîd geführt, welcher ihn umbringen liess. Die Ältesten von Keirawân begaben sich zu Abu Jazîd, welcher noch in Raccâda war, und baten um Frieden; er suchte sie durch Versprechungen hinzuhalten, während seine Soldaten das Morden und Plündern fortsetzten, und auf die wiederholte Klage, dass die Stadt zerstört werde, antwortete er: sind nicht auch Mekka und Jerusalem zerstört? Endlich befahl er der Verwüstung Einhalt zu thun, jedoch hörten die Berbern nicht auf, bis sich die Nachricht verbreitete, dass Meisûr mit einem grossen Heere im Anzuge sei, worauf sie die Stadt verliessen.

el-Câïm hatte in Erfahrung gebracht, dass die Banu Kamlân, die sich bei Meisûr befanden, an Abu Jazîd geschrieben hätten, sie wollten ihn in seine Gewalt bringen; el-Câïm benachrichtigte Meisûr hiervon, ermahnte ihn zur Vorsicht und rieth ihm die Banu Kamlân zu entlassen. Dies geschah, sie gingen zu Abu Jazîd über und sagten ihm, wenn er sich beeile, werde er den Sieg davon tragen. Er brach sogleich auf, bei el-Achawân zwischen Keirawân und el-Mahdia fand am Mittwoch den 10. Rabî' I. ein harter Kampf statt, sein linker Flügel wandte sich schon zur Flucht, da machte er einen Angriff auf Meisûr, dessen Umgebung dadurch ins Weichen kam, und indem Meisûr sein Pferd

herumwarf, stürzte es, er fiel herunter, seine Soldaten vertheidigten ihn noch, da eilten die Banu Kamlân herbei und nach einer verzweifelten Gegenwehr wurde Meisûr getödtet, worauf seine ganze Armee das Weite suchte. Sein Kopf wurde zu Abu Jazîd gebracht und danach durch die Strassen von Keirawân getragen und dieser Sieg im ganzen Lande verkündet.

Durch diese Niederlage wurde nun auch el-Câïm für sich und die Seinigen in el-Mahdia besorgt; die Leute zogen aus den Vorstädten in die innere Stadt hinein und suchten Schutz hinter ihren Mauern; el-Câïm verbot ihnen dies und verhiess ihnen den Sieg und sie kehrten nach Zuweila[1]) zurück. Abu Jazîd blieb zwei Monate und acht Tage in dem Zelte des Meisûr und sandte von hier aus Streifcorps nach allen Seiten, welche Beute machten und dann zurückkehrten. Ein solches Corps kam auch nach Susa, die Stadt wurde mit dem Schwerdt erobert und in Asche gelegt, die Männer umgebracht, die Frauen gefangen weggeführt, man schonte selbst das Kind im Mutterleibe nicht; in ganz Africa blieb kein Haus, kein Dach stehen, die Überlebenden kamen nackt und barfuss nach Keirawân, und die der Gefangenschaft entgingen, starben vor Hunger und Durst. Am letzten Rabî' II. 333 liess el-Câïm noch einen Graben um die Vorstädte von el-Mahdia ziehen und schrieb an Zîrî ben Manâd, den Fürsten der Çanhâga, und an die Oberhäupter der Kitâma und anderer Stämme und forderte sie auf nach el-Mahdia zu kommen zum Kampfe gegen die Gottesläugner, und sie rüsteten sich zu diesem Zuge.

Sobald Abu Jazîd hiervon Nachricht erhielt, rückte er näher nach el-Mahdia vor, lagerte 15 Meilen davon und liess Streifcorps bis an die Stadt ausschwärmen, welche alles plünderten und tödteten, was ihnen vorkam; die Leute zogen sich in die Stadt zurück und die Besatzung der Kitâma beschloss einen Ausfall zu machen, als sie erfuhren, dass der Feind sich auf Raubzügen zerstreut habe, und dies wurde Donnerstag

1) In diesem Gegensatze bedeutet die innere Stadt die befestigte Residenz und Zuweila die eigentliche Stadt von el-Mahdia.

d. 22. Gumâdâ I. ausgeführt. Bei Abu Jazîd traf grade sein Sohn Fadhl mit einer Armee aus Keirawân ein, er schickte ihn sogleich den Kitâma entgegen und sie stiessen sechs Meilen von el-Mahdia auf einander. Abu Jazîd sammelte die Truppen, die er noch bei sich hatte, eilte ihm nach und fand die Seinen schon im Rückzuge begriffen, nachdem sie viel Mannschaft verloren hatten; sobald aber die Kitâma ihn gewahr wurden, standen sie vom Kampfe ab und zogen sich zurück, Abu Jazîd folgte ihnen, am Siegesthore drängten sich die Massen, er drang mit einigen Berbern hinein und stand dicht vor der Residenz. Er kehrte indess um, bezog bei Tarnût sechs Meilen von der Stadt ein Lager und erneuerte erst acht Tage später im Gumâdâ II. den Angriff auf das Siegesthor, drang in Zuweila bis an das Thor Bekr vor, erstieg den neuen Wall und kämpfte oben auf demselben weiter; von hier gelangte er mit einer kleinen Schaar an die Seeseite und kam durch das Wasser, welches den Pferden bis an die Brust reichte, der neuen Mauer entlang, bis auf den grossen Betplatz, welcher von dem Schlosse nur einen Pfeilschuss weit entfernt war.

Seine Soldaten hatten sich unterdess in Zuweila zerstreut, wo sie plünderten und mordeten, ohne zu wissen, wo Abu Jazîd sei; besonders am Siegesthore warfen sich die Kitâma den Berbern entgegen und richteten ein grosses Blutbad unter ihnen an. Abu Jazîd hörte aus der Ferne das Getümmel und erfuhr zugleich, dass Zîrî ben Manâd mit den Çanhâga angekommen sei und eilte, um ihnen in den Rücken zu fallen, mitten durch die Stadt herbei, so dass, als die Einwohner seine Trommeln hörten und seine Fahnen sahen, glaubten, el-Câïm selbst komme ihnen aus dem Schloss zu Hülfe, sie jubelten ihm entgegen, fassten wieder Muth und erneuerten den Kampf. Abu Jazîd stutzte, er wurde erkannt, sie wandten sich gegen ihn und nur dadurch, dass einige seiner Soldaten eine Mauer demolirten, durch die er ins Freie kam, entging er dem Tode und erreichte gegen Abend das Lager. Sein Erscheinen belebte den Muth der Seinen und sie drängten ihre Verfolger zurück. Indess war er und seine Armee so erschöpft, dass er längere Zeit in dem Lager bei Tarnût blieb und dasselbe mit einem Walle umgeben liess, um

gegen einen Überfall gesichert zu sein. Hier sammelte sich nun wieder um ihn eine grosse Menge aus Tripolis, Câbis, Nafûsa, el-Zâb und dem fernen Magrib, er schloss die Stadt eng ein und gestattete Niemandem den Ein- und Ausgang, bis er am 22. Gumâdâ II. einen neuen Angriff unternahm. Er kam wieder selbst bis nahe an das Thor, hier erkannte ihn einer der feindlichen Soldaten, ergriff sein Pferd am Zügel und rief: dieser ist Abu Jazîd! und nur dadurch, dass einer von seinen Leuten hinzusprang und dem anderen die Hand abhieb, wurde Abu Jazîd gerettet. Da er einsah, dass er gegen el-Câïm nichts ausrichten könne, schrieb er an seinen Statthalter von Keirawân und befahl ihm, alle streitbare Mannschaft von dort zu ihm zu schicken, und er machte dann am letzten Ragab einen neuen Angriff, der ebenfalls mit grossen Verlusten abgeschlagen wurde, und ebenso wenig Erfolg hatte ein vierter Sturm, welcher im letzten Zehnt des Schawwâl unternommen wurde.

In el-Mahdia herrschte indess grosse Noth. Zwar hatte el-Câïm die Magazine geöffnet und vertheilte die von seinem Vater gesammelten Vorräthe, aber diese Wohlthat kam nur seinen Soldaten zu Gute, das Volk litt durch Hunger entsetzlich und ass nicht nur Pferde, sondern seine eigenen Todten. Viele, besonders Marktleute und Händler suchten die Stadt zu verlassen, allein diese Unglücklichen fielen den Berbern in die Hände, welche ihnen den Leib aufschnitten in der Meinung, darin verschlucktes Gold finden zu können.

Ein Corps der Kitâma, welches noch im Anzuge war und bei Constantine lagerte, machte Abu Jazîd etwas besorgt, er schickte ihnen aber einen seiner Generäle mit einer bedeutenden Schaar vom Stamme Warfaggûna und anderen entgegen, welcher sie in die Flucht schlug, so dass sie sich zerstreuten. Die Berbern kamen noch fortwährend aus allen Gegenden zu Abu Jazîd, aber sie hatten es nur auf Morden und Plündern abgesehen, dann kehrten sie in ihre Wohnsitze zurück, und als es in Africa nichts mehr zu plündern gab, blieben sie weg, bis er nur noch die aus Aurâs und die Banu Kamlân bei sich behielt.

Dies benutzte el-Câïm um einen Ausfall machen zu lassen, und am 6. Dsul-Ca'da fand ein heftiger, aber unentschiedener Kampf statt, und

als die Belagerten am anderen Morgen wieder hinauszogen, kam ihnen Niemand entgegen. Abu Jazîd musste erst seine Truppen herbeirufen, ehe er aus seinem verschanzten Lager hervorkam, und als einer seiner besten Anführer fiel, zog er sich wieder hinter den Wall zurück. Indess erneuerte er nachher den Kampf, es erhob sich ein heftiger Wind, der Staub verfinsterte die Luft, so dass man einander nicht sehen konnte, die Truppen el-Câîm's wurden mit grossen Verlusten zurückgeschlagen und die Belagerung stand wieder auf dem Punkte wie vorher, und abermals flüchteten viele nach Sicilien, Tripolis, Ägypten und Syrien. Am letzten Dsul-Ca'da, als Abu Jazîd wieder einige Verstärkung bekommen hatte, rückte er wieder gegen die Stadt heran, die belagerten Kitâmier wählten 200 Reiter aus ihrer Mitte aus und machten einen Ausfall wie ein Mann, tödteten viele ihrer Feinde und nahmen eben so viele gefangen; fast wäre Abu Jazîd selbst in ihre Hände gefallen, als er noch von seinen Soldaten herausgehauen und gerettet wurde. In der Stadt verbreitete sich grosser Jubel und man führte die Gefangenen gebunden hinein.

Im Anfange des J. 334 trat in Africa ein Mann auf, welcher die Leute aufforderte, sich ihm anzuschliessen und seiner Führung zu folgen; er gab sich für einen 'Abbasiden von Bagdad aus und erschien mit schwarzen Fahnen. Er erhielt auch einigen Anhang, indess genügte eine Abtheilung Soldaten, welche Abu Jazîd ausschickte, um ihn gefangen zu nehmen, er wurde zu ihm geführt und hingerichtet.

Bedenklicher für Abu Jazîd war es, dass ein Theil seiner Truppen desertirte. Sie waren bei ihm verläumdet, es war zu Reibungen mit anderen Truppen gekommen, sie verliessen das Lager und gingen nach el-Mahdia über. Bei dem nächsten Ausfalle waren sie betheiligt, Abu Jazîd erlitt eine Niederlage und dies hatte zur Folge, dass auch andere ihn verliessen und nur die Hawwâra, die von Aurâs und die Banu Kamlân bei ihm blieben, auf die er sich noch verlassen zu können glaubte. Aber auch diese fielen bald nachher von ihm ab; denn die Anführer beriethen sich unter einander und stellten dann ihren Mannschaften vor, sie wollten nach Keirawân gehen, dort die Berbern sammeln

und wieder zu Jazîd zurückkehren, da sie jetzt bei ihrer geringen Zahl nicht sicher wären, von el-Câïm überfallen zu werden. Der grösste Theil der Reiterei und des Fussvolkes brach also auf, ohne Abu Jazîd etwas zu sagen, und als er hinter ihnen her schickte, um sie zurückzurufen, weigerten sie sich ihm zu gehorchen. Desshalb zog er selbst mit den letzten 30 Mann eiligst ab, indem er sein Gepäck zurückliess, und kam am 6. Çafar nach Keirawân, wo er auf dem grossen Betplatze von Niemandem als von seinem Präfecten empfangen wurde, selbst die Kinder spotteten über ihn und lachten ihn aus.

Nach seinem Abzuge kamen die Leute aus el-Mahdia und fanden in dem Lager ausser dem Gepäck und den Zelten auch noch bedeutende Mundvorräthe, welche ihnen nach der schweren Belagerung vortrefflich zu Statten kamen, und el-Câïm schickte in die nächsten Orte seine Verwalter, welche die des Abu Jazîd vertrieben.

Als die Einwohner von Keirawân die geringe Anzahl der Truppen des Abu Jazîd sahen, fürchteten sie sich vor el-Câïm und wollten Abu Jazîd festnehmen und ausliefern, es fehlte ihnen indess an Muth und sie wandten sich schriftlich an el-Câïm, um ihn um Gnade zu bitten, erhielten aber keine Antwort. Dies erfuhr Abu Jazîd und machte dem Präfecten darüber Vorwürfe, sowie über seine schlechte Verproviantirung und anderes, und befahl ihm, die Truppen aus Keirawân hinaus in den Kampf zu führen. Er that dies, beruhigte die Leute über die unwilligen Reden Abu Jazîd's und setzte sie zugleich in Furcht vor el-Câïm, so dass sie sich zum Auszuge verstanden und sich ihm noch viele aus der Umgegend anschlossen. Indess die sesshaften Bewohner der Städte und Dörfer ergriffen die Verwalter Abu Jazîd's, tödteten einige derselben und schickten andere nach el-Mahdia. Auch die Einwohner von Susa hatten so mehrere aufgegriffen und zu el-Caïm gebracht, welcher ihnen dafür dankte und ihnen sieben Schiffe mit Lebensmitteln zusandte.

Abu Jazîd schickte nun seine neu gesammelten Truppen aus mit dem Befehl, überall zu morden, zu plündern, zu zerstören und zu verbrennen; sie kamen auch nach Tunis, drangen am 20. Çafar mit dem Schwerdt in die Stadt, tödteten die Männer, nahmen die Frauen und

Kinder gefangen und zerstörten die Moscheen; viele, die sich zur See retten wollten, kamen in den Wellen um. Die Truppen, welche el-Câïm zur Hülfe dahin schickte, wurden bei Wâdi Muliân in die Flucht geschlagen, die Nacht unterbrach ihre Verfolgung, sie retteten sich in das Blei-Gebirge, *'Gabal el-raçâç*, dann nach Içṭafûra; hier wurden sie von dem ihnen nacheilenden Feinde eingeholt, hielten aber jetzt besser Stand und brachten ihm eine solche Niederlage bei, dass sie am 5. Rabî' I. in Tunis eindrangen und die Soldaten des Abu Jazîd hinaustrieben; grosse Vorräthe an Lebensmitteln fielen hier in ihre Hände. Abu Jazîd hatte einen Sohn Namens Ajjûb, welcher auf die Nachricht hiervon mit einer grossen Armee herbeikam, die Vertriebenen an sich heranzog und damit Tunis wieder eroberte und in Asche legte; dann wandte er sich nach Bâġa, welches gleichfalls verbrannt wurde.

In dieser Zeit war ein Morden, Gefangennehmen und Zerstören, das jeder Beschreibung spottet. Eine Verschwörung gegen Abu Jazîd, welche el-Câïm gebilligt und zu unterstützen versprochen hatte, wurde entdeckt und die Betheiligten hingerichtet. Einige Berbern hatten bei Nacht einen Einwohner von Keirawân überfallen und ihm sein Geld und drei erwachsene Töchter geraubt. Am anderen Morgen, als die Leute sich zum Gebet versammelten, stand der Mann in der Moschee auf, rief laut und erzählte, was ihm widerfahren sei; ein grosser Haufen rottete sich zusammen, begab sich zu Abu Jazîd und liess ihn harte Worte hören; er entschuldigte sich bei ihnen, beschwichtigte sie und befahl, dem Manne seine Töchter wiederzugeben. Auf dem Heimwege fanden sie einen Ermordeten und nach näherer Erkundigung erfuhren sie, dass Fadhl, ein anderer Sohn des Abu Jazîd, ihn getödtet und seine schöne Frau geraubt habe. Sie trugen den Ermordeten in die Moschee und riefen: wir gehorchen keinem anderen mehr als el-Çâïm. Sie wollten Abu Jazîd überfallen, doch schützten ihn seine Soldaten, machten ihm aber Vorwürfe, dass er selbst seiner Sache schade, zumal da el-Câïm ganz in der Nähe sei. Er liess desshalb das Volk zusammenkommen, entschuldigte sich und gab die Versicherung, dass das Morden und Plündern aufhören und ihre Frauen in Ruhe gelassen werden sollten.

el-Câïm hatte unterdess seinen Statthalter 'Alí ben Ḥamdûn aufgefordert, ihn mit seinen Truppen aus Masîla, Saṭîf und der Umgegend zu unterstützen, und nachdem sich ihm auch einige von Harrâs angeschlossen hatten, brach er nach el-Mahdia auf. Dies erfuhr Ajjûb ben Abu Jazîd, der noch in Bâga war, was 'Alí nicht wusste; er ging ihm entgegen, umzingelte ihn, schlug ihn in die Flucht und erbeutete das Gepäck. Ein Reitercorps, welches Ajjûb alsdann einer Abtheilung von el-Câïm's Armee, die gegen Tunis anrückte, entgegensandte, warf diese zweimal zurück, unterlag aber bei dem dritten Angriffe und musste mit Zurücklassung des Gepäcks nach Keirawân flüchten; dies geschah im Rabí' I. 334. Abu Jazîd hielt durch diesen Schlag seine Lage für so bedenklich, dass er Keirawân verlassen wollte, es wurde ihm aber zugeredet zu bleiben und sich nicht zu übereilen; er sammelte neue Truppen und sein Sohn Ajjûb führte sie wieder gegen 'Alí ben Ḥamdûn. Bei Balṭa im Gebiete von Bâga wurde mit abwechselndem Glücke gekämpft; 'Alí glaubte die Bewachung des Ortes nur sicheren Wächtern anvertraut zu haben, es befand sich aber darunter ein Verräther Namens Aḥmed, welcher gegen eine Belohnung Ajjûb die Übergabe anbot und das ihm zur Bewachung angewiesene Thor den Truppen desselben öffnete, so dass 'Alí sich kaum noch mit 300 Reitern und 400 Fussgängern in das Gebiet der Kitâma rettete. Er erliess hier einen Aufruf an die Kitâma, Nafza, Mazâta und andere Stämme, brachte wieder ein grosses Heer zusammen, welches er nach Constantine führte, während eine Abtheilung gegen die ihm feindlichen Hawwâra marschirte, sie schlug und ausplünderte. Von diesen grade hatte Abu Jazîd Verstärkung und Unterstützung erwartet und musste nun selbst grosse Truppenmassen dorthin schicken, um sich 'Alí entgegen zu werfen; ein Corps folgte dem anderen, es fanden viele Schlachten statt, in denen 'Alí stets Sieger blieb, bis er Tîgis und Bâgâja erobert hatte. Jetzt machte Abu Jazîd die äussersten Anstrengungen, sammelte noch einmal alle seine Streitkräfte und begab sich am 6. Ǧumâdâ II. selbst nach Susa, wo das Hauptheer el-Câïm's stand. Er fing eine strenge Belagerung an, täglich wurde gekämpft mit wechselndem Erfolg, er liess Sturmdächer

und Wurfmaschinen aufrichten, viele von den Bewohnern von Susa fanden ihren Tod, und mitten in dieser kritischen Lage erkrankte el-Câïm, machte im Ramadhân sein Testament, worin er seinen Sohn Ismâ'îl zu seinem Nachfolger ernannte, und starb 55 Jahr alt Sonntag d. 13. Schawwâl 334 in el-Mahdia nach einer Regierung von 12 Jahren 7 Monaten und 1 Tage.

Er hinterliess sieben Frauen, vier Töchter und sieben Söhne, diese waren: Abul-Ṭâhir Ismâ'îl, Abu Abdallah Ga'far, welcher unter dem Chalifat el-Mu'izz starb, Ḥamza, 'Adnân und Abu Kinâna, welche in Magrib starben, Jûsuf, gest. zu Barca im J. 362, und Abul-Furât Abd el-Gabbâr, gest. im Ragab 337 in Ägypten. — In den ersten Jahren seiner Regierung blieb Isḥâk ben Abul-Minhâl in seinem Amte als Ober-Câdhi, dann folgte ihm Aḥmed ben Baḥr, bis ihn im J. 333 Abu Jazîd hinrichten liess, worauf Aḥmed ben el-Walîd von dem Volke gewählt und von el-Câïm bestätigt wurde. — Sein Oberst-Kammerherr hiess Ga'far ben 'Alî. — Wiewohl el-Câïm in einigen Fällen sich sehr nachsichtig und wohlwollend zeigte, soll er doch in der Befolgung der Schfi'itischen Lehren und in der Forderung, sie von anderen anerkannt zu sehen, noch viel strenger gewesen sein als sein Vater; er spottete auf die Propheten und liess sie als Betrüger öffentlich verfluchen und stand mit dem Karmaṭen Abu Ṭâhir in Verbindung, welcher auf sein Geheiss in Baḥrein und Ha'gar die Moscheen und Koran-Exemplare verbrannte.

## III. Abul-Ṭâhir Ismâ'îl el-Mançûr.

Abul-Ṭâhir Ismâ'îl war im J. 301 oder 302 zu Keirawân geboren, mithin bei seiner Thronbesteigung 32 oder 33 Jahr alt[1]); er war sehr

1) *'Arîb* bei *Nicholson* pag. 133 nennt ihn Abul-Ṭâhir Ismâ'îl ben Abul-Tâhir anstatt ben Abul-Câsim durch einen Schreibfehler, welchen *Ibn 'Adsârî* pag. 167 nachgeschrieben hat, wiewohl bei ihm pag. 226 das richtige steht. Seine Geburt setzen beide in das J. 299, *Ibn 'Adsârî* in der zweiten Stelle in das J. 302; *Ibn Challikân* Nr. 97 hat das J. 301 oder 302, bei *'Gamâl ed-Dîn* sind Schreib-

begabt, in mancherlei Wissenschaften bewandert und wusste seine Ansichten in beredter Weise darzulegen und seine Fähigkeit in der Kriegführung und seine persönliche Tapferkeit und Unerschrockenheit hatte er schon bei mehreren Gelegenheiten bewiesen. Er verheimlichte den Tod seines Vaters, damit nicht Abu Jazîd daraus Vortheil ziehen könnte, und liess noch lange Zeit die Aufschriften der Münzen und Fahnen unverändert, sowie auch sein Name nicht gleich in dem Kanzelgebet genannt werden durfte; nachher nahm er den Beinamen el-Mançûr an.

Er ergriff mit kräftiger Hand die Zügel der Regierung und liess sogleich Schiffe bemannen und mit Lebensmitteln versehen und schickte sie nach Susa unter dem Commando des Secretärs Raschîk und des Ja'cûb ben Ishâk mit der Weisung, den Kampf nicht eher anzufangen, bis sie seine Befehle erhielten. Am anderen Morgen brach er selbst nach Susa auf, ohne dass seine Umgebung seine Absicht kannte; erst als er mitten auf dem Wege war, erfuhren sie es und drangen in ihn umzukehren und sich nicht selbst der Gefahr auszusetzen; er gab ihren Vorstellungen nach, kehrte um und ertheilte nun Raschîk und Ja'cûb den Befehl, den Kampf mit aller Kraft zu beginnen. Abu Jazîd hatte schon Holz herrichten lassen, um Feuer an die Mauer zu legen, ein grosses Gerüste war als Sturmdach aufgestellt, da kam die Flotte bei Susa an; die Mannschaft derselben vereinigte sich alsbald mit der Besatzung, sie machten einen Ausfall, Abu Jazîd erschien selbst zu Pferde und es entspann sich ein heftiger Kampf; schon kamen die Truppen el-Mançûr's ins Weichen und suchten die Stadt zu erreichen, da warf Raschîk selbst Feuer unter das angesammelte Holz und an das Sturmgerüst, der Dampf verfinsterte die Luft, das Feuer breitete sich weit aus, Abu Jazîd und seine Soldaten geriethen in Furcht und glaubten, dass

---

fehler in den Jahrszahlen, da er aber seine Lebenszeit auf 39 oder 40 Jahre angiebt und das Todesjahr 341 unbestritten ist, so muss die Angabe *Ibn Challikân's* als die richtige angenommen werden. In el-Mahdia kann er nicht geboren sein, *Ibn 'Adsârî* pag. 226, weil diese Residenz damals noch nicht erbaut war.

ihre Cameraden in jener Gegend unterlegen wären, und es den Truppen el-Mançûr's gelungen sei das Feuer anzulegen, da einer den anderen nicht sehen konnte. Abu Jazîd ergriff mit den Seinen die Flucht, die Besatzung kam wieder aus der Stadt heraus, überfiel die Berbern und verbrannte ihre Zelte, und Abu Jazîd floh in solcher Eile, dass er noch an demselben Tage vor Keirawân ankam, während seine Leute sich nach allen Seiten zerstreuten und die dem Schwerdte entgingen, vor Hunger und Durst umkamen. Die Einwohner von Keirawân verweigerten Abu Jazîd den Eintritt in die Stadt, begaben sich vielmehr vor die Wohnung des Statthalters, belagerten ihn und wollten schon das Thor erbrechen, als er ihnen Goldstücke über die Köpfe streute, wodurch sie veranlasst wurden sich von ihm abzuwenden. Er eilte nun hinaus, Abu Jazîd nahm seine Frau, die Mutter des Ajjûb, mit sich, seine Hofbeamten mit ihren Familien folgten ihm und sie begaben sich in die Gegend von Sabîba, zwei Tagereisen von Keirawân, wo sie sich lagerten.

el-Mançûr kam nun selbst am 22. Schawwâl nach Susa und liess vor der Stadt sein Zelt aufschlagen; aus Freude über das Benehmen der Einwohner von Keirawân ertheilte er ihnen vollständige Amnestie, während er wegen ihrer Anhänglichkeit an Abu Jazîd Ursache gehabt hätte, gegen sie aufgebracht zu sein; ein Herold verkündete diese Botschaft und nachdem auf diese Weise die Gemüther beruhigt waren, reiste er am 24. Schawwâl selbst nach Keirawân, wo ihm die Einwohner entgegen kamen und er sein Versprechen wiederholte. Er traf dort noch mehrere Frauen und Kinder des Abu Jazîd, liess sie nach el-Mahdia bringen und sorgte für ihren Unterhalt.

Abu Jazîd sammelte indess seine Truppen wieder und schickte ein Corps zum Recognosciren nach Keirawân, welchem el-Mançûr auf erhaltene Nachricht ein Corps entgegensandte; es fand ein Zusammenstoss statt, die Truppen des Abu Jazîd hatten einen Hinterhalt gelegt und zogen sich in verstellter Flucht zurück, und als ihre Gegner ihnen folgten, brach der Hinterhalt hervor und brachte ihnen eine vollständige Niederlage bei. In Folge davon sammelte sich bei Abu Jazîd wieder eine grosse Menge, mit welcher er wieder nach Keirawân zog, wo el-

Manṣûr sein Lager mit einem Walle hatte umgeben lassen; Abu Jazîd theilte seine Truppen in drei Abtheilungen und führte die tapferste selbst gegen die Verschanzung, wurde aber zurückgeschlagen. Bei dem wiederholten Angriffe leitete el-Manṣûr in Person von 500 Reitern umgeben die Schlacht, wobei der über seinem Haupte getragene Sonnenschirm als Feldzeichen diente, bald rechts bald links sich wendend; er wurde aber von Abu Jazîd durch eine Übermacht von 30000 Mann zur Flucht gezwungen, so dass die Verschanzung schon genommen war und das Lager geplündert wurde. el-Manṣûr hatte nur noch etwa 20 Reiter bei sich und wurde jetzt von Abu Jazîd selber angegriffen, er zog sein Schwerdt, behauptete seinen Platz und stürzte sich auf Abu Jazîd, so dass er ihn beinahe getödtet hätte. Dieser wandte sich zur Flucht, el-Manṣûr streckte alle nieder, die er erreichte, liess die Flüchtlinge, die schon den Weg nach el-Mahdia und Susa eingeschlagen hatten, zurückrufen und verwandelte die anfängliche Niederlage in einen so vollständigen Sieg, dass dieser zu den denkwürdigsten aller Zeiten gerechnet wird, und die persönliche Tapferkeit, welche er dabei bewiesen und welche man ihm nicht zugetraut hatte, vermehrte die Ehrfurcht vor ihm.

Es war gegen das Ende des Dsul-Ca'da 334, dass Abu Jazîd von Keirawân abgezogen war, indess kehrte er bald zurück, es kam aber Niemand aus der Stadt heraus, dagegen setzte el-Manṣûr durch öffentlichen Ausruf einen Preis von 10000 Dinaren auf seinen Kopf. Als er dann die Erlaubniss zu einem Kampfe gab, wurden seine Truppen geschlagen, die Verschanzungen erobert, dann wieder genommen, und dies wiederholte sich so mehrere Male, bis Abu Jazîd die Verbindung zwischen el-Mahdia, Keirawân und Susa abschnitt und zu el-Manṣûr schickte und bat seine Frauen und Angehörigen in Freiheit zu setzen, dann wolle er sich mit seinen Leuten ihm unterwerfen; er bekräftigte dies mit einem feierlichen Eide. el-Manṣûr ging darauf ein, beschenkte noch die Familie mit Kleidern und entliess sie mit einer ehrenvollen Begleitung. Sobald sie bei Abu Jazîd eintraf, brach er seinen Eid und sagte: er hat sie nur aus Furcht vor mir hergeschickt.

Unter solchen Verhältnissen ging das Jahr 334 zu Ende und es

begann das neue; am 5. Muḥarram 335 fand wieder eine grosse Schlacht statt, in welcher die Berbern unterlagen und nach bedeutenden Verlusten sich zurückzogen. In der Mitte des Monats ordnete el-Mançûr seine Truppen zu einer regelmässigen Schlachtordnung: auf den rechten Flügel stellte er die Africaner, den linken bildeten die Kitâma und er selbst führte das Centrum, welches aus seinen Leibregimentern bestand. Beim Beginn einer mörderischen Schlacht warf sich Abu Jazîd auf den rechten Flügel und brachte ihn zum Weichen, dann wandte er sich gegen das Centrum, aber el-Mançûr eilte herbei und rief: heute ist, so Gott will, der Tag des Sieges. Er machte mit seinem Corps einen gemeinschaftlichen Angriff, Abu Jazîd wurde zurückgedrängt, seine Leute fielen unter den Hieben ihrer Gegner, sie ergriffen die Flucht mit Zurücklassung ihres Gepäcks und Abu Jazîd musste ihnen folgen. Die Zahl der Gefallenen war so gross, dass die Kinder aus Keirawân 10000 Köpfe zusammentrugen. Abu Jazîd zog sich nach Tah Madît[1]) zurück.

el-Mançûr beschloss nun, Abu Jazîd keine Ruhe zu lassen, sondern weiter zu verfolgen und brach am letzten Rabî' I. auf, indem er Marâm el-Çaklabî[2]) als Statthalter zurückliess, und marschirte über Sabîba und Tabissa auf Bâga zu. Bis hierher war Abu Jazîd gekommen und da ihm die Einwohner den Eintritt in die Stadt verweigerten, hatte er sie belagert und war nahe daran sie zu erobern, als er bei der Annäherung el-Mançûrs abzog und einen Ort suchte, wo er sich einschliessen könnte, aber überall war ihm el-Mançûr zuvorgekommen, bis er nach Ṭubna kam. Hier erhielt er die Nachricht, dass Muḥammed ben Chazar el-Zanâtî sich von ihm losgesagt und bei el-Mançûr um Amnestie gebeten habe, welche ihm gewährt war unter der Bedingung, dass er sich an der Verfolgung Abu Jazîd's betheilige, und unter Zusicherung eines Geldgeschenkes von zwanzig Last, wenn er ihn gefangen nähme. Als dann el-Mançûr in Ṭubna einrückte, kam ihm Ga'far ben 'Alî, Gouverneur von Masîla, entgegen und überreichte ihm eine bedeutende Geldsumme.

---

1) Ein unbekannter Ort; vergl. die Varianten *Ibn el-Athîr* VIII, 329.

2) *Ibn el-Athîr* VIII, 329 Mudsâm el-Çikillî, *Ibn Chaldûn* II, 537 Merah.

Die Verfolgung wurde nun eifrig fortgesetzt; Abu Jazîd machte von Biskara aus noch einen Versuch, Muḥammed ben Chazar wieder für sich zu gewinnen, aber vergebens, und suchte dann Schutz in den Bergen der Banu Barzâl, welche seine Anhänger waren, und ging in die Sandwüste, damit die Verfolger seine Spur verlören. Hier sammelten sich wieder viele um ihn, er kehrte zurück nach Maccara, einem Orte zwischen Ṭubna und Masîla, wo el-Mançûr stand, und legte sich hier in einen Hinterhalt. Als el-Mançûr dies gewahr wurde, ging er vorsichtig vor, Abu Jazîd ordnete desshalb seine Leute zur Schlacht und drängte den rechten Flügel el-Mançûrs zurück, dieser machte aber dann selbst einen Angriff und schlug Abu Jazîd, so dass er die Berge Sâlât zu erreichen suchte. el-Mançûr folgte ihm auf dem Fusse, trieb ihn durch unwegsame Gebirge und tiefe Schluchten vor sich her und wollte noch immer weiter vordringen, doch machten ihm die Wegkundigen begreiflich, dass es für eine Armee unmöglich sei, weiter zu kommen, das Futter und Wasser für die Pferde sei nicht anzuschaffen und dann kämen erst die unbewohnten Sandwüsten und Einöden von Sûdân, wenn Abu Jazîd sich dahin begeben würde, so wolle er lieber vor Hunger und Durst umkommen, als durch das Schwerdt sterben. Durch diese Vorstellungen liess sich el-Mançûr bewegen, nach Maccara zurückzukehren und hier kam zu ihm der Emir der Çanhâga, Zîrî ben Manâd, der Stammvater der nachherigen Dynastie der Ziriden, welchen er sehr ehrenvoll empfing und auszeichnete, und bald darauf meldete Muḥammed ben Chazar, dass er Abu Jazîd's Aufenthaltsort in der Wüste in Erfahrung gebracht habe. Allein el-Mançûr verfiel hier in eine schwere Krankheit und konnte sich erst am 2. Raǵab, nachdem er sich erholt hatte, nach Masîla begeben, wohin ihm aber Abu Jazîd, als er von der Erkrankung hörte, zuvorgekommen war, so dass er die Stadt schon belagerte. Indess bei el-Mançûrs Annäherung zog er ab und wollte sich nach Sûdân durchschlagen, woran ihn die Banu Kamlân und Hawwâra hinderten, die jetzt treulos gegen ihn verfuhren. Er wandte sich desshalb in die Berge der Kiâna und 'Aǵîsa, nahm dort eine feste Stellung und zog wieder Mannschaften zu sich heran, welche von hier aus Raubzüge unternahmen. Am 10.

Scha'bân traf el-Mançûr dort ein, da aber Abu Jazîd nicht herab kam, zog el-Mançûr wieder ab, und nun überfiel Abu Jazîd die Nachhut; daraus entspann sich eine Schlacht, da el-Mançûr rasch umgekehrt war, und Abu Jazîd wurde geschlagen, brachte aber noch seine Kinder und Angehörigen in Sicherheit. Zwei Reiter holten ihn ein, schnitten seinem Pferde die Fusssehnen durch, so dass er herunterfiel; einer seiner Soldaten nahm ihn zu sich aufs Pferd, nun kam Zîrî ben Manâd hinzu, traf ihn mit der Lanze und warf ihn herunter, es entstand ein heftiger Kampf um ihn, bis er von seinen Leuten gerettet wurde; an diesem Tage waren über 10000 seiner Anhänger geblieben.

el-Mançûr setzte am 1. Ramadhân die Verfolgung fort, es wurde von beiden Seiten hartnäckig gekämpft, ohne dass es zu einer Entscheidung kam, weil die Schluchten und das schwierige Terrain eine Entfaltung der Streitkräfte nicht möglich machte. Endlich musste Abu Jazîd sich doch zurückziehen, er verbrannte sein Gepäck, seine Leute erstiegen die Berge und warfen mit Steinen herab, el-Mançûr war immer mitten im Kampfe, öfter wurde man handgemein und man hätte glauben sollen, dass sie sich sämmtlich gegenseitig vernichten würden, zuletzt rettete sich Abu Jazîd in eine befestigte Burg (*Cal'a*) der Kiâna und schloss sich darin ein.

Die Hawwâra und der grösste Theil der übrigen Anhänger des Abu Jazîd baten jetzt um Frieden; el-Mançûr willigte ein und zog dann vor die Burg, belagerte sie und schloss sie von allen Seiten ein. Die Besatzung vertheidigte sich tapfer und erst nach wiederholten Angriffen gelang es einen Theil der Burg zu erobern; sie warfen Feuer hinein, wodurch die anderen zur Flucht gedrängt wurden, und Abu Jazîd zog sich mit seinen Kindern und den Anführern in das Castell der Burg zurück. Die Thore wurden in Brand gesteckt und el-Mançûr befahl auch das Gebüsch am Berge anzustecken, damit Abu Jazîd nicht in der Dunkelheit entkommen könne, und die Nacht war taghell erleuchtet. Gegen Morgen nahmen ihn einige Leute auf die Schultern und machten einen unerwarteten Ausfall, man liess sie durchkommen und er war in Freiheit. Nachher kam ein grösserer Theil von der Burg herab, sie

wurden fest genommen und erzählten, dass Abu Jazîd die Burg bereits verlassen habe und el-Mançûr befahl ihn zu verfolgen, indem er sagte: er muss noch ganz in unserer Nähe sein; und siehe, da wurde er schon herbeigebracht. Nämlich die drei Männer, welche ihn aus dem Bereiche des Kampfes fortgetragen hatten, weil er an einem Fusse gelähmt war, hatten ihn dann verlassen, er schleppte sich allein fort um von dem Abhange hinunter zukommen, fiel dabei in eine Vertiefung, wurde hier gefunden und zu el-Mançûr gebracht, welcher bei seinem Anblick niederfiel und Gott dankte, während die Umstehenden ein Freudengeschrei erhoben. Dies geschah Sonntag den 24. Muḥarram 336 und Abu Jazîd lebte danach noch vier Tage, dann starb er an den erhaltenen Wunden; el-Mançûr liess ihm die Haut abziehen, sie mit Stroh ausstopfen und in einen eisernen Käfig setzen, worin zwei Affen um ihn spielten[1]). Dies Ereigniss wurde im ganzen Lande verkündet.

Diese siebenjährigen ununterbrochenen Kämpfe gegen Abu Jazîd hatten noch ein kurzes Nachspiel, indem sein Sohn Fadhl die flüchtigen Truppen wieder sammelte, sich mit Ma'bad ben Chazar[2]) verbündete und der Nachhut el-Mançûrs auf der Rückkehr bei Biskara und Ṭubna den Weg verlegte; ein Corps unter den Freigelassenen Schaff und Keiçar, von Zîrî ben Manâd mit seinen Çanhâga unterstützt, zerstreute ihre Banden, el-Mançûr verfolgte Ma'bad selbst noch bis Masîla, wo er seine Spur verlor. Er erfuhr hier aber noch, dass Ḥamîd ben Jaçil, sein Präfect in Tâhart, ihm den Gehorsam verweigert und sich in Tanas nach Spanien eingeschifft habe; er begab sich desshalb nach Tâhart, setzte hier und in Tanas neue Statthalter ein, wandte sich hierauf gegen die

---

1) So *Ibn el-Athîr* und nach ihm *Ibn Chaldûn* II, 539; bei letzterem III, 211 und bei *Ibn 'Adsârî* pag. 228 heisst es, dass er in einem Käfig lebend mit nach el-Mahdia genommen, dort (*Ibn Chald.* gegen das Ende des J. 335 gestorben) umgebracht und vor dem Thore, an welches er einst mit seiner Lanze angeklopft hatte, ans Kreuz geschlagen sei; jedoch kennt *Ibn 'Adsârî* auch die andere Überlieferung nach el-Cudhâ'î.

2) *Ibn el-Athîr* VIII, 332 nennt Muḥammed ben Chazar, welcher sich aber el-Mançûr unterworfen hatte, auch lässt er beide getrennt sich auflehnen.

Lawâta und trieb sie in die Sandwüste, und verfolgte dann el-Fadhl weiter, der sich nach Castîlia zurückgezogen hatte. kam nach Cafça, von hier nach Maddîla im Gebiete el-Zâb, eroberte die benachbarte Festung Mâdâs, gab es aber endlich auf, ihn zu erreichen, weil er sich in die Wüste geflüchtet hatte und kehrte nach el-Mahdia zurück, wo er im Ramadhân 336 seinen Einzug hielt. el-Fadhl zeigte sich später wieder im Gebirge Aurâs, erschien plötzlich vor Bâgâja, welches er zu belagern anfing, wurde hier jedoch von einem seiner eigenen Leute, Baṭîṭ ben Ja'lá, ermordet, der seinen Kopf zu el-Mançûr brachte. — Auch Ajjûb, der andere Sohn des Abu Jazîd, wurde bald nachher von Abdallah ben Bakkâr, einem Häuptling der Magrâwa, überfallen und getödtet, welcher ebenfalls seinen Kopf zu el-Mançûr brachte, um sich dessen Gunst zu erwerben.

el-Ḥasan ben 'Alí el-Kalbí, welcher wegen seiner ausgezeichneten Leistungen, die er als Anführer in den Kämpfen bewiesen hatte, bei el-Mançûr in hohen Ehren stand, erhielt gleich darauf unter sehr schwierigen Verhältnissen die Statthalterschaft von Sicilien, und während nun dort gekämpft, auch noch eine Flotte an die Italienische Küste geschickt wurde, verliefen die nächsten Jahre in dem ganz erschöpften Africa ruhig. Es gelang noch im Anfange des J. 341 Ma'bad und seinen Sohn gefangen zu nehmen und sie wurden in Mançûria hingerichtet.

Abu Ga'far Aḥmed ben Muḥammed el-Marwarrûdsí erzählt aus seinem Leben: Ich begleitete el-Mançûr auf einem seiner Züge gegen Abu Jazîd und ging neben ihm her; er hatte zwei Lanzen in der Hand, von denen er eine mehrmals fallen liess, ich hob sie auf, reichte sie ihm hin und indem ich darin eine gute Vorbedeutung fand, citirte ich den bekannten Vers:

Da warf sie ihren Stab hin und der Wohnplatz machte sie freudig bewegt,
Wie sich im Auge des Wandrers bei der Heimkehr die Freude ausdrückt.

Da sagte er: weist du nichts besseres als dies? treffender wäre doch (die Koranstelle Sure 7, 114—116): „Und wir offenbarten dem Moses: Wirf du den Stab hin; und siehe, dieser verschlang, was sie trügerisch gebildet hatten. So kam die Wahrheit an den Tag und wurde das,

was sie gemacht hatten, zu nichte, dort wurden sie besiegt und umgekehrt in Verachtung gebracht." Da erwiederte ich: o Herr! du bist der Nachkomme des Gesandten Gottes und redest so nach deiner Prophetengabe. Abu Ga'far setzte noch hinzu: el-Mançûr hatte einen scharfen Verstand, klare Einsicht, tiefe Kenntniss und eine vorzügliche Beobachtungsgabe. Ich recitirte ihm einmal einige Verse, worin ich darauf hindeutete, dass er seinem Sohne Ma'add als seinem Nachfolger möchte huldigen lassen, da antwortete er: ich hoffe, man wird auf den Kanzeln von Mekka, Medina und anderen Orten für ihn beten; und so geschah es.

Nach seiner Rückkehr liess el-Mançûr in der Ebene von Keirawân, wo das Haupttreffen gegen Abu Jazîd stattgefunden hatte (vergl. S. 89), eine neue Stadt erbauen; hier stand die Vorstadt Çabra, welche erweitert wurde und einen schönen Palast erhielt, den er im J. 337 bezog, und die Stadt nannte er Mançûra oder Mançûria[1]). Das Ganze bildete dann nur einen zweiten Theil zu Keirawân, da aber auch die Marktplätze dahin verlegt wurden, zog sich der ganze Verkehr dahin und die Altstadt Keirawân gerieth in Verfall. Noch mehr hatte el-Mahdia durch die Verlegung der Residenz zu leiden und es verfiel noch rascher wieder, als es dreissig Jahre zuvor entstanden war.

Um die Mitte des Jahres 341 hatte el-Mançûr einen Ausflug nach Safâkis und Tunis gemacht und war dann nach Câbis gereist, von wo aus er die Einwohner der benachbarten Insel Garba zum Gehorsam aufforderte; sie erklärten ihre Unterwürfigkeit und als Unterpfand ihrer Treue nahm er einen Mann von dort mit sich. Die Reise hatte einen Monat gedauert und nach seiner Rückkehr erliess er eine Bekanntmachung, worin er seinen Sohn Ma'add zu seinem Nachfolger ernannte. Im Ramadhân unternahm er dann eine Vergnügungsreise nach Galûlâ, einem Städtchen eine Tagereise oder 24 Arabische Meilen von Keirawân auf

1) Es scheint, als wenn dieser neue Name, ebenso wie Muḥammedia für Masîla, nicht recht in Gebrauch gekommen ist; *Edrîsî* nennt nur Çabra und das von ihm erwähnte Mançûria ist ein ganz anderer Ort.

dem Wege nach el-Urbus und Masîla, in dessen Nähe Sardânia, der schönste und angenehmste Aufenthaltsort von Africa, liegt; besonders prangt dort das Obst in üppigster Fülle und z. B. Citronen erreichen eine Grösse, dass vier Stück eine Camellast ausmachen! Solche Prachtexemplare waren nach dem Schlosse zu Mançûria gebracht, Cadhîb, die bevorzugte Geliebte el-Mançûrs, hatte sie hier bewundert und den Wunsch geäussert, sie an Ort und Stelle an den Zweigen hängen zu sehen. Dies war die Veranlassung zu der Reise nach Galûlâ mit einem Gefolge; nach einigen Tagen trat aber eine sehr strenge Kälte ein und es erhob sich ein heftiger Wind, so dass el-Mançûr beschloss zurückzukehren; unterwegs fiel hoher Schnee, er selbst ertrug das Unwetter standhaft, während mehrere von seinen Begleitern starben. Er kam ganz durchfroren und erschöpft in Mançûria an und wollte ein Bad nehmen, was sein Arzt Isḥâk ben Suleimân el-Isrâîlî verbot; er liess sich indess nicht abhalten und nach dem Bade nahm die natürliche Wärme nur noch ab und es trat Schlaflosigkeit ein. Da nach den Mitteln, welche Isḥâk jetzt verordnete, die Schlaflosigkeit fortdauerte und ihm dies unerträglich war, fragte er einen der Diener, ob denn in Keirawân nicht ein anderer Arzt sei, der ihn davon befreien könnte, und erhielt die Antwort, dass grade ein junger Mann Namens Ibrâhîm dort angekommen sei. Er liess ihn holen und nachdem er ihm seinen Zustand beschrieben hatte, mischte jener ein Schlafmittel, that es in eine Flasche, hielt sie ans Feuer und liess ihn darauf riechen; nach einiger Zeit schlief er ein und Ibrâhîm entfernte sich sehr erfreut. Nun kam Isḥâk hinzu um den Kranken zu besuchen, und als er erfuhr, dass er schlafe, sagte er: wenn er etwas bekommen hat, wonach er schlafen sollte, so ist er auch bereits gestorben. Als sie eintraten, fanden sie ihn todt, und wollten nun Ibrâhîm zu Leibe gehen, Isḥâk erklärte indess, dass jenen keine Schuld treffe, er habe ihn nach der Vorschrift der Ärzte behandelt, nur habe er den Grund der Krankheit nicht gekannt und sie hätten ihm denselben verschwiegen; er selbst habe die natürliche Wärme beleben und dadurch den Schlaf herbeiführen wollen, da durch das angewandte Mittel diese Wärme nur noch mehr unterdrückt

sei, so habe er wissen können, dass er bereits todt sei. Er starb Freitag den letzten Schawwâl 341 nach einer Regierung von 7 Jahren und 16 Tagen und wurde in seinem Palaste zu Çabra oder in el-Mahdia begraben.

el-Mançûr hinterliess fünf Söhne: Abu Tamîm Ma'add, Hâschim, Ḥeidara, welcher im J. 382 in Ägypten starb, Abu Abdallah el-Ḥusein in Magrib gestorben, und Abu Ga'far Ṭâhir, ebenfalls in Magrib im Muḥarram 357 gestorben; dazu fünf Töchter und drei legitime Frauen. — Die Ober-Cadhis während seiner Regierung waren nach einander: Aḥmed ben Muḥammed ben Abul-Walîd, Muḥammed ben Abul-Mandhûr, Abdallah ben Hâschim, 'Alí ben Abu Schu'aib in Mançûria, Abu Muḥammed Zurâra ben Aḥmed und Abu Ḥanîfa el-Nu'mân ben Muḥammed el-Tamîmí; sein Oberst-Kammerherr hiess Ga'far ben 'Alí.

# Die Quantitätsverschiedenheiten in den Samhitâ- und Pada-Texten der Veden

von

*Theodor Benfey.*

Fünfte Abhandlung.

## Compositа, welche am Ende eines vorderen Gliedes *a*, *i*, *u* in der Samhitâ lang, im Pada kurz zeigen.

Erste Abtheilung.

(Vorgelegt in der Königl. Gesellsch. d. Wiss. am 10. Januar 1880.)

## XVI.

### § 1.

### Allgemeine Regel.

I. Vor *magha* — ausgenommen Gen. Si. *maghasya* (vgl. Ausn. unter 3 und Bem. 1) — ist *a*, *i* gedehnt — *u* kömmt nicht vor — (RPr. 538; 557).

Es sind folgende Fälle:

1. **áçv â-magha.**
   (In der 2ten Silbe) Rv. VII. 71, 1.
2. **citr â'-magha.**
   (In der 2ten) Rv. VII 75, 5; 77, 3. — VIII. 58 (Vâl. 10), 3. (4 in 8) Rv I. 48, 10.
3. **tuv î'-magha.**
   (2) Rv. V. 57, 8.
   (6 in 8) Rv. I. 29, 1—7 (= Ath. XX. 24, 1—7) Refrain. — VIII. 61 (50), 18 (= Sv. II. 6. 3. 7. 2); 81 (70), 2 (= Sv. II. 1. 2. 6. 2); 92 (81), 29 (= Sv. II. 2. 1. 18. 2. = Ath. XX. 60, 2).

Ausnahme: *tuvi-maghásya.*

(6 in 11) Rv. V. 33, 6 | *v̆v̆v* — |, wo das Metrum keine Länge forderte, vielmehr | *vvv* — | viel häufiger ist als | *v* — *v* — |.

4. **çat â'-magha.**

(6 in 8) Rv. VIII. 1, 5; 34, 7. — IX. 62, 14.

(10 in 12) Rv. VIII. 33, 5.

5. **çrut â'-magha.**

(6 in 8) Rv. VIII. 93 (82), 1 (= Sv. I. 2. 1. 4. 1 = Ath. XX. 7, 1).

6. **sahásr â-magha.**

(3 in 11) Rv. VII. 88, 1.

Bem. 1. Ausser dem unter 3 angeführten Beispiel für die Ausnahme, erscheint noch:

*máhi-maghasya* Rv. I. 122, 8 metrisch, wie dort | *v̆v̆v* — |.

Bem. 2. Unter den 16 Stellen, in denen *a*, *i* vor *magha* gedehnt erscheint, sind 15, in welchen die Dehnung in Silben auftritt, in welchen Dehnung von Wortauslauten nothwendig (6 in 8; 10 in 12) oder sehr häufig (in der 2ten; 4ten) ist; nur eine einzige (No. 6) kömmt vor (in 3 in 11), die wir nicht aus dem Einfluss des Metrums zu erklären vermögen. Es ist also wahrscheinlich, dass wir trotz dieses Falles diese Dehnung nur dem Einfluss des Metrums zuschreiben dürfen. Dafür sprechen auch die beiden Ausnahmen unter 3 und in Bem. 1, in denen die Kürze bewahrt ist, weil das Metrum an dieser Stelle des Stollens (6 in 11) keine Dehnung erforderte. Ferner, dass *áçva*, *citrá*, *çatá*, *çrutá* und *sahásra* im Rv. als vordere Glieder sonst nur kurz auslauten, über *tuvi* und *sahásra* s. § 2, No. 67; 145. Die nicht-metrische Dehnung (No. 6) erklärt sich vielleicht aus dem Einfluss der 15 Fälle, in denen vor *magha* gedehnt ward.

In nicht-vedischen Werken ist bis jetzt keine dieser Zusammensetzungen nachgewiesen.

II. Vor *vasu* — ausgenommen, wenn *vasu* auch das vordere Glied bildet und in *sahá-vasum* — werden *a*, *i*, *u* gedehnt (RPr. 538; 555; 558).

7. **ákshit â-vasu.**
(6 in 8) Rv. VIII. 49 (Vâl. 1), 6.

8. **âghriṣe î-vasu.**
(10 in 12) Rv. VIII. 60 (49), 20.

9. **úp â-vasu.**
(6 in 8) Rv. VI. 56, 6.
(10 in 12) Rv. IX. 84, 3; 86, 33.

10. **ṛ́it â-vasu.**
(6 in 8) Rv. VIII. 101 (90), 5.

11. **gûrt ấ-vasu.**
(6 in 8) Rv. X. 132, 1.

Vgl. über das Metrum RPr. 905 und M. Müller p. CCCXIII, 5. Ich folge dem Prâtiçâkhya, insofern ich dem ersten Stollen acht Silben gebe; um die überschüssige neunte zu entfernen, lese ich mit Einbusse des auslautenden *m* vor Vocalen: *ṭjânéd* für *ṭjânám íd*; dass auslautendes *m* vor Vocalen mehrfach eingebüsst wird, ist bekannt und auch von den Indern erkannt. Genaueres darüber bei Behandlung des vedischen Sandhi.

12. **citr â-vasu** (VPr. III. 96; TPr. III. 4).
(2) VS. III. 18 = TS. I. 5. 5. 4; 7, 5.

Zwar in einem Yajus, aber der Anfang ist sicherlich erster, und zwar achtsilbiger, Stollen eines Verses; darin bildet *trá* die zweite Silbe.

[13. **jeny â-vasu.** Ich gebe dieses Wort in Klammern, weil es vom Standpunkt des Prâtiçâkhya nicht hieher gehört; denn auch der Pada-Text hat *á*; allein es ist keinem Zweifel zu unterwerfen, dass auch hier das *á* Dehnung des *ă* im Thema *jényă* ist.
(6 in 8) Rv. VIII. 38, 7, z. l. *jeniávasú.*
(10 in 12) Rv. VII. 74, 3 (= VS. XXXIII. 88) ebenfalls z. l. *jeniáv°*].

14. **pur û́-vasu** (vgl. VPr. III. 96; Whitney zu AthPr. III. 12).
(2) Rv. V. 42, 7. — VII. 32, 24 (= Sv. I. 4. 1. 2. 7); — VIII. 46, 13.
(6 in 8) Rv. I. 81, 8 (= Ath. XX. 56, 5). — VIII. 3, 3 (=

Sv. I. 3. 2. 1. 8 = VS. XXXIII. 81 = Ath. XX. 104, 1); 4, 15; 5, 4; 8, 12; 32, 11; 46, 1 (= Sv. I. 2. 2. 5. 9); 61 (50), 3. — X. 24, 1.

Bem. zu Rv. X. 24, 1: Vers 1—3 dieses Hymnus sind nur scheinbare åstårapaṅkti (8 + 8 + 12 + 12), wie sie die Inder bezeichnen. In Wahrheit sind sie, wie die drei andern (4—6) Anushṭubh, aber mit Einschiebung von *ví vo máde* nach jedem dritten und *vívakshase* nach jedem vierten Stollen (vgl. X. 21, wo sie in allen acht Versen, und X. 25, wo sie in allen elf Versen in gleicher Weise den Refrain bilden).

(10 in 12) Rv. I. 47, 10. — II. 1, 5. — V. 36, 3. — VIII. 1, 12 (= Sv. I. 3. 2. 1. 2 = Ath. XIV. 2, 47); 46, 7; 49 (Vâl. 1), 1 (= Sv. I. 3. 1. 5. 3 = Ath. XX. 51, 1); 52 (Vâl. 4), 5; 71 (60), 10 (= Sv. II. 7. 2. 8. 1); 103 (92), 5.

(6 in 11) Rv. VI. 22, 4 (= Ath. XX. 36, 4). — VII. 38, 1. Beidemal $| v \overset{6}{\smile} v - |$, während, die Kürze den häufigeren Rhythmus $| \overset{6}{vvv} - |$ ergeben haben würde.

Bemerkung zu No. 14. Wir haben also *purú'vasu* in 21 metrisch entstandenen Fällen; in zweien nur (6 in 11) ist keine metrische Erklärung zulässig; der eine (VI. 22, 4) gehört einer verhältnissmässig späten Zeit an, wie die wirkliche Einbusse des anlautenden *a* in *asuraghnḍh* wahrscheinlich macht. In beiden Fällen mag die Länge vielleicht erst von Recitirern eingeführt sein, weil sie in allen übrigen Stellen sich durch das Metrum geltend gemacht hatte, oder auch, weil sie vor *-vasu* sonst stets die Länge bemerkt hatten.

15. **prabhû'-vasu.**

(6 in 8) Rv. VIII. 45, 36. — IX. 29, 3 (= Sv. II. 9. 1. 1. 3); 35, 6.

(10 in 12) Rv. I. 57, 4 (= Sv. I. 4. 2. 4. 4 = Ath. XX. 15, 4).

(6 in 11) Rv. VII. 22, 2 (= Sv. II. 3. 1. 13. 2) $| v \overset{6}{\smile} v - |$.

Bemerkung: In vier Stellen erklärt sich also die Länge durch den Einfluss des Metrums (6 in 8 und 10 in 12); in einer (6 in 11) nicht, da hier auch $| \overset{6}{vvv} - |$ eben so gut gewesen sein würde; wir dürfen sie aber hier wohl aus dem Einfluss jener vier erklären. Auf demselben

beruht wohl auch, dass *Prabhúvasu* als Eigenname eines Dichters (von Rv. V. 35 und 36 und IX. 35 und 36) mit langem *ú* gesprochen und geschrieben ward: oder sollte hier die Dehnung dazu dienen, das Wort als Eigenname vom Adjectiv zu scheiden, ähnlich wie im Griechischen mehrfach die Accentuation? Im gewöhnlichen Sanskrit erscheint *prabhu* als vorderes Glied nur in zwei Zusammensetzungen *prabhŭ-deva* und *prabhŭ-bhakta*, in denen die Kürze bewahrt ist.

Vgl. No. 17 *vibhúvasu* und No. 138 *Vaibhúvasá*.

16. **radâ-vasu.**

(10 in 12) Rv. VIII. 32, 18 (= Sv. I. 4. 1. 2. 8 = Ath. XX. 82, 1); also metrisch.

Bem. Leider erscheint das Wort bloss im Vocativ, so dass über die Accentuirung desselben keine absolute Sicherheit zu gewinnen ist; allein ohne die Länge, also in der Pada-Form *radă-vasu*, tritt es in die entschiedenste Analogie mit dem Eigennamen *trasá-dasyu*, welcher entweder für einstiges *trasád-dasyu* (für ursprüngliches *trasát-d*⁰) steht, oder eine mit diesem begrifflich identische Bildung ist; es verhält sich dazu, wie z. B. griechisch *φερε-σάφυλο*, *φερέ-πονο* und andre der Art zu *φερες-σαχές* für *φερετ-σαχές*, worin *φερετ* = sskr. *bharat* in *bharád-vâja*, und bedeutet 'Die Dasyu's (Feinde) erzittern machend' (von *tras* 'zittern, sich fürchten', mit Uebertritt in die transitive Bed. 'zittern machen, wie das im Veda bei intransitiven Verben nicht selten, vgl. z. B. *ran* 'sich freuen' und 'erfreuen'). Die metrische Kürze des *a* steht in *trasádasyu* auf jeden Fall fest (vgl. Rv. I. 112, 14; IV. 38, 1 und VIII. 19, 36 [wo *ă* in 6 in 11 *v̆v* — —]; IV. 42, 8; 9; VII. 19, 3 [wo es in 7 in 11 — *v̆v* —]; X. 120, 5 [wo 7 in 12 — *v̆v* —]; V. 27, 3 [wo 9 in 11 *v̆* — —]; VIII. 49 (Vâl. 1), 10 [wo 9 in 12 *v̆* — *v* —]; sogar kurz in 6 in 8 [wo mit verhältnissmässig sehr wenigen Ausnahmen nur Länge erscheint, in Rv. VIII. 8, 2 | *v̆v* — ⏑ –]; endlich auch in der zweiten Silbe V. 33, 8; VIII. 36, 7; *radavasu* und *trasádasyu*, in denen das vordere Glied genau dieselbe categorische Bedeutung hat, wie die vielen Zusammensetzungen des Griechischen, in denen dieses auf *ε* endigt — nämlich die eines das hintere Glied regierenden Ptcp Präsentis (*rada-vasu* 'Reichthum spen-

dend') — treten also in die strengste Analogie mit diesen im Griechischen so zahlreichen vorderen Compositionsgliedern auf *ε* und, wie ich es 1838[1]) zuerst gewagt habe, auf zwei sanskritische Bildungen — die einzigen die mir damals zugänglich waren — und sehr wenige des Zends hin die arischen Zusammensetzungen dieser Art mit den griechischen zu identificiren, so halte ich jetzt für wahrscheinlich, dass der Mangel eines auslautenden *t* in *trasá-* und *rada-*, wodurch sie mit den griechischen dieser Art, z. B. *ἀρχέ-κακος*, der Bildung nach ganz zusammenfallen, dafür spricht, dass Formen ohne dieses auslautende *t* schon als indogermanisch anzuerkennen sind.

Möge es mir verstattet sein hierbei kurz zu bemerken, dass auch die dem begrifflichen Werthe nach hieher gehörigen griechischen Zusammensetzungen auf auslautendes *σι* im ersten Glied, wie *δωσί-δικος*, *δωσί-πυγος*, Nppr. *Δωσί-θεος*, *δεισι-δαίμων*, *δεισί-θεος*, *λυσί-δικος* und viele andre ebenfalls in — soviel mir bekannt — zwei sskritischen Beispielen widergespiegelt werden, nämlich in *dá'ti-vára* (Rv. I. 65, 4; 167, 8; III. 51, 9; V. 58, 2; VI. 24, 2; VII. 15, 12; 42, 24), welchem ein griechisches **δωσί-Fηρο* 'Wünschbares gebend' entsprechen würde, und *ranti-deva*, nur als Eigenname bewahrt, aber (von *ran*) 'die Götter erfreuend' bedeutend. Auch diese Bildung scheint demnach schon der indogermanischen Zeit angehört zu haben.

17. **vibhû'-vasu.**

(10 in 12) Rv. IX. 72, 7; 86, 10 (= Sv. II. 4. 1. 1. 1).

Metrisch.

---

1) in den 'Ergänzungsblättern zur (Hallischen) Allgemeinen Literatur-Zeitung', 1838 Mai, S. 338. Rosen hat gleichzeitig dieselbe Bemerkung gemacht, allein, obgleich sie in demselben Jahr in seinen Anmerkungen zu 'Rigveda-Samhita, liber primus' p. XXI sqq. gedruckt ward, kam dieses Werk doch erst bedeutend später in die Oeffentlichkeit, weil Lassen ersucht war, es fortzusetzen. In dessen Händen war es noch im August 1838, wo er mir die Anmerkung zeigte, zugleich voll Erstaunen über das Zusammentreffen und noch mehr — wie er sagte — über meine erfolgreiche Kühnheit.

18. **viçvấ-vasu** (vgl. SvPr. 218 (das Wort findet sich jedoch nicht im Sv.); VPr. III. 100; Whitney zu AthPr. III. 9).
(6 in 8) Rv. X. 85, 22 (= Ath. XIV. 2, 33 mit VV. LL.) — VS. II. 3 (der Anfang von *a* ist ein achtsilbiger Stollen).
(2) Rv. X. 85, 21; 139, 4.

19. **svấ-vasu** (vgl. AthPr. III. 12).
(10 in 12) Rv. V. 44, 7 (zu lesen *suá́-vasuḥ*).
(6 in 11) Ath. VII. 50, 3 (*v –́ v* — es ist nämlich ebenfalls *suá́vasum* zu lesen).

Die Dehnung ist im letzteren Fall nicht metrisch, da | *v̆vv* — | noch häufiger. Der Vers ist aber identisch mit Rv. V. 60, 1, wo V. L. *svă̆vasum* (zu lesen *suá-vasum*) mit kurzem *ă*.

Bem. Also einmal (10 in 12) metrisch; in dem anderen Fall ist die Leseart sehr zweifelhaft. Zu der Zeit, als sie sich im Ath. fixirte, konnte die Dehnung durch Einfluss der so häufigen Dehnungen vor hinterem *-vasu* herbeigeführt sein, oder selbst durch Bekanntschaft mit der Regel des RPr. (citirt in § 1. II).

Ausnahmen zu II.

**vásŭ-vasu** Rv. X. 76, 8 in der 2ten Silbe, wo die Dehnung nicht nothwendig.

**sahă̆-vasum,** Rv. II. 13, 8, in 6 in 12 | *v̆vv* — | , wo die Kürze in grösster Majorität vorherrscht.

Bemerkung zu II. Es sind also 42 Fälle, in denen sich die Dehnung aus metrischem Einfluss erklärt, 5, in denen dies nicht der Fall ist, sie aber durch Einfluss von jenen — also, wenn auch nicht unmittelbar, doch mittelbar — ebenfalls durch das Metrum entstanden sein mochte.

## § 2.

## Aufzählung der übrigen hieher gehörigen Zusammensetzungen in alphabetischer Ordnung nach dem Anlaut des vorderen Gliedes.

20—22. **a-** privativum.

Es erscheint lang in drei Wörtern und zwar in

20. **â'-deva** (RPr. 180).

(7 in 12) Rv. II. 22, 4, zu lesen *abhí â'devam* (der Vers kehrt Sv. I. 5. 2. 3. 10 wieder, wo aber *ădevam* mit kurzem *a* und noch andre VV. LL.). — VIII. 59 (Vâl. 11), 2. In beiden Stellen (*vv* $\frac{1}{}$ —).

**Bemerkung:** In den Göttinger Nachrichten, 1874, S. 641 habe ich angenommen, dass *á'devîḥ* auch Rv. VI. 49, 15 —, wo die Inder die anlautende Länge für grammatisch nehmen, sie also auch im Pada-Text bewahrt ist — für *ádevîḥ* stehe; ich habe dabei übersehen, dass auch Grassmann (Wtbch 177, vgl. auch Uebersetzung, 1876, I. 279) es schon so aufgefasst hat. Auch Ludwig (Uebersetzung, 1876, I. 233) nimmt es eben so. Ausser dem für diese Auffassung in den Nachrichten angegebenen Grund — welchen ich weiter hätte fassen sollen, nämlich: dass überhaupt solche theilweise Wiederholungen eines vorhergehenden Stollens sehr häufig sind (vgl. z. B. Rv. I. 137, 1—3 (in allen dreien im ersten und dritten Theil der Strophe); 138, 1—3; 139, 1—4 und 6—10 — II. 43, 2. — IV. 1, 1; 2; 3; 27, 5. — V. 2, 12; 41, 16; 17. — VI. 2, 11; 15, 3; 15; 48, 15 u. aa.) — vgl. man *víçaḥ ádevîḥ* VIII. 96 (85), 15[1]). — Das *á* fällt in die 3te Silbe.

---

1) Beiläufig bemerke ich, dass *â'deva* schwerlich in anderer Weise zu erklären ist, als in der von Sâyaṇa zu Rv VI. 49, 15 gegebenen — trotz dem dass es gerade an dieser Stelle, wie bemerkt, für *ădeva* steht. Er fasst es als eine elliptische Bahuvrîhi-Composition: *âgatâ devâ yâsu* 'zu welchen die Götter gekommen'. Sie passt Rv. IV. 1. 1, wo Agni so genannt wird als Repräsentant des Opfers, zu welchem die Götter kommen; das vor *á'devam* stehende *víçvam* übersetzt Grassmann (I. S. 107) durch 'steten' (als Beisatz des Agni), Ludwig (I. S. 359) durch 'den all-

An eben derselben Stelle der Nachrichten S. 639 ff. habe ich auch in Bezug auf Rv. II. 23, 16 die Ansicht auszuführen gesucht, dass daselbst statt *á devá'nâm* zu lesen sei *á'devánâm*, ebenfalls mit Dehnung des Anlauts für *ádevánâm*. Hier fällt das anlautende *á* in die erste Silbe des Stollens.

21 (2). **â'-rupita** (RPr. 179).

(5 in 11) Rv. IV. 5, 7 ($\overset{5}{-}$ *vv* —).

22 (3). **â'-sant** (RPr. 179; 180; Whitney zu AthPr. III. 21 und IV. 90).

(10 in 11) Rv. VII. 104, 12 = Ath. VIII. 4, 12.

(2) Rv. V. 12, 4.

(7 in 11) Rv. VII. 104, 13 = Ath. VIII. 4, 13 (— *v* $\overset{7}{-}$ —), zu lesen *hanti á'sad.*

(6 in 11) Rv. IV. 5, 14 (*v* $\overset{6}{-}$ *v* —).

(5 in 11) Rv. VII. 104, 8 = Ath. VIII. 4, 8 ($\overset{5}{-}$ *vv* —).

Bem. zu 20—22: Nur in der 2ten Silbe und in 10 in 11 kann

---

gegenwärtigen'; Grassm. Uebersetzung ist völlig unzulässig (in seinem Wtbch fehlt diese Bedeutung und auch diese Stelle). Ludwig's lässt sich durch die im späteren Sskrit erscheinende Bed. 'Alles in sich enthaltend' (St. Petersburger Wtbch V. 1223 u. d. W. 1. c) vertheidigen. Nur würde ich dann diese Bed. selbst oder 'allumfassend' gewählt haben. Die drei ersten Verse des Hymnus gehören zu den mit sehr künstlichen Metren und den eben im Texte erwähnten mit theilweisen Wiederholungen, welche verhältnissmässig jüngeren Ursprungs zu sein scheinen. Nicht unmöglich wäre aber auch, dass wir in den beiden Wörtern die Vertreter eine der Zusammensetzungen zu erkennen haben, über welche ich zuletzt in den Nachrichten 1878, S. 193 ff. gesprochen habe, so dass die wörtliche Uebersetzung 'den — allen — Götterbesuchten' bedeutet 'zu dem alle Götter kommen'.

Eben so passt diese Bedeutung Rv. VII. 92, 4, wo die Opferherrn als *á'devâsaḥ* 'solche, zu denen die Götter [natürlich gern] kommen', bezeichnet werden. Grassmann hat 'den Göttern treu' (I. 371), Ludwig 'den Göttern benachbart' (II. 333).

Endlich auch in der dritten und letzten Stelle Rv. II. 4. 1 *á'deve jáne* 'bei dem von den Göttern besuchten Volke'. Damit trifft Ludwig (I. 321) durch 'mit den Göttern verkerend' fast ganz zusammen. Grassmann hat (I. 10) 'gottergeben'.

die Länge als metrisch mit einiger Sicherheit betrachtet werden; in allen übrigen Fällen (7 in 12; 5 in 11; 6 in 11; 7 in 11) passte die Kürze auf jeden Fall eben so gut ins Metrum. Es entsteht daher die Frage, ob in diesen Fällen — und eben so in den griechischen *ἀ-θάνατο, ἀ-χάματο, ἀ-νέφελο* — die Länge nicht eher auf der ursprünglicheren Form *ăn-* beruht, welche bekanntlich im Deutschen (goth. *un-*) und Lateinischen (*in-*) die allein herrschende blieb, im Sskr. und Griech. aber sich nur vor vocalisch anlautenden Zusammensetzungen — oft übereinstimmend z. B. sskr. *án-açva* = *ἄν-ιππο* — erhalten hat. Wurde sie einst, wie im Germanischen und Latein, auch im Sskrit noch vor Consonanten gebraucht, so entstand Beschwerung durch Position, welche nach Einbusse der Position sich — neben dem kurzen *a* — als langes *â* erhalten konnte (vgl. z. B. von *klăm* durch Wirkung der Positionsbeschwerung *klân-tá*, von *jan* (vermittelst **jantá*, dann **jântá*, mit Einbusse des *n*) *jâtá*.

Ich glaube sogar die ursprüngliche Dehnung des *a* privativum auch noch in einer Stelle annehmen zu müssen, in welcher sie die Inder nicht annahmen, nämlich Rv. I. 63, 5, wo der erste Stollen in der Samhitâ lautet:

tvá ha tyád Indrâ'rishaṇyan

aber zunächst, mit den bekannten Aenderungen, um die Silbenzahl (elf) zu erhalten, zu lesen ist

tuá ha tyád Indara árishaṇyan.

Dann erhalten wir jedoch den Rhythmus

*v — — v | — vvv | v — —*

mit *| — vvv |* im zweiten Fuss. In den Beiträgen zur vedischen Metrik werde ich aber beweisen, oder wenigstens höchst wahrscheinlich machen, dass, wie eine auslautende Kürze an dieser Stelle (8 in 11 und 12) gedehnt ward, so auch weder eine in- noch anlautende Kürze in ihr erlaubt war, der Dichter also, wenn das *a* privativum zu seiner Zeit wegen seiner Entstehung aus *an* vor Consonanten lang gebraucht werden konnte — wie wir eben annahmen — er es auch hier vor *r* lang sprach, und also in einem Versuch die ursprüngliche Form des Rv. herzustellen

*ā́rishanyan* zu schreiben ist. In Rv. IX. 111, 3 (= Sv. II. 7. 3. 10. 2), wo der 3te Stollen lautet

vájraç ca yád bhávatho ánapacyutâ

— — *v* — | *vv* — *v̆* | *v* — *v* — |

die 8te Silbe also ebenfalls in der Saṁhitâ kurz erscheint, ist das *n* von *an*, nach der allgemeinen Regel (vgl. z. B. *nemannísha*ḥ Rv. I. 56, 2 aus *neman-tsh*), welche übrigens im Veda nicht durchweg herrscht und bei dem *an-* priv. nicht gilt, dennoch vielleicht verdoppelt gesprochen.

23. **akshâ-náh** (RPr. 547).
(2) Rv. X. 53, 7, also nur metrisch.
[**acchâ-vâká** TS. VII. 1. 5. 5 erscheint auch im Pada-Text mit langem *á* und ohne Trennung der Zusammensetzung; vgl. IVte Abhdlg 1, S. 8, wonach der auslautende Vocal in *ácchá* zur Vedenzeit lang war].
[**atî-kâçá** TS. I. 2. 2. 2 ohne Verkürzung und ohne Trennung im Pada; vgl. Pâṇ. VI. 3, 122; 123].

24. **adhî-vâsá** (im Pada getrennt und mit *ĭ* nach VPr. III. 96 und TPr. III. 7; im Rv.-Pada dagegen ungetrennt und mit *ī*; vgl. Pâṇ. VI. 3, 122; 123).
(2) VS. XXV. 39 = TS. IV. 6. 9. 2 (= Rv. I. 162, 16).
(Rv. I. 140, 9. — X. 5, 4)
in allen drei Stellen metrisch.

25. **anan û-yâjá** (TPr. III. 7 vgl. *anûyâjá*).
(Prosa) TS. VI. 1. 5. 3.

26. **ánap â-vṛ́it** (RPr. 559, vgl. *ápâvṛita ápâvṛiti*).
(8 in 11) Rv. VI. 32, 5. — X. 89, 3.
Metrisch.

27. **an û-kâçá** (VPr. III. 128; TPr. III. 7; vgl. *atîkâçá*).
(Prosa) VS. XXV. 2. — TS. V. 3. 1. 3.

28. **anû-jahiré** (Whitney zu AthPr. III. 12).
(2) Ath. XVIII. 3, 46. Diess ist, wie Wh. a. a. O. p. 129

ausdrücklich bemerkt, die Leseart aller Mscpte des Atharvaveda. Im Rv. dagegen, wo sich der Vs X. 15, 8 (mit VV. LL.) findet, erscheint in der Samhitâ *anûhiré*, welches der Pada-Text in *anu-ûhiré* trennt.

29. **an û-bandhyâ** (TPr. III. 7).
(Prosa) TS. II. 2. 9. 7.

30. **an û-yajá** (TPr. III. 7; nur in den Taittirîya-Büchern, Sâyaṇa zu Aitar. Brâhm. I. 11; im Rv. nur *anŭyájá*, z. B. X. 51, 8; 9).
(Prosa) TS. II. 6. 9. 4 (zweimal); VI. 1. 5. 4.
Auch in der Ableitung
z. B. **an û-yâjá vat** TS. VI. 1. 5. 3
und Zusammensetzungen
z. B. **an-an û-yâjá** TS. VI. 1. 5. 3.
**prayâjân û-yâjá** z. B. TS. I. 7. 1. 1.

31. **an û-râdhá** (Whitney zu AthPr. III. 12; TPr. III. 7).
(6 in 11) Ath. XIX. 15, 2 (| *v* ⏑ — — | ein sehr auffallender Rhythmus, da durch *anŭ* der regelmässigste | *vv* — — | entstanden wäre. Als Name der Mondstation erscheint Ath. XIX. 7, 3 *anŭrádhâ'* | *v* — — | , aber in TS. IV. 4. 10. 2, in Prosa, *anúrádhâ'*).

32. **an û-vṛ́ij** (Whitney zu AthPr. III. 12; TPr. III. 7).
(6 in 8) Ath. IX. 4, 12; metrisch.
(Prosa) TS. V. 7. 23.

33. **ann â-vṛ́idh** (RPr. 560).
(2) Rv. X. 1, 4; metrisch.

34. **ápar î-vṛ́ita** (RPr. 559).
(3 in 11) Rv. II. 10, 3 (| *vv* ⏑ *v* | , vielleicht metrisch, da sonst der erste Fuss *vvvv* geworden wäre).

35. **ap â-mârgá** (VPr. III. 128; ob auch der Pada-Text des Ath. *apă-* hat, ist bei Wh. AthPr. nicht angegeben; im classischen Sskrit ist die Dehnung, durch Einfluss der vedischen Stellen,

in denen sie durch Einfluss des Metrums (2te Silbe) entstanden war, fixirt, vgl. Sch. zu Pân. III. 3. 121 und VI. 2. 144; es ist nicht mit dem St. Ptsb Wtbch in *apa-â-* zu trennen, wie auch Ath. IV. 18, 7 *apâmârgó 'pa mârshṭu* zeigt, wo die beiden letzten Worte gewissermassen die Etymologie geben).

(2) VS. XXXV. 11. — Ath. IV. 17, 6; 18, 7; 19, 4. — VII. 65, 3.

Metrisch.

36. **ápâ-vṛ́ta** (RPr. 543).

(10 in 12) Rv. I. 57, 1 (= Ath. XX. 15, 1).

Metrisch; doch auffallend, dass die Länge gerade vor *v* so oft erscheint, vgl. No. 37; 38; 40; 43; 44; 45; 82; 83; 103—108 und in der gewöhnlichen Sprache *prâvara* u. aa. s. St. Ptsb. Wtbch.

37. **ápâ-vṛ́ti** (RPr. 543).

(10 in 12) Rv. VIII. 66 (55), 3.

Metrisch, vgl. jedoch zu No. 36.

38. **apâ-vṛ́tya** (nicht von Whitney im AthPr. erwähnt, aber wahrscheinlich, wie 36 zu betrachten).

(2) Ath. XII. 2, 34.

Metrisch, vgl. aber zu 36.

39. **apî-jû'** (RPr. 559).

(10 in 12) Rv. II. 31, 5; metrisch.

40. **ápî-vṛ́ta** (RPr. 543).

(2) Rv. I. 121, 4. — II. 11, 5. — X. 32, 8.

Metrisch; vgl. aber zu 36.

41. **abhî-modamúd** (Whitney zu AthPr. III. 12).

(2) Ath. XI. 7, 26 = 8, 24. Metrisch.

42. **abhî-lâpaláp** (Whitney zu AthPr. III. 12).

(2) Ath. XI. 8, 25. Metrisch.

43. **abhî-vargá** (Whitney zu AthPr. III. 12), vgl. zu 36.

(6 in 8) Ath. III. 5, 2. — VI. 54, 2.

(2) Ath. XI. 2. 4.

Metrisch.

44. **abhî-vartá** (RPr. 544; VPr. III. 96; AthPr. X. 12) vgl. zu 36.
(2) Rv. X. 174, 1; 3 = Ath. I. 29, 1; 3. Metrisch.
(In Prosa) VS. XIV. 23.

45. **abhî-vṛita** (RPr. 543; TPr. III. 7; Whitney zu AthPr. III. 12).
(6 in 8) Rv. III. 44, 5. — VIII. 39, 5; 100 (89), 9. — X. 176, 3 (= TS. III. 5. 11. 1).
(10 in 12) Rv. I. 164, 29 (= Ath. IX. 10, 7). — VI. 70, 4.
(2) Rv. I. 35, 4. — X. 73, 2 (RPr. 584).

Alle metrisch; vgl. aber zu 36.

Dagegen **Kurz** (in 2) *abhĭ-vṛítya* (folgt eine positionslange Silbe *vṛity*⁰) Rv. X. 174, 2 | $\overset{2}{v}v$ — *v* | (RPr. 441).

46. **abhî-sháh** (TPr. III. 7).
(Prosa) TS. II. 3. 2. 6 (*abhîsháhá*).

Bemerkung: Der Nominativ Sing. dieses Themas, nämlich *abhî-shá'ṭ*, welcher im Rv. (VII. 4, 8) und im Ath. XII. 1, 54 erscheint, wird im Pada-Text ganz wie in der Sa*m*hitâ geschrieben, und diese Regel gilt auch für alle Nom. Sing. derartiger Zusammensetzungen; im Rv. also für *ṛishi-shá't*, *janá-shá'ṭ*, *turá-shá'ṭ*, *nish-shá'ṭ*, *purá-shá'ṭ*, *pṛitaná-shá't*, *práçu-shá'ṭ*, *bhúri-shá'ṭ*, *rayi-shá'ṭ*, *vane-shá'ṭ*, *virá-shá'ṭ*, *vṛithá-shá'ṭ*, *satrá-shá'ṭ*; demgemäss findet sich im RPr. über die Länge des dem *sh* vorhergehenden Vocals in *abhîshá'ṭ*, *janáshá'ṭ*, *turáshá'ṭ*, *virâshá'ṭ* keine Regel. In dem VPr. dagegen und dem AthPr. findet sich ausdrücklich angemerkt, dort V. 30, hier IV. 70 (vgl. II. 82), dass die dort erwähnten Wörter auf *shá'ṭ* im Pada nicht getrennt werden; im AthPr. endlich wird die Dehnung von Vocalen vor *-shâṭ* bemerkt (III. 1), aber im Pada erscheinen sie wie in der Sa*m*hitâ (s. Whitney zu AthPr. II. 82 und IV. 1); in der VS. finden sich nur zwei hieher gehörige Wörter und nur in dem einen derselben, *ṛitâsha'ṭ*, ist der Vocal vor *sh* ursprünglich kurz. In dem Ath. erscheinen, ausser den schon aus dem Rv. angeführten *abhîshá'ṭ* und *turâshá'ṭ*, noch drei hieher gehörige, nämlich *nîshá'ṭ*, *viçvâshá'ṭ* und *çatrûshá'ṭ*. In der TS. finden sich *ṛitâshá'ṭ* und *turâ-*

*shâ'ṭ* im Pada ungetrennt und ohne Verkürzung (s. Whitney zu TPr. p. 99).

Der gedehnte Vocal findet sich

(in 2) in *abhîshâ'ṭ* Ath. XII. 1, 54 und XIII. 1, 28 — *çatrâshâ'ṭ* (vgl. unter **çâtrû-sâh** No. 139) Ath. V. 20, 11. — *ṛitâshâ'ṭ* VS. XVIII. 38 (= TS. III. 4. 7. 1).

(4 in 11) in *turâshâ'ṭ* Rv. III. 48, 4. — Ath. II. 5, 3. — in *nîshâ'ṭ* Ath. V. 20, 11.

(10 in 11) in *turâshâ'ṭ* Rv. V. 40, 4 (= TS. I. 7. 13. 4 = Ath. XX. 12, 7). — VI. 32, 5. — X. 55, 8. und in *virâshâ'ṭ* Rv. I. 35, 6.

In diesen drei Silben kann die Dehnung durch metrischen Einfluss erklärt werden. Dies ist aber schwerlich möglich, wo sie erscheint in

(7 in 8) in **viçvâshâ'ṭ** Ath. XII. 1, 54.

und (6 in 11) in *abhîshâ'ṭ* Rv. VII. 4, 8 | $v \overset{6}{\smile} — — |$, wo | $\overset{6}{vv} — — |$ viel besser gewesen wäre, und in *janâshâ'ṭ* Rv. I. 54, 11 | $v \overset{6}{\smile} v — |$. Diese drei Fälle und die Länge in *abhîshâhâ* in Prosa in der TS. scheinen gegen metrische Entstehung derselben fast entscheidend zu sprechen. Dennoch ist es dem gegenüber auffallend, dass wir keine Dehnung in *ṛishi-shâ'ṭ*, *prâçu-shâ'ṭ*, *bhûri-shâ'ṭ* und *rayi-shâ'ṭ* finden, während die Dehnung des *i* in *abhi* sich in No. 41—45, d. h. in allen übrigen Fällen, durch metrischen Einfluss erklärt, und eben so sonst auch in letzter Instanz die des *a* in *viçva-* (vgl. No. 128—134); ich glaube daher, dass auch in *viçvâshâ'ṭ* die Länge in 7 in 8 sich aus metrischem Einfluss erkläre, nämlich entweder unmittelbar durch den Einfluss der später geltend gewordenen Umwandlung der vedischen Anushṭubh in den Çloka, in welchem im zweiten Fuss des ersten und dritten Stollens vorwaltend, nächst | $v — \overset{7}{\smile} v$ |, wie hier im Ath., der Rhythmus $v — \overset{7}{\smile} —$ herrscht (vgl. meine Chrestomathie aus Sanskritwerken S. 324), oder mittelbar durch Einfluss von **viçvâ-sâh**, wo sich das *â* durchweg durch das Metrum erklärt (s. No. 133). Dann bleibt nur *janâshâ'ṭ*, dessen langes *â*

sich wohl dadurch erklärt, dass im Veda in Folge des metrischen Einflusses sich keine Form auf *-ăshấṭ* erhalten hatte.

47. **amitrâ-yúdh** (RPr. 560).

(3 in 12) Rv. III. 29, 15.

Würde unmetrisch sein. Sollte es aber nicht vielleicht aus *amitra-â-yúdh* bestehen?

Die Verbindung des Präfixes *â* mit *yudh* erscheint zwar in der vedischen Sprache nur im Nomen *ấ-yudh-a*, wohl aber im späteren Sskrit (auch *pra-â-*).

48. **avâ-yatî́** (RPr. 560).

(8 in 12) Rv. VIII. 91 (80), 1; *kanyấ* ist, wie — mit einer einzigen Ausnahme — allenthalben, dreisilbig, vielleicht noch in der ältesten Form *kanîấ* zu lesen (auch IV. 58, 9 wohl *kanîeva* statt *kanyấ-iva*, im Pada *kanyấḥ-iva*, vgl. Gött. Nachr. 1879, S. 396 ff. und insbesondre die Iste dieser Abhdlgen S. 246 ff.)

Metrisch.

[**avâ-çriṅgá** TS. II. 1. 8. 5, aber im Pada-Text weder Verkürzung, noch Trennung der Zusammensetzung, Whitney zu TPr. p. 99. Prosa.]

[**ashṭâ-** (AthPr. III. 2 betrachtet *ashṭâ-* als vorderes Glied einiger Zusammensetzungen als Vertreter von *ashṭă-*, allein in demselben Prâtiçâkhya wird IV. 94 ausdrücklich vorgeschrieben, dass der Pada-Text die Saṁhitâ-Form nicht verändern soll. Aehnlich giebt SvPr. 225—227 Regeln über Dehnungen des Auslauts von *ashṭa-*, wenn es vorderer Theil einer Zusammensetzung; aber der einzige Fall dieser Art, welcher im Sv. vorkömmt *ashṭấ-padî* (Sv. II. 3. 2. 9. 3) hat ebenfalls im Pada-Text dieselbe Form wie in der Saṁhitâ. Ausserdem stimmen AthPr. III. 2 und SvPr. 225. 227 auch darin überein, dass sie auch Beispiele geben, welche weder im Ath. noch Sv. vorkommen. Die Regeln sind augenscheinlich aus andern grammatischen Arbeiten in diese Prâtiçâkhya's hinübergenom-

men. Dennoch will ich hier die Fälle mit *ashṭâ-* und *ashṭă-* im vorderen Glied, welche ich aus den Veden notirt habe, mittheilen. Man vgl. dazu 'Abhdlg III, S. 11', wo man Z. 15 hinter 'Rv. X. 27, 15' hinzufügen möge: 'wo Contraction eingetreten ist'; ausserdem vgl. man noch Pâṇ. VI. 3, 47; 49; 126.

1) Mit langem *â*:

**ashṭâ'-kapâla** (vgl. Pâṇ. VI. 3, 126).

VS. XXIX, 60 = TS. VII. 5. 14. Prosa.

**ashṭâ'-cakra.**

(2) Ath. X. 2, 31. — XI. 4, 22.

**ashṭâcatvâri⌣çá** (abgeleitet von *ashṭâ-catvâri⌣çat*).

VS. XIV. 23 = TS. IV. 3. 8. Prosa.

**ashṭâdaçá** (abgeleitet von *ashṭâ-daçan*).

VS. XIV. 23 = TS. IV. 3. 8. Prosa.

**ashṭâ'-paksha.**

(2) Ath. IX. 3, 21.

**ashṭâ'-pada,** fem. *dî.*

(2) Rv. I. 164, 41 (= Ath. IX. 10, 21). — II. 7, 5. — VS. VIII. 30. — Ath. V. 19, 7.

(4 in 8) Rv. VIII. 76 (65), 12 (= Sv. II. 3. 2. 9. 3 = Ath. XX. 42, 1). — Ath. X. 1, 24.

**ashṭâ-yogá.**

(6 in 8) Ath. VI. 91, 1.

**ashṭâ'-vandhura.**

(2) Rv. X. 53, 7.

**ashṭâvi⌣çá** (abgeleitet von *ashṭâ'-vi⌣çati*).

(2) Ath. XIX. 8, 2.

**ashṭâ'-vi⌣çati.**

VS. XVIII. 25. Prosa.

2) Mit kurzem *ă*.

**ashṭă-karmá,** fem. *ṇî.*

(9 in 12) Rv. X. 62, 7.

Der Stollen lautet:

sahásram me dádato ashṭakarṇyàḥ,

und das letzte Wort ist *ashṭakarṇíaḥ* zu sprechen; $^{0}ṭa^{0}$ bildet die erste Silbe der iambischen Schlussdipodie, welche in weit überwiegender Mehrzahl kurz ist; auch ist die folgende Silbe $^{0}karṇ^{0}$ positionsschwer.

**ashṭă-putra.**

(9 in 11) Ath. VIII. 9, 21. Aehnlich, wie im letzten Fall bildet $^{0}ṭa^{0}$ die erste Silbe des in der weit überwiegenden Mehrzahl elfsilbige Stollen schliessenden Bacchius und die folgende Silbe hat ebenfalls Position.

**ashṭá-yoni.**

(2) Ath. VIII. 9, 21, also in demselben Verse, in welchem das vorige Wort mit kurzem *ă* erscheint. Auffallend ist die Kürze in der 2ten Silbe, und ich wäre sehr erfreut, wenn der Schol. zu AthPr. IV. 94 mit Recht *ashṭá-yoni* mit langem *á* aufgeführt hätte. Allein Whitney bemerkt ausdrücklich zu dieser Regel des Pr., dass der Saṁhitâ- sowohl als der Pada-Text kurzes *a* haben; auch ist im AthPr. III. 2 unter den Themen, vor welchen *ashṭá-* mit langem *á* erscheint, *yoni* nicht aufgeführt. Ich würde daher fast glauben, dass die Kürze durch Einfluss von *ashṭă-putra* in demselben Vers herbeigeführt sei, wenn *ashṭă-yoni* mit *ă* nicht auch in Taitt. Âr. I. 13 erschiene. Der Atharva V. ist übrigens stark von der späteren Sprache beeinflusst, so dass manche seiner Formen für die alte — speciell vedische Sprache — von keinem grossen Gewicht sind.

**ashṭă-vṛishá.**

(4 in 8) Ath. V. 16, 8; es ist *yádi ash*$^{0}$ zu lesen.

Bem. Ich darf nicht unerwähnt lassen, dass sich *ashṭá-* mit *á* im vorderen Compositionsglied noch in vielen Wörtern der sich an die Veden schliessenden Literatur findet und selbst in der späteren, so z. B. (nach Pâṇ. a. den aa. OO.) allein vor Zehnern z. B. nur *ashṭâ-daçan*, achtzehn; neben *ă* von 'vierzig' an, z. B. *ashṭă-catvârimçat* und *ashṭâ-catvârimçaṭ* 'acht und vierzig'; von 'hundert' an wird nur *ashṭă-*

in der späteren Sprache erlaubt, z. B. nur *ashṭă-çata* 'hundert und acht', aber im Cat. Br. X. 4. 2. 23; 24 findet sich auch statt dessen *ashṭâ-çata*. Man sieht, dass die kleineren — häufiger als die grossen — gebrauchten Zahlen die alte Form bewahrt haben, die grossen dagegen haben, der allgemeinen Regel gemäss, wonach Themen auf *n*, wenn sie das vordere Glied einer Zusammensetzung bilden, nur dieses *n* einbüssen, ohne eine Veränderung des ihm vorhergehenden Vocals zu erleiden, *ashṭă-* als vorderes Glied.

Von den übrigen Zahlwörtern, deren Thema auf *an* auslautet, nämlich *páńcan*, *saptán*, *návan* und *dáçan* erscheint das Thema als vorderes Glied stets mit kurzem *ă* im Auslaut, z. B. *páńcă-raçmi*, *saptă-dhâtu*, *náva-pad*, *dáça-bhuji*. Sollen wir danach annehmen, dass *ashṭâ-* als vorderes Glied seine auslautende Länge nur dem Metrum verdanke? Freilich erscheint sie nur in der 2ten und 4ten Silbe, und in der 6ten eines achtsilbigen Stollens, in denen metrische Dehnung so überaus häufig ist; allein sie erscheint ausserdem sehr häufig in Prosa und hat sich selbst in der späteren Sprache erhalten. Ja! der Umstand, dass die Pada-Verfertiger sie nicht zu kürzen wagten, scheint — zumal in Verbindung mit ihrer Verwendung in Prosa und in der späteren Sprache — dafür zu sprechen, dass sie zu ihrer Zeit in der Sprache lebendig war. Dies alles blos aus den — zumal im Verhältniss zu den in der lebendigen Sprache sicherlich sehr häufig gebrauchten Zahlwörtern, wie 18, 28, 38, arbiträr 48, 58, 68, 78, 88, 98 — sehr wenigen Fällen, wo die Länge dem Metrum zugeschrieben werden kann, ableiten zu wollen, scheint mir doch höchst gewagt, ja wohl kaum zulässig.

Ich schwanke zwischen zwei Erklärungen und gestehe, dass ich bis jetzt kein Moment erkennen konnte, durch welches eine der beiden entschieden überwiegend würde; doch neige ich mich ein wenig mehr der zweiten zu, weil sie in Analogie mit dem Griechischen und Latein tritt. Ich werde sie beide kurz mittheilen, in der Hoffnung, dass es einem der Mitforscher gelingen wird, einer dieser beiden durch Hervorhebung eines mir entgangenen Momentes ein entscheidendes Uebergewicht zu verschaffen, oder eine andre unzweifelhafte zu gewinnen.

Die erste Erklärung betreffend, so ist keinem Zweifel zu unterwerfen (vgl. weiterhin latein. *octin-genti*), dass die thematische Form ursprünglich ohne Veränderung vortrat, also im Sanskrit deren Reflex *ashṭan*. Geschah dies nun vor consonantisch anlautenden hinteren Gliedern, dann trat durch die Position eine Beschwerung des dem *n* vorhergehenden Vocals ein, welche, nach Einbusse des *n*, sich in der Dehnung desselben erhalten konnte. Die so entstandene Dehnung wäre in den Fällen, wo *ashṭâ-* erscheint, bewahrt. Diese Erklärung tritt in Analogie mit den ebenfalls nur wenigen Fällen, in denen *a* des *an-* privativum lang erscheint (s. S. 8 ff.).

Die zweite Erklärung findet nicht einen bloss quantitativen, gewissermassen zufälligen Unterschied in diesem *ashṭâ-* und *ashṭă-*, sondern einen grammatischen. Im Griechischen sowohl als im Lateinischen finden wir wesentlich zwei Bildungen dieses Zahlwortes, wenn es als vorderes Element einer Zusammensetzung erscheint, nämlich griech. *ὀκτω-* (z. B. *ὀκτω-δάκτυλος*) = latein. *octo* (z. B. *octo-jugis*); 2) griechisch *ὀκτα-* (z. B. *ὀκτα-δάκτυλος*); diesem entspricht lateinisch *octin-*, wie dies durch das Verhältniss des latein. *octin-genti* zu griech. *ὀκτα-κόσιοι* und die sogleich zu gebende Erklärung desselben über allen Zweifel erhoben wird.

Was nun *ὀκτω-*, latein. *octo-* betrifft, so sind sie augenscheinlich die Form, welche dieses Zahlwort, indeclinabel geworden, in diesen Sprachen stets hat, und darin ist sicherlich ein ursprünglicher Nominativ zu erblicken, welcher genau dem vedischen Nominativ desselben *ashṭâ'* entspricht (wahrscheinlich Nominat. plur. für ursprüngliches *aktânâ*, vgl. IV. 3, S. 17 unter *saptá*; in den so häufig gebrauchten Zahlwörtern traten bekanntlich Verstümmelungen sehr häufig und wohl schon früh ein). Demgemäss bezweifle ich kaum, dass sskr. *ashṭâ* — als vorderes Glied einer Zusammensetzung — mit diesem Nominativ identisch ist und *ὀκτω-* lat. *octo-* genau widerspiegelt.

Was dagegen *ὀκτα-* als vorderes Glied betrifft, so ist schon lang — seit Bopp — bekannt, dass auslautendes *α* im Griechischen gewöhnlich dafür entscheidet, dass ein ursprünglich folgender Nasal hinter ihm eingebüsst sei, z. B. ein *m* in *ἕπτα* für *ἑπτάμ*, ein *ν* im *α-* privativum

für *ἀν-*, welches sich nur — gerade wie im Sskrit — vor Vocalen hielt. während es im Latein und Deutschen auch vor Consonanten bewahrt ist. Griech. *ὀκτα-* deutet daher auf ein einstiges *ὀκταμ-* oder *ὀκταν-*. Von einer Form dieses Zahlworts mit auslautendem *m* findet sich aber auch nicht die geringste Spur; es ist also nur an *ὀκταν* zu denken, und diese Annahme erhält ihre unbezweifelbare Bekräftigung durch das schon angedeutete Verhältniss von *ὀκτα-* in *ὀκτα-κόσιοι* zu latein. *octin-genti*; lat. °*in-* verhält sich zu °*α-* genau so wie *in-* privat. zu *ἀ-* privat. Diesem so erschlossenen *ὀκταν* entspricht aber genau das sskr. *ashṭán*, welches die wunderbar grossen indischen Grammatiker als Thema dieses Zahlwortes aus der Declination desselben gefolgert haben.

Es ist demgemäss in lateinisch *octin-* = grdsprachlich *aktan-* das Thema dieses Zahlworts zu erkennen, welches nach der allgemeinen Regel gebraucht ward, wo dieses Zahlwort das vordere Glied einer Zusammensetzung bilden sollte. Dasselbe liegt im Griech. *ὀκτα-*, sskr. *ashṭa-* zu Grunde, hat aber in beiden Sprachen, den in ihnen geltenden Regeln gemäss, das *n* eingebüsst; vgl. Göttinger Nachrichten, 1880 S. 1 ff.].

49. **âhut î-vr̥ídh** (RPr. 554; die Dehnung wird von Whitney nicht zu AthPr. III. 12 und überhaupt nicht erwähnt; sollte sie auch im Pada-Text des Ath. erscheinen und dieser die Zusammensetzung nicht trennen?)

(6 in 8) Rv. IX. 67, 29 = Ath. VIII. 32, 1.

Metrisch.

50. [**ishṭâ-pûrtá** (Im Rv., der VS. und dem Ath. (vgl. Whitney zu AthPr. IV. 50) hat der Pada-Text weder Trennung der Zusammensetzung, noch Verkürzung des *á* in *ishṭá-*. In dem TPr. III. 6 dagegen wird beides für einige Fälle vorgeschrieben, für andre nicht). Dass das auslautende *á* in *ishṭá-* ursprünglich kurz war, versteht sich wohl von selbst; denn ein Dvandva-Compositum ist es schwerlich. Auch erklärt sich die Dehnung, wo sie in Versen erscheint, durch metrischen Einfluss, da sie nur in der 2ten Silbe vorkömmt; hier hat sie auch die TS. wie die andern Saṁhitâ's sowohl in der Saṁhitá als

im Pada. In Prosa dagegen hat die TS. sie nur in der Samh., nicht im Pada, wo auch getrennt ist; nur in Prosa erscheint in der TS. das davon abgeleitete **ishṭâpûrtín.**

Die durch metrischen Einfluss entstandene Länge hatte sich in diesen Wörtern so fest gesetzt, dass sie auch in die Prosa überging. In den Hymnen wagte man nicht die Zusammensetzung zu trennen und die Quantität zu ändern, wohl aber in der Prosa.

(2) *ishṭâpûrtá* Rv. X. 14, 8 (= Ath. XVIII. 1, 49). — VS. XV. 54 = TS. IV. 7. 13, 5. — VS. XVIII. 60 = TS. IV. 7. 7. 2. — Ath II. 12, 4; III. 12, 8; 29, 1; XVIII. 2, 57.
(In Prosa) *ishṭâpûrtá* (Pada: *ishṭă-pûrt*⁰) TS. III. 3. 8. 5.
(In Prosa) *ishṭâpûrtín* (Pada: *ishṭă-pûrt*⁰) TS. I. 7. 3. 3].

51. **ukth â-madá** (RPr. 546 [es erscheint aber nicht in der Rv.-Samh.; der Commentar zum RPr. giebt ein Beispiel aus dem Ait. Brâhm]; TPr. III. 2; Whitney zu AthPr. III. 12).
(4 in 11) Ath. V. 26, 3; wohl metrisch.
(Prosa) TS. II. 4. 11. 6. — III. 3. 2. 1. — V. 6. 8, 3 (vgl. No. 50).

52. **ukth â-çastrá** (VPr. III. 128).
(5 in 8) VS. XIX. 28.

Nicht metrisch. Das Wort *ukthâçastrấni* ist aber eine Dvandva-Composition und besteht höchst wahrscheinlich aus zwei Nom. plur. Ntr. *ukthấ* und *çastrấṇi*, die ursprünglich nur zusammengerückt waren; indem die Zusammenrückung den Character der Zusammensetzung annahm, büsste das vordere Glied zwar seinen Accent, nicht aber seine, in den Veden vorherrschende, grammatische Form ein.

53. **ugr ấ-deva** (RPr. 559).
(2) Rv. I. 36, 18. Metrisch.
[**uttarâ-sâd.** Das VPr. erwähnt es nicht; es wird also hier auch im Pada-Text, wie in der Samhitâ langes *â* haben und mit Recht: denn das vordere Glied ist das Adv. *uttarấ* (vom Thema *úttara* = ὕστερο, mit Accentwechsel, weil der ursprüngliche Instrumental Adverb geworden ist; eben so in den zu

Adverben gewordenen Accusativen und Ablativ *uttarám*, *uttarā́m*, *uttarā́t*); die Kāṇva-Recension hat aber kurzes *ă*.

(Prosa) VS. IX. 35; 36].

[**up â-náh.** Nach Pāṇ. VI. 3, 116 ist das *â* 'samhitâyâm' lang; daraus sollte man schliessen, dass im Pada die grammatische Kürze einträte; allein weder bei diesem (vgl. Whitney zu TPr. p. 99 und zu AthPr. p. 130), noch den in demselben Sûtra angeführten *pra-â-vṛish*, *marma-â-vídh*, ist dies im Veda der Fall; eben so wenig sind die Glieder der Zusammensetzung im Pada getrennt; beides dagegen geschieht in dem ebenfalls in diesem Sûtra aufgeführten *ṛiti-shâh*. Die verschiedene Behandlung dieser Wörter im Pada ist immer auffallend, da es keinem Zweifel zu unterwerfen ist, dass die Verfertiger desselben sich im Allgemeinen bestrebten, die grammatische Form an die Stelle einer in der Samhitâ erscheinenden, von ihr abweichenden, zu setzen. Mir ist nicht unwahrscheinlich, dass die Verfertiger des Pada nicht zu entscheiden wagten, ob das *â* in den drei ersten Wörtern eine Verbindung von *ă-â* (*upa-â-nah*, *pra-â-vṛish*, *marma-â-vidh*) oder blosse Dehnung des *ă* sei.

(2?) Ath. XX. 133, 4.

(Prosa) TS. V. 4. 4. 4; 6. 6. 1].

54. **ur û-ṇasá** (RPr. 547; Whitney zu AthPr. III. 12).

(2) Rv. X. 14, 12 = Ath. XVIII. 2, 13.

Metrisch.

55. **ṛit â-vṛídh** (RPr. 548; VPr. III. 96; TPr. III. 2; Whitney zu AthPr. III. 24).

(6 in 8) Rv. I. 13, 6; 14, 7; 23, 5 (= Sv. II. 2. 1. 7. 2); 44, 14; 47, 1 (= Sv. I. 4. 1. 2. 4, wo aber VL.); 3; 5; 142, 6. — II. 41, 4 (= Sv. II. 3. 1. 7. 1 = VS. VII. 9 = TS. I. 4. 5). — III. 62, 18 (= Sv. II. 1. 1. 5. 3). — V. 65, 2. — VI. 52, 10; 59, 4. — VII. 66, 10. — IX. 9, 3 (= Sv. II. 3. 1. 16. 2); 42, 5; 102, 6. — X. 16, 11 (= VS. XIX. 65);

154, 4 (= Ath. XVIII. 2, 15). — VS. XVII. 3, zweimal. — Ath. XI. 6, 19.

(10 in 12) Rv. I. 106, 3; 159, 1. — III. 2, 1. — V. 44, 4. — VI. 15, 18; 75, 10 (= VS. XXIX. 47 = TS. IV. 6. 6. 4). — VII. 66, 13; 82, 10. — VIII. 89 (78), 1 (= Sv. I. 3. 2. 2. 6 = VS. XX. 30). — X. 65, 3; 7; 66, 1.

(2) Rv. I. 2, 8 (= Sv. II. 2. 2. 6. 2).

(14 in 16) VS. IV. 12; XXVIII. 5; den Schluss bildet eine Dipodia iambica | $v \overset{14}{\smile} v - |$, so dass die 14te Silbe durch Einfluss des Metrums ihren Vocal gedehnt hat.

Alle bisher aufgeführten Fälle metrisch.

Nicht metrisch ist ein einziger Fall, nämlich (6 in 11) Rv. VI. 50, 14 (= VS. XXXIV. 53). Dadurch entsteht | $v \overset{6}{\smile} v — |$ im zweiten Fuss, während | $v\overset{5}{v}v — |$ häufiger ist, jedoch auch | $v \overset{6}{\smile} v — |$ nicht selten. Dieser eine Fall fällt gegen die übrigen allsammt, d. h. 35, in denen sich die Länge durch das Metrum erklärt, natürlich nicht ins Gewicht; er könnte dadurch herbeigeführt sein, dass sonst stets die Länge erscheint; s. Bem. zu 46 und vgl. zu *tuvírâva* No. 67.

56. [**ṛít â-shấṭ** siehe Bem. zu No. 46 **abh î-shah**].

Bemerkung zu 55 und 56.

Man könnte auf den ersten Anblick glauben, berechtigt zu sein, zu sagen, die *â* sind in *ṛitâ-vṛídh* und *ṛitâ-shấṭ* nicht Folge des Metrums, sondern sie stehen an diesen Stellen der Stollen, weil sie eben lang waren. Dagegen entscheiden aber die vielen andern Fälle, in denen *ṛita* als vorderes Glied von Zusammensetzungen mit kurzem *ă* im Veda erscheint wie *ṛita-cít*, *ṛita-jấ*, *ṛitá-jâta*, *ṛitá-jâta-satya*, *ṛita-jít*, *ṛita-júr*, *ṛita-jñá́*, *ṛitá-jya*, *ṛita-dyumna*, *ṛitá-dhâman*, *ṛitá-dhîti*, *ṛita-nî́*, *ṛita-pấ*, *ṛitá-peças*, *ṛitá-prajâta*, *ṛitá-pravîta*, *ṛita-psu*, *ṛitá-yukti*, *ṛita-yúj*, *ṛita-vâká*, *ṛita-vádin*, *ṛita-sád*, *ṛita-sádana*, *ṛitá-sâta*, *ṛita-sấp*, *ṛita-stúbh*, *ṛita-sthấ*, *ṛita-spṛíç*.

Wenn man hier sieht, dass das grammatische Thema *ṛită* in 28 Zusammensetzungen sein *a* ungedehnt bewahrt, und nur in zweien lang zeigt, in denen sich die Dehnungen — mit einer einzigen Ausnahme

unter 36 Fällen — aus dem Metrum erklären lassen, so wird, ja darf man kein Bedenken tragen, die Länge in diesen beiden Zusammensetzungen der Wirkung des Metrums zuzuschreiben.

57. **ṛit î-shā́h** (Pada *ṛitĭ-sā̆h*; RPr. 540; VPr. III. 128; vgl. Pâṇ. VI. 3, 117).

(2) Rv. I. 64, 15.

(6 in 8) Rv. VI. 14, 4. — VIII. 45, 35; 68 (57), 1 (= Sv. I. 4. 2. 2. 3); 88 (77), 1 (= VS. XXVI. 11 = Ath. XX. 9, 1).

Metrisch.

58. **ṛid û-pé** } (RPr. 545).
59. **ṛid û-vṛídhâ** }

(2) ṛidû-pé } Rv. VIII. 77 (66), 11.
(6 in 8) ṛidû-vṛídhâ }

Die Dehnung könnte metrisch sein; aber in den Göttinger Nachrichten 1879, S. 189 ff. ist nachgewiesen, dass *ṛidû* die grammatische Form ist (Femininum von **ṛidú*) und dem zendischen Fem. *eredvî* = *aredvî* = *ardvî* entspricht. Der Pada-Text hat also irrig das *û* für vedische Dehnung genommen; eben daselbst ist auch von vedisch *ṛidûdára* gehandelt, welches die Pada-Verfertiger gar nicht gewagt haben zu trennen, wahrscheinlich weil sie über die Theilung eben so zweifelhaft waren, wie ich es noch bin; mag man aber — wie a. a. O. entwickelt — *ṛidû-udára* theilen, oder *ṛidû-dára* (worin der Accent noch auffallender als in *ṛidû-udára* s. a. a. O.), auf jeden Fall ist auch hier das vordere Glied *ṛidû*, mit grammatisch langem *û*.

60. **ev â-vâdásya** (RPr. 561; vgl. IIIte Abhdlg. S. 12 und IVte, 1, S. 32).

(2) Rv. V. 44, 10.

Metrisch, oder Bewahrung der ursprünglichen Länge (Instrumental Sing. von *eva-* = *oĭo* für *oĭϝo*, in adverbialer Bedeutung).

61. **kshetr â-sâ'm** (RPr. 561).

(2) Rv. IV. 38, 1.

Metrisch.

62. **ghṛ́t â-vṛ́dhâ** (RPr. 561).
(6 in 8) Rv. VI. 70, 4.
Metrisch.

63. **carshaṇî-dhṛ́t** } (RPr. 545; SvPr. 238; VPr. III. 128;
64. **carshaṇî-sáh** } TPr. III. 7).

(6 in 8) *carshaṇi-dhṛítas*, Rv. I. 3, 7 (= VS. VII. 33 = TS. I. 4. 16. 1). — III. 37, 4 (= Ath. XX. 19); 59, 6 (= VS. XI. 62 = TS. III. 4. 11. 5 [mit VL.] = IV. 1. 6. 3).
*carshaṇi-dhṛítam*, Rv. IV. 1, 2.
*carshaṇi-sáham*, Rv. V. 35, 1. — VIII. 1, 2 (= Sv. II. 6. 1. 5. 2 = Ath. XX. 85, 2).
*carshaṇi-sáhâ*, Rv. VII. 94, 7.
*carshaṇi-sáhe*, Rv. IX. 24, 4 (= Sv. II. 3. 2. 3. 5, wo VL. *carshaṇi-dhṛítiḥ*).
(10 in 11) *carshaṇi-dhṛít*, Rv. VIII. 96 (85), 20, zu lesen:
sá vṛitrahâ' I'ndaraç carshaṇîdhṛít.
(10 in 12) *carshaṇi-dhṛítam*, Rv. IV. 1, 2.
*carshaṇi-dhṛítâ*, Rv. VIII. 90 (79), 5 (= Sv. I. 3. 2. 1. 6, wo, wie eben, *carshaṇi-dhṛítiḥ*).
*carshaṇi-sáham*, Rv. I. 119, 10. — VI. 46, 6 (= Ath. XX. 80, 2). — VIII. 21, 10 (= Ath. XX. 14, 4).
*carshaṇi-sáhaḥ*, Rv. VIII. 19, 35.

Bis hierhin sind alle Dehnungen metrisch.
Nicht metrisch dagegen sind folgende drei Fälle
(3 in 12) *carshaṇi-dhṛítam*, Rv. III. 51, 1 (= Sv. I. 4. 2. 4. 5).
(7 in 11) *carshaṇi-dhṛít*, Rv. IV. 17, 20.

Hier würde ohne Dehnung als zweiter Fuss | — $\overset{7}{v}vv$ | entstehen, ein schwerlich zu duldender; doch der durch die Dehnung entstehende | — $v \overset{7}{—} v$ | ist selten.

Ferner Rv. X. 89, 1, wo durch die Dehnung der im Pathos beliebte zweite Fuss | — $v \overset{7}{—}$ — | entsteht, so dass man hier noch einen metrischen Einfluss erkennen könnte. Allein | — $\overset{7}{v}v$ — | ist auf jeden Fall viel häufiger.

Ich vermuthe daher, dass die Länge in diesen drei Fällen eher dadurch herbeigeführt ist, dass in den übrigen — 14 — Fällen die Länge metrisch eingetreten war, und sich dadurch als characteristisch für diese beiden Composita in der vedischen Sprache fixirt hatte. Vielleicht verdankt das einzige noch übrige Compositum mit vorderem *carshaṇi̯*, nämlich *carshaṇi̯-prá*, die Bewahrung des kurzen *i̯* nur dem Umstand, dass auf *i̯* Position folgt, welche ihm den Werth einer Länge verleiht.

[**jan âshâ'ṭ**, s. Bem. zu No. 46 **abhîsháh** S. 14].

65. **tard â-pati** (Whitney zu AthPr. III. 12).

(2) Ath. VI. 50, 3.

Metrisch.

66. **tugry â-vṛ́dh** (RPr. 548).

(6 in 8) *tugryá-vṛ́dhaḥ*, Rv. VIII. 1, 15.

*tugryá-vṛ́dham*, Rv. VIII. 45, 29; 99 (88), 7 (= Sv. I. 3. 2. 5. 1 = Ath. XX. 105, 3).

Es ist *tugri(y)á-v*⁰ zu lesen, und so las, wie aus Pâṇini IV. 4, 115 hervorgeht, eine Çâkhâ des Rv. in I. 33, 15, wo unser Text *túgryâsu* hat.

Wenn, wie Pada und RPr. annehmen, das *á* in *tugryá-vṛ́dh* Dehnung von *ă* ist, so ist die Dehnung metrisch. *Naighaṇṭuka* I. 12 führt aber *túgryá* in der Bedeutung 'Wasser' auf, und danach erklärt Sâyaṇa nicht bloss *túgryâsu* in Rv. I. 33, 15, sondern auch in der Zusammensetzung *tugryá-vṛ́dh* an allen drei Stellen, zu VIII. 45, 29 mit ausdrücklicher Beziehung auf das Naighaṇṭuka. Dies war entschieden nicht die Ansicht der Verfertiger des Pada und Prâtiçâkhya; denn sonst hätten sie das *á* als grammatisch fassen müssen und nicht dafür *ă* substituiren dürfen. Sie haben wahrscheinlich Recht und *Tugrya* (oder vielmehr *Tugria*) ist Patronymicum von *Tugra*.

[**tur âshâ'ṭ** s. Bem. S. 14 zu No. 46 **abhîsháh**].

67. **tuv î-ráva** (RPr. 539).

Während *tuvi̯-* als vorderes Glied in ziemlich vielen Zusammensetzungen stets mit kurzem *i̯* erscheint, vor folgendem *-magha* (s. § 1, S. 1) nur an Stellen, wo das Metrum es fordert, mit langem Auslaut (aber kurz, wo das Metrum einflusslos), erscheint es in der vorliegenden

Zusammensetzung an allen drei Stellen, in denen es vorkömmt, mit ī, ohne dass man sagen könnte, dass das Metrum die Länge nöthig gemacht hätte, nämlich an der 6ten Stelle eines zwölf- und zweier elfsilbiger Stollen, wo dadurch als zweiter Fuss | $v \overset{6}{—} v —$ | entsteht, während dieser sonst | $\overset{6}{vvv} —$ | lauten würde, was häufiger; vgl. jedoch zu No. 46 und zu No. 80.

(6 in 11) Rv. X. 64, 16; 99, 6.

(6 in 12) Rv. X. 64, 4.

68. **dîrgh â-dhî** (RPr. 560; TPr. III. 5).

(2) Rv. II. 27, 4 = TS. II. 1. 11. 4.

Metrisch.

69. **dyumn â-sâ'ham** (RPr. 540).

(2) Rv. I. 121, 8.

Metrisch.

70. **dhâny â-kṛ́taḥ** (RPr. 545).

(10 in 12) Rv. X. 94, 13 zu lesen *dhâniâkṛ́taḥ*.

Metrisch.

71. **nagh â-ríshâm** (Whitney zu AthPr. III. 12, S. 130).

(6 in 8) Ath. VIII. 2, 6; 7, 6. — XIX. 39, 2; der letzte Vers ist eine Paṅkti (5 × 8), deren erster Halbvers 3 Stollen umfasst, während der zweite 2 enthält (vgl. RPr. 1050).

Metrisch.

72. **-n î-kaça** (VPr. III. 128) in *babhrú-n*° und *dhúmrá-n*° (wohl in Prosa) VS. XXIV. 18.

73. **nîth â-víd** (RPr. 554).

(2) Rv. III. 12, 5 (= Sv. II. 7. 3. 2. 1). Metrisch.

74. **n î-nâhá** (Ath. XIX wird im AthPrâtiç. nicht berücksichtigt s. Whitney AthPr. p. 251).

Ath. XIX. 57, 4.

(wohl Prosa).

75. [**n î-vâ'ra** (VPr. III. 104, bleibt aber im Pada ungetrennt (VPr. V. 37), und kömmt in der Bedeutung 'wilder Reis' nur mit ī vor; in der TS. bleibt es im Pada ungetrennt und mit Länge, Whitney zu TPr. p. 99).

(Prosa) VS. XVIII. 12 = TS. IV. 7. 4. 2.]

76. **nî-víd** (Whitney zu AthPr. III. 12).

(6 in 8) Ath. XI. 7, 19.

Metrisch; im Rv. findet sich nur *nĭ-víd* mit kurzem ĭ, aber keine der Stellen, in denen es im Rv. erscheint, ist im Ath. wiederholt; dagegen erscheint es Ath. V. 26, 4 mit ĭ, wo das Metrum die Länge nicht fordert: das Wort *praishá'*, womit der Vers beginnt, ist entweder dreisilbig zu lesen, oder vertritt drei Silben; *nĭ* ist dann im zweiten Fuss die 2te Silbe, welche in elfsilbigen Stollen in der weit überwiegend grössten Mehrzahl kurz ist.

Ich lese diesen Stollen:

| praĕshâ' yaj- | -n'é nivídaḥ | suâ'hâ |
|---|---|---|
| v — — — | — vv — | v — — |

In der VS. XIX. 25 findet sich *nĭ* sogar in 6 in 8, wo, wie wir sahen, Ath. dehnt; beiläufig bemerke ich, dass *nîvíd* in dem St. Ptsbr. Wörterbuch (auch in den Nachträgen) fehlt und Ath. XI. 7, 19 unter *nivíd* aufgeführt ist.

77. [**nî-shâ'ℓ**, s. Bem. zu No. 46 **abhîsháh**].

78. [Wegen VPr. III. 104, wo gelehrt wird; 'dass *i* in *ni* vor *hâra* gedehnt wird, wo keine Trennung im Pada statt findet; dagegen kurz bleibt, wo der Pada-Text trennt', bemerke ich, dass *nîhâra* 'Nebel', und *nĭhâra* 'Lohn', zwei verschiedne Wörter sind. Jenes wird auch im Pada mit *î* gesprochen und nicht getrennt (vgl. VPr. V. 37. — Rv. X. 82, 7 (= VS. XVII. 31 = TS. IV. 6. 2. 2). — VS. XXII. 26 (= TS. VII. 5. 11. 1). — XXV. 9) weil es eben kein Compositum ist [1]). Dieses dagegen wird

1) Ich habe *nîhâra* (in GWL. II. 54) von *snih* abgeleitet (vgl. Suffix *âra* in meiner Vollständ. Gramm. d. Sskritspr. S. 151), und diese Ableitung ist mir noch jetzt wahrscheinlich, obgleich ich keine ganz analoge Fälle für *î* statt *e* im Sanskrit nachzuweisen vermag. Auffallend ist, dass auch griechisch *νίφω* statt *νιφω* eingetreten ist. Die Einbusse von Gruppen anlautendem *s* ist bekanntlich eine in verschiedenen Sprachen — und auch im Sanskṛit — sehr häufige Erscheinung, vgl. z. B. *nâra* und *nîrá*, Wasser (mit *î* wegen Accent, wie in *pîtá* von *pâ* und vielen andern), auch im Griech. *Νηρεύς* und *Νηλεύς*, vom grundsprachlichen Verbum *snâ*, 'fliessen, schwimmen, waschen'.

im Pada getrennt, s. VS. III. 50, vgl. Mahîdhara zu dieser Stelle und St. Petersb. Wtbch u. *har* mit *ni*].

79—84. **par î-** (RPr. 547; VPr. III. 128; TPr. III. 7; Whitney zu AthPr. III. 12) in folgenden:

79. **par î-ṇáçe,** s. zu 79—84.

(10 in 12) Rv. I. 54, 1.

Metrisch.

80. **pár î-ṇas-am** (TPr. III. 7); s. zu 79—84.

(6 in 8) TS. II. 2. 12. 6 = Rv. III. 24, 5. Doch hat der Pada-Text des Rv. und Sv. (in den übrigen Saṃhitâ's kommen keine Formen — ausser der aus der TS. schon angeführten Stelle und im XXten Buche des Atharvav. — von *párîṇas* oder *parîṇasá* vor) weder an dieser Stelle noch an der anderen Verkürzung des *î* und eben so wenig Trennung des Wortes in zwei Theile.

Bem. zu 80: Die mit *párîṇasam* zusammenhängenden Formen, welche ausserdem vorkommen, sind

**par îṇasám.**

**pár î-ṇasaḥ.**

**pár îṇasâ,** dieses auch in den Zusammensetzungen:

**gó-par îṇasâ** (und

**gópar îṇasam,** als VL. desselben in Sv. II. 1. 1. 7. 3, während Ath. XX. 22, 3 mit Rv. stimmend *góparîṇasá* hat).

**pár îṇasi** (nur im Sâmaveda I. 1. 1. 3. 14 als VL. von Rv. VIII. 84 (73), 7, wo *párîṇasaḥ*).

In allen diesen haben Rv.-Pada und Sv.-Pada *parîṇas-*, die Verfasser dieser Pada's haben es also weder für eine Zusammensetzung genommen, noch das *î* für eine ungrammatische Länge. In dem erstren Punkte haben sie sicher Recht, ob im zweiten ist zweifelhaft, wie mir scheint, sogar nicht richtig. Erst nach ihnen, als die etymologische Erklärung die Herrschaft erlangte, fasste die Ansicht, welche wir bei Sâyaṇa finden (zu Rv. I. 56, 2; III. 24, 5; V. 10, 1), dass das Wort eine Ableitung von dem Verbum *nas* mit *pári* sei, festen Fuss, und führte die Pada-Lesung in der TS. herbei. Dass *párîṇas* eine Ableitung

von *par* 'füllen' sei, findet sich in meiner Vo.-Gr. d. Sskritspr. [1852] S. 165, § 414 ausgesprochen; an eine Trennung des Wortes in zwei Theile ist demnach nicht zu denken. Wer aber die Abhandlg 'Ueber einige Wörter mit dem Bindevocal *i* im Rigveda' (im XXIVst. Bde) und den Aufsatz über 'Das sanskritische Suffix *ina* u. s. w.' (in Göttinger Nachrichten 1879, S. 109 ff.) gelesen und sich der Wörter mit unmittelbar antretendem *nas* (wie z. B. *áp-nas*) erinnert, wird kaum umhin können, die ursprüngliche Länge des *i* sehr zu bezweifeln, und dieser Zweifel erhält keine geringe Berechtigung, wenn man sieht, dass das *i* in allen sieben Wörtern und zwar, mit einer einzigen Ausnahme, in allen Fällen an Versstellen erscheint, in denen es höchst wahrscheinlich durch metrischen Einfluss entstanden ist. Es findet sich nämlich in

(6 in 8) Rv. III. 24, 5 (= TS. II. 2. 12. 6). — IV. 31, 12. — V. 10, 1 (= Sv. I. 1. 2. 4. 1, wo aber eine andre Leseart). — VIII. 21, 7; 45, 4 (= Sv. II. 1. 2. 7. 3 = Ath. XX. 22, 3); 77 (66), 9; 84 (73), 7 (= Sv. I. 1. 1. 3. 14); 97 (86), 6. — X. 62, 10.

(10 in 12) Rv. I. 56, 2; 129, 9 (zu lesen *rāiā́*); 133, 7 (= Ath. XX. 67, 1).

(2) Rv. IX. 97, 9 (= Sv. II. 4. 2. 1. 3).

In diesen 13 Fällen dürfen wir also die Länge des *i* als Folge des Metrums betrachten.

Nicht entschieden metrisch ist die Länge in

(6 in 11) Rv. I. 166, 14, wo dadurch | *v* — *v* — | als zweiter Fuss entsteht, während | *vvv* — | häufiger ist, vgl. jedoch zu No. 46 und 67. Auf keinen Fall ist dieser einen unmetrischen Länge, den 13 übrigen gegenüber, ein Gewicht beizulegen; sie konnte auch durch die Zahl der letzteren herbeigeführt sein.

Ist diese Annahme richtig, so steht *parīṇas-* für ursprüngliches *parĭṇas-* und *ī* ist der gewöhnliche Bindevocal, welcher sich, im Gegensatz zu *ár-ṇas*, *-bharṇas* aus dem vocalischen Theil des *r* entwickelt hat, und durch den Einfluss des Metrums zu *ī* geworden ist (vgl. die er-

wähnte Abhdlg 'Ueber einige Wörter mit dem Bindevocal ṛ insbesondre § 7, S. 20 ff.).

81. **parî-ṇáh-am**
**parî-ṇáh-i** } s. zu 79—84.
(6 in 8) Ath. XIX. 48, 1.
Metrisch; nicht entschieden metrisch (aber vgl. zu No. 46; 67; 80) in
(6 in 11) Rv. I. 33, 8.
vgl. **pâ'rî-ṇahya** No. 87.

82. **parî-vâpá,** s. zu 79—84.
(2) VS. XIX. 21.

83. **párî-vṛ'ita,** s. zu 79—84.
(6 in 8) Rv. I. 130, 3[g]. — Ath. X. 2, 33; 8, 31.
(10 in 12) Rv. I. 130, 3[f]; 144, 2. — II. 17, 1; 23, 18. — IV. 45, 2. — X. 113, 6.
Metrisch, vgl. jedoch zu 36; nicht entschieden metrisch in
(6 in 11) Rv. VII. 27, 2 (wieder $v \overset{s}{-} v$ — wie schon mehrfach, vgl. zu No. 81).

84. **parî-çâsá,** s. zu 79—84.
(6 in 8) Ath. V. 14, 3.
Metrisch.

85. **parvat â-vṛ'ídh** (RPr. 554).
(6 in 8) Rv. IX. 46, 1.
(10 in 12) Rv. IX. 71, 4.
Metrisch.

86. **pavî-nasá** (Whitney zu AthPr. III. 12).
(2) Ath. VIII. 6, 21.
Metrisch.

87. **pâ'rî-ṇahya** (TPr. III. 7), abgeleitet von **parî-ṇáh** (vgl. 81), in welchem die Länge des ṛ in letzterem zu der Zeit der TS. fixirt war.
(Prosa) TS. VI. 2. 1. 1.

88. **píb â-piba** (RPr. 545).

(2) Rv. II. 11, 11. — X. 22, 15.

Die ursprüngliche Länge (vgl. IVte Abhdlg, 1 Abthlg S. 34 unter *kalpaya*) ist im vorderen Gliede entweder bewahrt, oder durch das Metrum wieder hervorgerufen.

89. **pur î-tát** (VPr. III. 128; Whitney zu AthPr. III. 12). Es ist kaum zu bezweifeln, dass *parîtat* (Pâṇ. VI. 3, 116 Sch., Vârtt. zu VI. 4, 40, Vopad. 26, 78) eine Variante davon ist (vgl. Colebrooke's *parĭtat* statt *purîtat* im Amarak. 2. 6. 2. 17 und St. Petersb. Wtbch unter *purîtát*). Welche Form die richtige sei, kann zweifelhaft scheinen, allein die Erklärung Mahîdhara's zu VS. XXV. 8 *hṛidayâcchâdakam antram* und die Vergleichung der Bedeutung 'Leib, Körper' (als Burg des Purusha gedacht) von *pur* (St. Petersb. Wtbch IV. 775 unter 2 *pur*, 2), *pura*, n. (ebdslbst 776, 2), *purî*, f. (ebdslbst 13, 6), sowie die Identität von *purĭ* mit *purî* machen es kaum zweifelhaft, dass die Form mit *u* die richtige ist.

(2) Ath. X. 9, 15.

(Prosa) VS. XXV. 8. — XXXIX. 9. — Ath. IX. 7, 11.

Das *î* könnte in der ersten Stelle metrische Dehnung sein; die grammatische Form *purĭ-* würde dann entweder als Locat. Sing. von dem in den Veden allein erscheinenden *púr* zu betrachten sein, oder als das in den Uṇâdi-Sûtra IV. 142 angeführte Thema *puri*, das treue Spiegelbild von *πόλι*, beide für älteres *pári*; denn die Oxytonirung am angeführten Orte ist sicherlich entweder irrig, oder spät, da *purĭ* nur eine Umwandlung (durch Kürzung des *î*) von *purî* dem Femin. von *púra* ist, welches also wie dieses (und das griechische *πόλι*) wohl sicherlich paroxytonirt war.

Bei beiden Annahmen würde die grammatische Form, wie VPr. und Ath.-Pada annehmen, in der That *purĭ-tát* sein. Allein das vordere Glied konnte auch *purî* selbst sein und dann wäre die Saṁhitâ-Form auch die grammatische und es würde sich leichter erklären, warum die Länge auch in Prosa erscheint.

Dann entsteht aber die Frage, was dann die Verfertiger des VPr.

und des Ath.-Pada hätte bewegen können, die Kürze des *i* in der grammatischen Form anzunehmen. Es lässt sich zur Lösung derselben wohl einiges vorbringen, aber nichts — so viel ich sehe — entscheidendes; daher ich, zumal die Sache nicht von besonderer Wichtigkeit ist, für jetzt nicht weiter darauf eingehen will.

[**pur û-rávas** wird in keinem der Veda-Pada's getrennt, oder mit *ŭ* statt *û* geschrieben (vgl. Whitney zu TPr. p. 99). Dennoch ist es keinem Zweifel zu unterwerfen, dass die grammatische Form des vorderen Gliedes *purŭ-* ist. Die Entstehung der Länge könnte im Rv. metrisch sein. Denn sie erscheint in der 2ten Silbe und — was zwar nicht entschieden metrisch ist, aber schon mehrfach hervorgehoben — in 6 in 11 | *v*—$^{6}$ *v* — | statt | *v*$^{\overset{\epsilon}{v}}$*v* — | ; vgl. Bem. zu 80.

Die Länge in der Prosa des Yajus liesse sich aus den vier oder sechs Stellen erklären, wo sie metrisch im Rv. entstanden ist. Vielleicht ist aber die Dehnung Folge davon, dass das Wort Eigenname ist.

(2) Rv. I. 31, 4. — X. 95, 2; 5; 15.

(6 in 11) Rv. X. 95, 7; 11.

(Prosa) VS. V. 2 = TS. I. 3. 7. 1].

90. **pur û-vr̥ít** (Whitney zu AthPr. III. 12).

(2) Ath. X. 2, 11.

Metrisch.

91. **pût î-gandhá** (TPr. III. 7).

(Prosa) TS. II. 2. 2. 4 (ist im St. Petersb. Wtbch mit *ĭ* gedruckt, ohne Bemerkung, vgl. daselbst, *putí-karańja*, neben *pûtĭ-k*$^{o}$.

92—96. **prat î-** wird im Ath.-Pada in den, mit *î* in der Sa*m*hitâ vorkommenden, vier Wörtern mit *ĭ* geschrieben und getrennt (s. Whitney zu AthPr. III. 12); im Rv. kömmt nur ein Wort vor, in welchem *pratí-* für *pratĭ-* erscheint, nämlich *pratí-vī́*, aber im Pada ebenfalls mit Länge und ungetrennt. Ausser diesen fünf habe ich keines mit

*prati-* in den Veden notirt. Ausserhalb der Saṁhitâ's erscheint aber *prati-* als vorderes Glied einer Zusammensetzung sehr oft, s. St. Petersb. Wtbch IV, 988 ff. Man vergleiche auch Pâṇ. VI. 3, 122; 123.

92. **pratî-kâçá.**

(6 in 8) Ath. IX. 8, 6.

93. **pratî-bodhá.**

(2) Ath. VIII. 6, 15. — IX. 35, 3.

(6 in 8) Ath. V. 30, 10.

Nicht metrisch (aber das Metrum mir noch nicht ganz klar) in Ath. VIII. 1, 13.

94. **pratî-vartá.**

(2) Ath. VIII. 5, 4.

(6 in 8) Ath. VIII. 5, 16.

95. **pratî-hârá.**

(2) Ath. XI. 7, 12.

96. **pratîví**; *prati* wird im Pada, wie schon bemerkt, weder abgetrennt, noch dessen *i* gekürzt; es erscheint nur der Accus. Sing. *pratîvyàm*, zu sprechen *pratîví'am*.

(6 in 8) Rv. VIII. 23. 1 (= Sv. I. 2. 1. 1. 7); 26, 8; 39, 5°.

Bemerkung zu 92 bis 96:

Unter allen aufgezählten Fällen ist nur einer, der nicht metrisch zu sein scheint; ich sage scheint, weil, wie bemerkt, mir das Metrum noch nicht klar ist. Wir dürfen also, ohne Rücksicht auf die *i* für *i* ausserhalb der fünf Vedentexte, mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit annehmen, dass in der Vedenzeit nur *práti* gesprochen ward und deren *prati-* durch metrischen Einfluss entstanden ist.

# Die Quantitätsverschiedenheiten in den Samhitâ- und Pada-Texten der Veden

von

*Theodor Benfey.*

Fünfte Abhandlung.

## Composita, welche am Ende eines vorderen Gliedes *a*, *i*, *u* in der Samhitâ lang, im Pada kurz zeigen.

Zweite Abtheilung.

(Vorgelegt in der Königl. Gesellsch. d. Wiss. am 6. März 1880.)

97—106. **prâ-** (scheint in mehreren Fällen für *pră-* eingetreten zu sein, wird aber fast nie im Pada getrennt und verkürzt, mehrmals aber verkürzt, ohne getrennt zu werden; vgl. RPr. 587; VPr. III. 103; V. 37; Whitney zu TPr. III. 5 und zu AthPr. III. 12, S. 130). Hierhin gehören:

97. **prâkâçá,** jedoch sehr fraglich: es ist eher eine Ableitung von *prăkáçá* (vgl. St. Petersb. Wtbch unter *prâkâçá* und unter *prăkáçá* IV. 903, g, auch Pâṇ. VI. 3. 123, wonach das *a* von *pra* vor *-kâça* nicht gedehnt werden darf).

(Prosa) TS. I. 8, 18 (im Pada ohne Kürzung und ohne Trennung).

98. **prâgharmasád;** Sâyaṇa zu Rv. VI. 73, 1 scheint *prá* für *pră* zu nehmen, aber weder im Rv. noch im Ath. findet Kürzung und Trennung statt.

(5 in 11) Rv. VI. 73, 1 = Ath. XX. 90, 3.

Nicht metrisch.

99. **prâṇâhá;** ein *prăṇâha* ist zwar bis jetzt nicht nachgewiesen, doch könnte *prâṇ*° auf einem solchen beruhen, oder *pra-âṇâha* sein, oder eine Ableitung von *pra-â-nah.*

In der ersten Silbe Ath. IX. 3, 4, also
nicht metrisch.

100. **(késara)-prâbandhâ.**
(5 in 8) Ath. V. 18, 11.
nicht metrisch; Eigenname, vgl. die 1ste Abthlg, S. 34.

101. **prâ-yâsá,** im Pada getrennt und verkürzt (VS. III. 103); im St. Petersb. Wtbch unrichtig accentuirt; vgl. *prăyâsá.*
(Prosa) VS. XXXIX. 11.

102. **prâyogá,** im Pada weder getrennt noch verkürzt; Sâyaṇa nimmt aber *prâ* für *pră* und im St. Petersb. Wtbch s. v. (IV, 1151) wird sogar vermuthet, dass die Kürze statt der Länge in den Text zu setzen sei. Das wage ich nun nicht; ebenso wenig kann ich der im St. Petersb. Wtbch aufgestellten Theilung in *prayo-gá* beistimmen; *prâyogéva* ist in Rv. X. 106, 2, der einzigen Stelle, in welcher es vorkömmt, wegen der Duale *ushṭấrâ*, *dútấ*, *çrayethe* u. s. w. irrig im Pada für *prâyogấ-iva* genommen; es steht aber für *prâyogám-iva* mit der bekannten und anerkannten, wenn gleich nicht regelmässigen, aber ziemlich häufigen, Einbusse des *m* vor Vocalen. Die Açvin's werden im ersten Stollen mit einem Paar Ochsen (*ush-ṭár* für ursprünglicheres **uksh-tár*, von demselben Verbum wie *uksh-án* nach bekanntem Lautgesetz, was ich wegen Grassmann's Etymologie bemerke) verglichen, im dritten sind sie Boten; so ist nichts natürlicher, als dass der zwischen diesem stehende zweite Stollen aussagt, dass sie sich, um den Botendienst ausrichten zu können, 'anschirren lassen'; *prăyoga*, welches im Veda nicht vorkömmt, was aber sicher rein zufällig ist, würde, von *pra yuj* 'anschirren' (wörtlich 'vorspannen') abgeleitet, die Bedeutung 'Anschirrung' haben; davon ist dann das Adjectiv *prâyogá* abgeleitet, mit der Bed. 'sich auf die Anschirrung beziehend'. Der Stollen, in welchem dieses Wort vorkömmt, lautet:

prâyogéva çvấtryâ çấsur éthaḥ;

darin ist *çvā́tryā* (zu lesen *çvā́triā*) von Sâyaṇa, wahrscheinlich auch schon seinen Vorgängern, beirrt durch die Duale *ushṭā́rā*, *dū́tā́*, *mahishā́* und das als Dual gefasste *práyogā́*, ebenfalls so aufgefasst; es ist aber Acc. plur. des Adjectivs *çvā́trya*, dessen Bedeutung erkannt zu haben, eines der grossen Verdienste des St. Petersburger Wtbchs ist; als Mittel dazu diente die Vergleichung der Basis desselben *çvātrá* mit dem zendischen *qâstra*; die arische Grundlage von beiden ist **svād+tra* [1]); im Veda ist *ç* für *s* eingetreten, wie z. B. in *çru* für *sru*, wahrscheinlich durch Einfluss einer Volkssprache (vgl. Lassen, Inst. l. Prâcrit. p. 395; 401; 406; 417; 423); *çvā́tryā*, etymologisch 'die versüssenden' bezeichnet die 'Somatränke' (vgl. Rv. X. 49, 10, und *çvâtrá* Adj. VS. IV. 12; VI. 34). Demgemäss übersetze ich diesen Stollen wörtlich:

'Ihr (Açvin's) kommt heran zu den süssen (Tränken), welche einer sich auf Anschirrung beziehenden Aufforderung vergleichbar sind'

d. h. 'Ihr kommt zu den Somatränken, welche bewirken, dass ihr euch dazu anschirren lasst als Boten unsre Wünsche auszurichten'.

Beiläufig bemerke ich wegen Ludwig's Uebersetzung des 4ten Stollens (Bd. I, S. 85) —

mấpa sthâtam mahishévâvapā́nât

durch: 'haltet euch nicht ferne wie Stiere von der Tränke' —

1) *svâd+trá* beruht auf dem Nomen agentis von *svad*, welches **svad-tar* dann *svattar* lauten musste und 'Versüsser' hiess; davon dann dies Adj. *svâttrá* (wie z. B. von *tváshṭar* das Adj. *tvâshṭrá* für *tvâshṭar-á*), mit *ç* für *s* und Einbusse des einen *t*, welches wegen der vorhergehenden Länge schwerlich stark ins Ohr fiel, *çvâtrá* als Adj. 'versüssend, schmackhaft', als Ntr. sbst. eigentlich 'etwas schmackhaftes', dann 'schmackhafte Speise', davon durch Suff. *ĭa* (für *îa*) *çvâtria* (für *çvâttria*) später *çvā́trya* gesprochen, adj. mit gleicher Bedeutung; wegen des Accents vgl. man z. B. von *mitrá*: *mitríya* (für *mitrîa* aus *mitrî́a*) und *mitryà* sowohl als *mítrya*, jenes *mitria*, dieses *mítria* zu lesen (vgl. die Abhdlg 'Ist . . . ein nominales Suffix *ia* oder *ya* anzusetzen' in Bd XVI, S. 95 n.).

dass dies, obgleich wörtlich treu scheinend, einen Sinn giebt, welcher die Absicht des Dichters gerade umkehrt.

Ich glaube wenigstens, dass Jeder diese Fassung so verstehen wird, als ob der Dichter sagen wollte 'Bleibt nicht fern, wie Stiere (Büffel) von der Tränke fern bleiben'. Da bekanntlich Büffel zu der Tränke so rasch als möglich zu kommen suchen, will aber der Dichter augenscheinlich sagen: 'Gleich wie Büffel nicht fern von der Tränke bleiben, so bleibt auch ihr nicht fern!' Ich habe schon — ich glaube öfters — darauf aufmerksam gemacht, dass die Negation ursprünglich den positiven Gegensatz bezeichnete (vgl. Gött. Nachrichten 1880, No. 1, S. 2; 19; 90) und zwar sehr oft stärker als eine positive Wendung und bin desshalb der Ansicht, dass die wörtliche Uebersetzung: 'Als wäret ihr zwei Büffel, bleibt nicht fern von der Tränke' so zu verstehen ist, als wenn wir sagten 'Eilt rasch herbei (zum Somatrank) wie ein Büffelpaar zur Tränke'.

103. **prâvaṇá** (im Rv. und der VS. wird das *â* verkürzt, aber die Zusammensetzung nicht getrennt, s. RPr. 587; VPr. III. 103; V. 37; in der TS. wird auch getrennt, s. TPr. VII. 7).

In der ersten Silbe, Rv. III. 22, 4 = VS. XII. 50 = TS. IV. 2. 4. 3.

Also nicht metrisch; es kann aber, wie schon im St. Petersburger Wtbch IV. 1154, bemerkt ist, auch eine Ableitung von *prăvaṇá* sein. Ich wage keine Entscheidung, da mir der Sinn der Stelle nicht klar ist. Sâyaṇa zu Rv. und Mahîdhara zu der VS. weichen in der Auffassung von einander ab.

104. **prâvargá,** nur in Rv. VIII. 4, 6, wo Sâyaṇa das *â*, mit Berufung auf Pâṇ. VI, 3, 122, für Dehnung nimmt; das Wort ist im Ptsb. Wtbch wohl sicher richtig als Ableitung von *prăvargá* gefasst.

105. **prâ'vṛita,** in den Pada's weder verkürzt noch getrennt (vgl. VPr. V. 37).

(8 in 11) Rv. I. 162, 2 (= VS. XXV. 25 = TS. IV. 6. 8. 1). — Ath. XVIII. 3, 3.

(5 in 11) Rv. X. 82, 7 (= VS. XVII. 31 = TS. IV. 6. 2. 2);

es entsteht dadurch der pathetische Fuss | $\overset{5}{\smile} v$ — — | statt des häufigsten | $\overset{5}{v}v$ — — |.

(Prosa) Ath. XI. 8, 15.

Die Pada-Verfertiger haben nicht zu trennen gewagt, weil sie nicht zu entscheiden vermochten, ob das *á* Dehnung von *ă* oder Zusammenziehung von $^0$*ă-á*$^0$ (*pră-á-vṛita*) sei. Sâyaṇa glossirt das Wort zu Rv. I. 162, 2 durch *sarvato veshṭita*; da *sarvataḥ* seine gewöhnliche Glosse für das Präfix *á* ist, so dürfen wir daraus schliessen, dass er *pra-á-vṛita* als grammatische Form annahm. Die unter No. 36 (1ste Abthlg, S. 13) aufgeführten Nummern u. s. w. sprechen aber sehr dafür, dass das Präfix nur Repräsentant von *pră* sei.

106. [**prâvṛítya.**

(3 in 8) Ath. XI. 8, 15.

Nicht metrisch; vgl. 1ste Abthlg zu No. 36 und weiterhin Bemerkung hinter No. 111].

107. [**prâvṛísh** (Pâṇ. VI. 3, 116 betrachtet das *á* als Dehnung von *ă*, vgl. *upânáh* 1ste Abthlg, S. 23; die Pada's trennen weder noch verkürzen sie).

(6 in 8) Ath. XII. 1, 46; könnte metrisch sein.

(5 in 11) Rv. VII. 103, 3 und 9 | $\overset{5}{\smile} vv$ — | zu lesen: *prâ-vṛíshi á́gatáyâm*].

108. [**prâvṛishî́mâ,** wie die Basis *prâvṛísh* unverkürzt und ungetrennt im Pada.

(5 in 11) Rv. VII. 103, 7 | $\overset{5}{\smile} v$ — — |].

109. **prâ-çriṅgá** (in der VS. getrennt und *á* verkürzt, s. VPr. III. 103; in der TS. weder getrennt noch verkürzt, Whitney zu TPr. p. 99).

(Prosa) VS. XXIV. 17. — TS. II. 1. 3. 1; 4; 5.

110. [**prâsacá** (weder getrennt, noch *á* verkürzt).

(Prosa) TS. VII. 5. 11. 1].

111. **prâ-sáh** (getrennt und *á* verkürzt RPr. 541; TPr. III. 5; AthPr. III. 1).

(6 in 8) Rv. I. 129, 4$^c$.

(8 in 12) Rv. I. 129, $4^b$ (entweder *viçvádyum* zu lesen, oder im 2ten Fusse nur 3 Silben; ich ziehe die erstre Leseweise vor).

(4 in 8) Rv. V. 23, 1 = TS. I. 3. 14. 6 (*práśáhâ* steht für *práśáhaḥ* Genetiv zu *dyumnásya* gehörig; *â* für *aṣ* wie mehrfach, vgl. Iste Abhandlung in Bd. XIX, S. 255 ff.).

(4 in 11) Rv. X. 74, 6.

In der ersten Silbe Rv. VIII. 46, 20.

**Kurz** (9 in 11) Rv. VI. 17, 4.

In 6 in 8, 8 in 12, und 4 in 8 und 11 lassen sich die Längen als metrisch entstanden betrachten, dafür könnte man auch die Kürze geltend machen; allein die Länge in der ersten Silbe ist entschieden nicht metrisch und die Kürze, da sie nur in 9 in 11 erscheint, also in einer Silbe, in welcher Kürze weit überwiegend vorherrscht, könnte durch metrischen Einfluss an die Stelle der Länge getreten sein.

Bemerkung zu 97—111.

In den unter diesen Nummern aufgeführten Wörtern lässt sich die Länge in *prâ* mehrfach durch Einfluss des Metrums erklären, vielleicht auch durch andre — wie man z. B. in einigen Fällen geneigt sein könnte der folgenden Liquida *v* einen solchen zuzuschreiben (vgl. 1ste Abthlg, No. 36) —; allein die Fälle, welche sich nicht dadurch erklären — wie die Länge in Prosa, in der 1sten und 3ten Silbe, in 5 in 8, vor *b* — sind in verhältnissmässig so beträchtlicher Anzahl vertreten, dass, wenn wir nicht eine rein zufällige Entstehung dieser Längen annehmen wollen — wozu man sich auf dem heutigen Standpunkt der Sprachwissenschaft schwerlich verstehen wird — man sich auch hier zu der Vermuthung getrieben fühlt, dass — wie so vieles Uralte — so auch in *prâ* sich in diesen Fällen — vielfach durch das Metrum geschützt, eine ursprünglichere Form dieses Präfixes erhalten haben möge; und dafür spricht schon im Allgemeinen der Umstand, dass diese Länge auch im Zend in *frâ* erscheint (s. Justi unter frâ S. 195, ferner von *frââpa*, S. 202, an in mehreren Zusammensetzungen, endlich in der Verbindung mit Verben z. B. unter *i*: *frâ-yant*, unter *kareṭ*: *frâ-kereñtaṭ* u. s. w.).

Dass die Indeclinabilia auf *ă* grösstentheils sicherlich einst statt dessen auf *â* auslauteten und in diesen Formen der alte Instrum. Sing. ihrer thematischen Basen zu erkennen, ist schon mehrfach bemerkt. Hier hat sich zumal diese alte Form in einem Worte erhalten, welches wir gewissermassen als Nebenform von *prá* betrachten können, nämlich in *purấ* (für älteres *parấ*, vgl. *purás* = πάρος und GWL. I. 136 ff.; Fick, Indog. Wtbch I. 141); aber auch *prâ* selbst ist in sskr. *prâ-tár* bewahrt, welchem der Bed. nach griech. πρωΐ entspricht; wie man auch über das ΐ in diesem letzteren Worte entscheiden mag (vgl. Fick I. 663), das πρω davor, so wie das entsprechende althochd. *fruo*, in welchem ein Repräsentant des griech. ι fehlt, dürfen wir unbedenklich dem sskr. *prâ* in *prâtár* gleichstellen.

Sind diese Zusammenstellungen aber richtig, dann wage ich auch das πρω in πρῶ-το damit zu identificiren und in diesem ein nach Analogie von τέταρ-το (= sskr. *catur-thá*, lat. *quar-to* für *quatvar-to* u. s. w.) πέμπ-το (= lat. *quin-to* für *quinc-to* = zend. *pukhdha* für arisches **pank-tha*) ἕκ-το (= lat. *sex-to*, sskr. *shash-ṭhá* für älteres *svaks-tha*) u. s. w. aus πρω- gebildetes Ordinale zu sehen, vgl. sskr. *pra-tha-má*.

Demgemäss dürfen wir — wohl mit einiger Wahrscheinlichkeit — vermuthen, dass *prâ-* in manchen der unter No. 92—106 aufgeführten Fälle, vielleicht in allen, die ursprüngliche Form des Präfixes *prâ* sei, welche sich theils unter dem Schutze des Metrums, theils unmittelbar hier erhalten hat.

112. **plîhâ-kárṇa** (VPr. III. 128, vgl. SvPr. 217, wo ausser diesem auch noch andre Zusammensetzungen aufgeführt werden, in denen ein auslautendes *a* des vorderen Gliedes vor folgendem *-karṇa* gedehnt werde; aber keines der übrigen ist bis jetzt, so viel mir bekannt, belegt).

(Prosa) VS. XXIV. 4. (Die theilweis entsprechende Stelle in der TS. V. 6. 12 hat V. L.).

113—114. **maksh û-** (Trennung der Zsstzg und Verkürzung des *ú*, s. RPr. 437; 441, vgl. IIIte Abhdlg, S. 24 unter *makshú*, und IVte, 3te Abthlg, S. 4; 5; so wie die VIte Abhandlung unter *makshú*).

Vorbemerkung: Durch einen unglücklichen Zufall ist in der IVten Abhdlg, 3te Abthlg, S. 5 hinter der 5ten Zeile der Schluss des Artikels **makshú**, sowie der ganze Artikel **mada** und der Anfang des Artikels **madata** übersehen worden.

Ich muss daher bitten hinter dieser Zeile folgendes in den Text zu setzen, nämlich für *makshú* die hier in den Text aufgenommenen Belege von '(4 in 8)' an bis zu der Note, für **mada** und **madata** das in der Note mitgetheilte.

(4 in 8) Rv. I. 39, 7.

(4 in 11) Rv. I. 58, 9 = 60, 5 = 61, 16 (= Ath. XX. 35, 16) = 62, 13 = 63, 9 = 64, 15 (Refrain). — III. 31, 20 (vgl. sogleich)

(5 in 8) Rv. VIII. 81 (70), 9.

(5 in 11) Rv. IX. 88 (77), 7.

(5 in 12) Rv. VIII. 22, 10 | $\overset{5}{-}$ — *v* — | [1]).

In der Zusammensetzung erscheint im vorderen Glied *makshú-* in

113. **maksh û'-makshû**.

(2) Rv. III. 31, 20 (vgl. oben Z. 15).

---

1) Dahinter bitte ich in IV. 3, S. 5 hinzuzufügen:

„126. **mada** (RPr. 501).

Rv. X. 63, 3 (eigentlich 8 in 12: denn es ist *suastáye* zu lesen, vgl. IIte Abhdlg, XIII. §. 6). Nimmt man es für die 2te Sing. Imptivi, dann erklärt sich die Länge durch die Zweizeitigkeit derselben (s. IVte Abhdlg, 1 S. 34 *kalpaya*); wahrscheinlich ist es aber die 1ste Sing. für *madâni* (vgl. Ludwig in Abhdlgen d. böhm. Ges. d. W. 1874, S. 22).

127. **madata** (RPr. 502; SvPr. 246). Der Auslaut war doppelzeitig, s. IVte Abhdlg, 2te Abthlg, S. 10 unter *cakṛima*."

Dann folgt IVte Abh., 3te Abth., Z. 6.

114. **maksh û́-javastama.**

(2) Rv. VI. 45, 14.

Bemerk. zu 113. 114:

*makshŭ* mit kurzem *u* erscheint nur in dem Worte

*makshŭṃ-gamá* (Rv. VIII. 22, 16), in welchem auch *makshú* mit langem *ú* verkürzt worden wäre (s. Vollst. Gramm. der Sskrit-Spr. S. 137, §. 374; Pâṇini VI. 3, 66), so dass diese Kürze nicht für ein Thema auf kurzes *u* entscheidet; eben so wenig giebt das dem späteren Sskrit angehörige gleichbedeutende *maṅkshu* das Recht im Veda *makshŭ* als Basis anzusetzen. Dennoch ist ein zu Grunde liegendes nominales Thema auf *ú* kaum wahrscheinlich; in primären Bildungen auf *ú*, deren Zahl gering ist, sind, wie schon (Vo.-Sskr.-Gr. S. 158) bemerkt ist, grösstentheils ursprüngliche Feminina von Themen auf *ŭ* zu erkennen. Auch spricht die in der IVten Abhdl., 3te Abth., S. 5 angedeutete Etymologie dafür, dass ein reduplicationsloses Desiderativ zu Grunde liegt, von welchem bekanntlich die Nomina des den Verbalbegriff vollziehenden durch *u* gebildet werden. Wir haben demnach auch für *makshŭ́* als Basis der Ableitung *makshŭ* zu Grunde zu legen; daraus können wir *makshŭ́*, wo es in der 2ten und in der 4ten Silbe erscheint, durch Einfluss des Metrums erklären; allein wo es in der 5ten Silbe (in 8, 11 und 12silbigen Stollen) erscheint, ist dies kaum erlaubt; ich wage desshalb für diese Fälle mit Entschiedenheit *makshŭ́* als eine Zusammenziehung von *makshú-â*, vedischem Instrumental Sing. von *makshú*, zu betrachten (vgl. IVte Abhdlg, 2te Abth., S. 15), welches, wie so viele Instrumentale, zu Adverb geworden ist. Eben so ist *makshŭ́* alsdann natürlich auch in den Fällen zu betrachten, in denen es andern Falls als metrisch entstanden anzusehen sein würde, d. h. wo es sich in der zweiten und vierten Silbe eines Stollens zeigt. Stimmt man mir hierin bei, dann dürfen wir auch in *makshŭṃ-gamá* das *ŭ* für ursprünglich halten; das *ŭ* in *mankshŭ* dagegen werden wir als eine in den Adverbien so häufige Verkürzung des Auslauts betrachten. In den in der VIten Abhdlg aufzuführenden Ableitungen von *makshú*, nämlich *makshŭ́bhis*, *makshŭ́tama* und *makshúyú*,

in denen das *ú* nur in der 2ten Silbe vorkömmt, schreibe ich dagegen die Länge dem Einfluss des Metrums zu.

115. **mat î-víd** (VPr. III. 96).
(6 in 8) VS. XXII. 12.
Metrisch.

116. **marm â-vídh** (im Ath.-Paḍa weder getrennt noch mit verkürztem Vocal, doch wird Dehnung angenommen, vgl. Ath-Pr. III. 3; IV. 68 und dazu Whitney; s. auch Pâṇ. VI. 3, 116).
(2) Ath. XI. 10, 26.
Metrisch.

117—118. **míth û-** (RPr. 545) s. Bemerkung zu 117—118.

117. **mith û-kṛítam** (dass das Thema *mithúkṛit*, nicht, wie Sâyaṇa und St. Petersbger Wtbch annehmen, *mithúkṛita* sei, ist schon von Grassmann bemerkt; die Bed. ist 'wetteifernd').
(6 in 8) Rv. X. 102, 1.

118. **mith û-dṛíçâ.**
(6 in 8) Rv. I. 29, 3 (= Ath. XX. 74, 3).
(10 in 12) Rv. II. 31, 5.

Bemerkung zu 117—118.

*míthú* erscheint in den Veden nur mit langem *ú* (vgl. noch VPr. III. 128; TPr. III. 14); jedoch findet es sich unzusammengesetzt nur an Stellen, in denen ein auslautendes *a*, *i*, *u* nach der allgemeinen Regel gedehnt wird, nämlich

(8 in 11) Rv. VI. 18, 8.
(10 in 11) Rv. I. 162, 20 (= VS. XXV. 43 = TS. IV. 6. 9. 4).

Kurzes *u*, nämlich *míthŭ*, erscheint in TBr. und Kâṭh. (s. St. Petersb. Wörterb. s. v. *míthu* V. 776); ausserdem beweist der vedische adverbiale Instrumental *mithŭyá'* (Rv. VII. 104, 13) unzweifelhaft, dass das Thema auf *ŭ* auslautete. Da sich nun auch die Länge in den Zusammensetzungen (6 in 8 und 10 in 12) nur in Stellen fand, in denen sie

durch metrischen Einfluss entstanden sein kann, so könnte man geneigt sein, dem Pada und den Prâtiçâkhya's beipflichtend, *míthŭ* als eine nur durch das Metrum herbeigeführte Umwandlung von *míthŭ* zu betrachten; es würde dessen Acc. sing. ntr. in adverbialer Bedeutung sein. Aber eben so gut kann die Länge grammatisch sein, nämlich aus dem alten Instrum. sing. *míthuā* (wie S. 9 in *makshŭ́*) durch Zusammenziehung von *uā* zu *ā* entsanden; dieses wird durch *mithuyā́* wahrscheinlich; dann wäre in dem späteren *míthŭ* das *u* Verkürzung, wie oft insbesondre in indeclinabel gewordenen Casus (im Instr. der Themen auf *a* auch in der grössten Categorie der Nomina, vgl. Abhdlg IV, Abthlg 1, S. 28 ff.).

119. **yajñâ-sáh** (RPr. 540).
(2) *yajñâ-sā́'ham* Rv. X. 20, 7 (über *ā* in *-sāham* vgl. VIte Abhdlg). Metrisch.

120. **yavî-yúdh** (RPr. 553). Von unserm Standpunkt aus würde, wenn das lange *ī* wirklich als Dehnung einer grammatischen Kürze zu betrachten wäre, dieses Thema in die VIte Abhandlung zu verweisen sein. Denn es ist keinem Zweifel zu unterwerfen, dass es keine Zusammensetzung ist, sondern ein suffixloses Nomen, beruhend auf dem Frequentativ von *yudh*, gebildet nach Analogie der vedischen Frequentative *tavītu* von *tu* (Rv. IV. 40, 4), *navīnu* von *nu* (Rv. VI. 3, 7; VII. 87, 2). Demgemäss ist das *ī* nicht als Dehnung zu betrachten, sondern nach den angeführten Analogien, zu denen dann in Bezug auf dieses *ī* auch noch andre treten, wie z. B. von *gam* Frequentativ *ganīgam*, von *phaṇ*: *panī-phaṇ* [1]), deren *ī*

1) Beiläufig erwähne ich die aus 'Verz. d. Oxforder Handschriften 160, b, 5' im St. Petersb. Wtbch mitgetheilte Stelle mit den drei analogen Frequentativen von *kar, bhar, har*

yo 'khilaṃ jagat |
carīkarti barībharti saṃ jarīharti līlayā ||.

Ich übersetze sie: welcher spielend die ganze Welt wiederholt schafft, erhält und zerstört.

auch weder von den Prâtiçâkhya- noch den Pada-Verfassern verkürzt, also als grammatisch betrachtet wird. *yavîyúdh* ist demgemäss ein suffixloses Nomen agentis mit Intensivbedeutung und heisst ein gewaltiger Kämpfer.

Pada, Prâtiçâkhya und Sâyaṇa fassen das Thema aber als eine Zusammensetzung; Sâyaṇa speciell, wie wir aus dessen Commentar zu Rv. X. 61, 9 ersehen, als eine von einem, bis jetzt nicht belegten Thema *yavî*, welches er von *yu* 'mischen, mengen, verwirren' in der Bed. stören (vgl. im St. Petersb. Wtbch 2 *yu* mit *â*, *ud-â*, *pra*, *sam*) ableitet und *yudh*; er glossirt es demgemäss durch *yajñamiçrayitṛîṇâṃ rakshahprabhṛitînâṃ yoddhâ* 'Bekämpfer der das Opfer störenden Rakshas und andrer Dämonen'. Zu Rv. VIII. 4, 6 fehlt in den Handschriften A. Ca. und B. 1 und demgemäss in M. Müller's Text die Erklärung von *yavîyúdhâ*; in der Varietas lectionis (T. IV, p. 21) wird jedoch eine aus B. 4 mitgetheilt, nämlich *vajrâyudhena yuddhamânena*, wo also das erste Wort ebenfalls durch *yavi*, das zweite durch *yudh* und das Compositum durch 'mit dem Donnerkeil kämpfend' erläutert wird; hier scheint *yavî* von 3 *yu* 'fern halten, abwehren' abgeleitet zu sein; das ganze Compositum wird dann im Text mit *bala* 'Heer' identificirt.

Diese indische Auffassung ist ein weiteres und eines der schlagendsten Zeugnisse für die geringe Kenntniss der vedischen Sprache, welche die Inder zur Zeit der Pada- und Prâtiçâkhya-Abfassung besassen und zugleich welch geringen Einfluss die weitere Zunahme derselben bis zu Sâyaṇa's Zeit auf die Interpretation auszuüben vermochte.

Die Stellen, in denen das Wort vorkömmt, haben das *î* in der 10ten Silbe eines elfsilbigen Stollens Rv. X. 61, 9 und eines zwölfsilbigen Rv. VIII. 4, 6. Die Länge könnte also Folge des Metrums sein. Dasselbe ist auch in der Mehrzahl der übrigen im Rv. erscheinenden Intensiva mit *î* möglich, nämlich (10 in 12) in *saṃtávîtvat* Rv. IV. 40, 4 wo aber *saṃtávîtuat* zu lesen (= VS. IX, 14 wo aber VI. = TS. I. 7. 8. 3 wo, wie im Rv.), (10 in 11) in *navîno*t Rv. VI. 3, 7 und VII. 87, 2; (10 in 11) in *avarîvuḥ* Rv. X. 51, 6 (dass es für *avarîvaruḥ* steht, ist wohl nicht zu bezweifeln; Sâyaṇa nimmt an, dass ve-

disch die Endung *us* eingebüsst sei; eher ist diese erhalten und *ar* eingebüsst, um den Stollen in Analogie mit den übrigen drei elfsilbig zu gestalten; die Einbusse wurde durch die Lautähnlichkeit des vorhergehenden *varî* nahe gelegt. Da übrigens zwölfsilbige Stollen und elfsilbige Stollen oft in einem und demselben Verse gemischt sind, könnte die Einbusse vielleicht noch eher einem der Recitirer, auf welchem der Text unsrer Stelle in letzter Instanz beruht, zuzuschreiben und anzunehmen sein, dass der Dichter die volle Form gebraucht habe); ferner 10 in 12 in *vârîvṛijat* (Rv. VI. 58, 2); dann noch (ebenfalls 10 in 12), in *pânîphaṇat* Rv. IV. 40, 4 (= VS. IX. 14 = TS. I. 7. 8. 3) und Ath. III. 10, 6 in *sarîsṛipâm*; endlich in 6 in 8 in *sarîsṛipâm* Rv. X. 162, 3 = Ath. XX. 96. 13; ebenso Ath. XIX. 48, 3.

In allen diesen Stellen war *i*, wenn es ursprünglich kurz war, nothwendig zu dehnen, da die 10te Silbe in elf- und zwölfsilbigen Stollen, so wie die 6te in achtsilbigen wohl nie kurz sein durfte (darüber wird eingehend in den 'Beiträge zur vedischen Metrik' gehandelt werden).

Dagegen erscheinen zunächst drei Stellen, in denen die Länge sich in der 2ten Silbe zeigt, nämlich *varîvṛijat* (Rv. VII. 24, 4), *vânîvânaḥ* (Rv. X. 47, 7), *sarîsṛipâ'ni* (Ath. XIX. 7, 1); so wie eine, wo in 4 in 11, nämlich *avarîvaḥ* in Rv. X. 129, 1; da die 2te und 4te Silbe auch häufig kurz erscheinen, könnte man hier zweifeln, ob die Länge dem Einfluss des Metrums zuzuschreiben sei; allein wir haben in diesen Abhandlungen schon so viele Fälle gesehen, in denen ursprünglich kurze Vocale an diesen Stellen gedehnt wurden (vgl. auch Ite Abhdlg, S. 231 d und e), dass wir wohl berechtigt sind, auch hier den Einfluss des Metrums anzunehmen.

Ferner findet sich eine Stelle, wo die Länge in 7 in 11 erscheint, *ganîganti* Rv. VI. 75, 3 (= VS. XXIX. 40 = TS. IV. 6. 6. 1), so dass als zweiter Fuss | — *v* —$^{1}$ — | entsteht; die Dehnung ist zwar weit entfernt an dieser Stelle vom Metrum gefordert zu werden, da | — *v̆v̆* — | viel häufiger ist; allein jener Fuss scheint unter besonderen Umständen — wo ein gewisses Pathos beabsichtigt ward, wie mir scheint — sehr

beliebt gewesen zu sein und ich erblicke deshalb auch hier die Möglichkeit, dass die Länge durch das Metrum herbeigeführt sei.

Stimmt man hierin bei, dann bleibt im Rv. nur eine Stelle, in welcher die Länge nicht als metrisch entstanden aufgewiesen werden kann, nämlich Rv. I. 164, 31 = X. 177, 3 = VS. XXXVII. 17 = Ath. IX. 10, 11, wo *varîvartti* (so mit *tt*, wie VS. richtig hat, ist im Rv. und Ath. statt *varîvarti* zu schreiben) mit *î* in der 3ten Silbe eines elfsilbigen Stollens (es ist *bhúvaneshu antáḥ* zu lesen) erscheint. Dass das Metrum eine Dehnung in der 3ten Silbe habe veranlassen können, scheint mir bis jetzt weder bewiesen noch auch nur wahrscheinlich gemacht werden zu können. Ich glaube aber kaum, dass diesem einen Fall — welcher schwerlich durch den sogleich zu erwähnenden zweiten aus der VS. Unterstützung erhält — den verhältnissmässig zahlreichen gegenüber, deren Länge sich aus dem Metrum erklärt, ein Gewicht beizulegen ist, zumal wenn man bedenkt, dass aus Pâṇini's Lehre über die Intensiv-Reduplication (VII. 4. 82—87; 90—92) geschlossen werden darf, dass in den Schriften, auf welchen seine Regeln für classisches Sanskṛit beruhn — und dies sind natürlich nicht die Veden-Saṃhitâ's — langes *î* herrschte (z. B. schreibt er von *skand* a. a. O. 84 *canîskadya canískand* vor, wie der Sch. mit Recht annimmt, während Rv. VII. 103, 4 *kánishkan* mit kurzem *i* hat); gewiss konnte dieses spätere Vorherrschen der Länge irgend einen der Recitirer, auf welchem in letzter Instanz die Fassung dieser Stelle beruht, dahin beeinflussen, dass er auch hier *varîvartti* statt *varĭvartti* [1]) sprach.

Ausser dieser Stelle giebt es, wie schon angedeutet, nur noch eine zweite, in welcher das *î* sich nicht mit Entschiedenheit oder hoher Wahrscheinlichkeit aus dem Einfluss des Metrums erklären lässt; aber wenn überhaupt die vedischen Stellen, welche sich nicht im Rv. finden, für die Erkenntniss der vedischen Sprache nur mit Zurückhaltung benutzt werden dürfen, so ist dies speciell bei dieser dadurch noch mehr ge-

1) Die Schol. zu Pâṇ. VII. 4. 90 führen beide Formen als Beispiel auf, was ich nur beiläufig bemerken will.

boten, dass einmal der Vers, in welchem das für uns wichtige Wort erscheint, entschieden an Verderbniss leidet und zweitens die Taittirîya-Saṁhitâ, in welcher dieser Vers ebenfalls vorkömmt, statt dieses Wortes eine Variante hat.

Der Vers lautet in der VS. XXIII. 7

yád vấto apó aganîgan priyấm Índrasya tanvàm |
etá⌣ stotar anéna pathấ púnar áçvam ấ vartayâsi naḥ ‖.

Die TS., wo er sich VII. 4. 20. 1 findet, hat *ágamad* statt des gegen die Regel — da es von *yád* abhängig ist — accentlosen *aganîgan*, dann mit anderer Ordnung und Schreibart *Índrasya tanúvam priyấm* und *eténa* statt *anéna*. Das Metrum wird im Commentar zu der VS. als Bṛihatî bezeichnet, d. h. 8 + 8 + 12 + 8; das soll es auch unzweifelhaft sein, trotz dem, dass in beiden Texten der 3te Stollen nur 11 Silben hat und in der VS. der erste 9 statt 8. Was den 3ten betrifft, so ist der Schluss: *pathấ púnar* der regelmässige der zwölfsilbigen | *v* — *v* ⏑̄ — |, so dass der Mangel in den beiden ersten Füssen liegt, wohl am ehesten in dem zweiten; denn wenn der erste Fuss mangelhaft sein sollte, nur dreisilbig: | *etá⌣ sto* |, dann würde das auslautende *a* in *anéna* (oder *eténa*) die 8te Silbe repräsentiren und hätte als die achte eines zwölfsilbigen Stollens nach der allgemeinen Regel gedehnt werden müssen. Den ersten Stollen können wir mit Leichtigkeit auf die richtige Zahl reduciren, wenn wir das anlautende *a* von *aganîgan* durch das vorhergehende *ó* absorbiren lassen; dadurch ist dann auch der Accentfehler weggeräumt, indem der Accent dieses *a* in Folge davon mit dem von *ó* in *apó* zusammenfällt; freilich widerspricht diese Streichung des *a* dem VPr., indem diese Stelle nicht unter denen aufgeführt wird, in denen *a* hinter *o* eingebüsst sei. Das ist aber kein Grund uns abzuhalten; denn die Veden haben Fehler genug, welche älter als die Prâtiçâkhya's sind. Dass im 2ten Stollen *tanúam*, oder mit der TS. *tanúvam* zu lesen sei, wodurch die richtige Silbenzahl herauskommt, versteht sich von selbst.

Der gewöhnliche Schluss eines achtsilbigen Stollens ist bekanntlich eine Dipodia iambica | ⏑̄ — *v* ⏑̄ |. Diesen bietet weder die Leseart der VS. noch die der TS. im ersten Stollen. Doch ist der gewöhnliche Schluss

überaus häufig durch andere ersetzt und es kömmt sowohl der der TS. | — *vvv̄* | vor (vgl. z. B. bei Max Müller, Rig-Veda-Sanhita, translated etc., Preface p. CXXI—II), als der der VS. (vorausgesetzt, dass man *ganígan* liest) | — *v* — *v̄* | (vgl. z. B. ebds. CXVI—VIII). Auch der 2te Stollen hat in der VS. nicht den gewöhnlichen Schluss, sondern *vvvv̄* ⁞, statt dessen aber die TS., jenen bietet | *v* — *v* — ⁞. Welche der beiden Lesearten *'ganígan* (denn *aganígan*, glaube ich, dürfen wir unberücksichtigt lassen), oder *ágamat* die ursprüngliche des Dichters sei, ist mit Sicherheit schwerlich zu entscheiden. Wäre sie **ganígan*, dann hätten wir *i* in einer Silbe, der siebenten eines achtsilbigen Stollens, in welcher zwar die Länge mehrfach erscheint, aber fast nie (fast habe ich wegen des in der Abhdlg 'Ueber einige Wörter mit dem Bindevocal *i* u. s. w. S. 25 ff. besprochenen *durdhárîtum*, Rv. X. 20, 2 hinzugefügt) von dem Metrum hervorgerufen ist. Allein in diesem Fall würde ich — gestützt auf Untersuchungen und dadurch empfangene Eindrücke in Bezug auf den Character und das Alterverhältniss des Yajurveda zum Rv., welche bestimmt sind in der Einleitung zu der Grammatik der vedischen Sprache veröffentlicht zu werden — unbedenklich wagen zu vermuthen, dass das Wort *'ganígan* vom Dichter durch Einfluss des im Rigveda überlieferten *ganíganti* gewählt sei und dass er in einer Zeit lebte, in welcher sich für die Intensiva mit eingeschobnem *i* schon, wie in Pâṇini's Zeit, die Länge desselben zu überwiegender Geltung erhoben hatte. Freilich kann ich nicht leugnen, dass, obgleich *'ganígan* dem *ágamat* der TS. gegenüber den Eindruck einer *doctior lectio* macht, ich dennoch eher noch vermuthen möchte, dass *ágamat* vom Dichter herrührte und dass irgend ein Recitirer, oder die, welche den Text der VS. im Gegensatz zu dem der TS. fixirten — in einer Zeit, wo — wie Pâṇini's Regeln über die Intensivbildung durch die beträchtliche Zahl von Intensiven, die noch in keiner Schrift belegt sind, zeigen — der Gebrauch von Intensiven sehr beliebt war, die nach *ganíganti* des Rv. gebildete Form *'ganígan* an die Stelle von *ágamat* gesetzt haben.

Doch mag man darüber auch anders entscheiden, ich glaube dennoch mit Bestimmtheit behaupten zu dürfen, dass dieser zweite Fall

den 16 gegenüber, in denen sich die Länge durch das Metrum erklärt, noch viel weniger Bedeutung hat, als der erste.

Ich wage demnach unbedenklich anzunehmen, dass die Intensiva mit eingeschobenem *î* zur Vedenzeit aus solchen mit *ĭ* durch Einfluss des Metrums entstanden sind und dafür spricht auch der Umstand, dass wir im Rv. — wahrscheinlich auch in den andern Veden, über welche ich nur nicht mit derselben Sicherheit sprechen kann, weil ich in deren Betreff meine Sammlungen nicht so leicht zu verificiren vermag, wie die für den Rv. — nicht ein einziges Intensiv mit *î* vor Position antreffen, wie deren Pâṇ. so viele vorschreibt — so z. B. im Rv. *ganî-gam* in *ganîganti*, aber *gánĭgm-at-am* —; denn dass *távîtvat* (Rv. IV. 40, 4) vom Dichter *távîtuat* gesprochen ward, ist schon oben bemerkt.

Ist dem Vorhergehenden gemäss das lange *î* nur durch metrischen Einfluss aus kurzem *ĭ* entstanden — und ich glaube, dass man diess trotz der zwei Stellen, in denen diese Erklärung nicht zutrifft, kaum bezweifeln wird — dann fällt die von mir in 'Kurze Sanskrit-Grammatik' §. 90, S. 41 (1855) aufgestellte Entwicklung der Intensiv-Bildung zu Boden. Die irrige Auffassung findet ihre Entschuldigung — ja ihre damalige Berechtigung — darin, dass, bei der damals noch geringen Kenntniss der Veden-Grammatik und des Verhältnisses derselben zu der des classischen Sanskrits, ich speciell in diesem Fall fast ganz auf Pâṇini's Grammatik bauen musste, in welcher *î* an dieser Stelle fast allein erlaubt war, *ĭ* — und zwar neben *î* — nur in der ersten Form (d. h. der ohne Suffix *ya*) und zwar einzig bei Verben, welche *ṛĭ* als letzten oder vorletzten Buchstaben in den indischen Wurzelverzeichnissen haben (Pâṇ. VII. 4, 91—92).

Es würde nun zwar nothwendig sein, die richtige Auffassung an die Stelle jener unrichtigen zu setzen, allein diese ausführlich zu erweisen, würde einen viel grösseren Raum in Anspruch nehmen, als ich mir hier verstatten mag, und eine viel längere Zeit, als ich jetzt wichtigeren Aufgaben entziehen darf. Ich beschränke mich daher fürs erste darauf die vorzunehmenden Correcturen mit wenigen Worten anzugeben. Auch dieses würde ich mir nicht erlauben, wenn ich bei meinem Alter

hoffen dürfte, dass es mir noch vergönnt sein möchte, die Abhandlungen abzufassen, welche bestimmt sind einerseits die Brücke vom Indogermanischen über das Arische hin zum vedischen Sanskrit und andrerseits von diesem zum classischen zu schlagen; denn hier erst kann die Entwicklung der Intensiv- oder vielmehr Frequentativ-Bildungen volles Verständniss finden.

Mit Unrecht habe ich die durch Verdoppelung gebildeten Nomina, wie *carâcará*, in der kurzen Sskr.-Gr. mit den Frequentativen zu eng verbunden; diese treten in enge Beziehung zu den durch Verdoppelung und Affix *i* gebildeten Adverbien (Vo.-Gr. d. Sskṛitspr. §. 682, III, S. 280; Pâṇ. II. 2, 27; V. 4, 127). Ferner ist die Frequentativ-Bildung von mit *a* anlautenden Verben (so ist auch *ṛi* statt *ar* aufzufassen), wie *açâç*, zu welcher ich *ὀπ-ωπ* mit Recht stellte (vgl. Leo Meyer, Vgl. Gramm. der Griech. u. Lat. Spr. I. 429), als eine besondre von der der consonantisch anlautenden zu trennen. In der letzteren hat die indogermanische Grundlage kein der Reduplicationssilbe folgendes *i* gehabt (griech. *ἀτ-ιτάλλω* von *ἀτάλλω* ist sicher nur eine phonetische Umwandlung von *ἀτ-αταλλω*), wie schon dadurch wahrscheinlich wird, dass sich in keiner der verwandten Sprachen ein Reflex dieses *i̯* oder *i* findet (in zend. *carekar*, gegenüber von sskr. *karikar* und *carikar*, ist zend. *e* schwerlich Reflex von sskr. *i*, sondern das gerade hinter *r* oft eingeschobene — vgl. z. B. *karena* = sskr. *kárṇa* — so dass ihm sskr. *carkar* entspricht). Den vollen Beweis dafür liefern aber Formen, wie z. B. *gaṅgam* (in *gáṅgmat-am*) *ganîgam* (in *ganîganti*). Denn wenn das *i̯* *i* ursprünglich wäre, so stand nichts entgegen *gamîgam*, *gamîgam* zu bilden; sie sind vielmehr augenscheinlich aus *gaṅgam* oder mit nasalirtem *a* *gágam* (später *jaṅgam*) hervorgegangen, d. h. zu einer Zeit, wo das *g* der Reduplication noch nicht zu *j* geworden war (vgl. *gáṅgâ*); dem durch folgende Consonanten bestimmten Nasalen stand aber der dentale Nasal am nächsten, vgl. *khan* aus *khañj* (Vo.-Sskr.-Gr. §. 79, Bem. 3, S. 48). Dass nur *i̯* ursprünglich zwischen Reduplication und Stamm trat und nur in Folge des Metrums gedehnt ward, hoffe ich im Obigen höchst wahrscheinlich gemacht zu haben. Einige Einzelheiten, welche einer

Erläuterung bedürfen, muss ich für die eingehende Behandlung aufbewahren.

121. **rathâ-sáh** (RPr. 540).
(6 in 8) Rv. VIII, 26, 20.
Metrisch.

122. **vayun â-víd** (RPr. 554; VPr. III. 96; TPr. III. 2).
(8 in 12) Rv. V. 81, 1 = VS. V. 14 = TS. I. 2. 13. 1 = IV. 1. 1. 1.
Metrisch.

123. **vas û-jû'** (RPr. 560).
(6 in 8) Rv. VIII. 99 (88), 8.
Metrisch.

124. **v î-barhá** (Whitney zu AthPr. III. 12).
(5 in 8) Ath. II. 33, 7.
Nicht metrisch.

125. **vibh û-dâ'van** (TPr. III. 7).
(Prosa) TS. III. 5. 8. 1; 9. 2.

126. **vibhv â-sáh** (RPr. 540).
(6 in 8) Rv. IX. 98, 1 (= Sv. I. 6. 2, 1. 5, wo VL. *vibhâsáham*, auch im Pada; vgl. auch Ed. Calcutt, II. 160—162).
(4 in 8) Rv. V. 10, 7.
Metrisch; von *vibhvă* oder dem gleichbedeutenden *vibhvan*.

127. [**vîr âshâ'ṭ** s. Vte Abhdlg, 1te Abthlg, S. 14, Bem. zu No. 46 **abhîsháh**].

128—134. **viçv â-** in

128. **viçv â'-nara** (im RvPada ohne Trennung und ohne Verkürzung des *â'*; eben so im Sv. — trotzdem SvPr. 218 die Dehnung des *a* lehrt; vgl. Pâṇ. VI. 3, 129; in dem VSPada wird verkürzt, aber nicht getrennt, s. VPr. III. 101; V. 37).
(in 2) Rv. I. 186, 1 (= VS. XXXIII. 34). — VII. 76, 1. — VIII. 68 (57), 4 = Sv. I. 4. 2. 3. 5.

(4 in 12) Rv. X. 50, 1 (= VS. XXXIII. 23).

Die Dehnung ist demnach ursprünglich wohl nur metrisch, aber durch die ausnahmslose Erscheinung derselben in den Veden für die spätere Zeit durchgehends fest geworden. Dafür spricht auch das davon abgeleitete *vaiçvánará*, welches im Rv. 63 mal vorkömmt, und zwar 61 mal in der 2ten und 2 mal (nämlich Rv. VIII. 30, 4; IX. 61, 16) in der 4ten Silbe, also beidesmal an Versstellen, in denen überaus häufig ursprünglich kurze Silben gedehnt werden. Vergleiche jedoch *viçvá'mitra*.

129. **viçv â-púsh** (RPr. 560; VPr. III. 100).

Das Wort erscheint nur zweimal, beidemal in 8 in 12 und zwar das eine mal (Rv. I. 162, 22 = VS. XXV. 45) mit langem *á*, das andere mal (Rv. VIII. 26, 7) mit kurzem *ă*. Wir können daraus mit Entschiedenheit schliessen, dass die Länge nur metrisch ist. Denn da die Länge in 8 in 12 beliebt ist, würde sie sicher auch in der letzteren Stelle erscheinen, wenn sie grammatisch wäre; sie ist nicht eingetreten, weil sie nur am Ende eines Wortes regelmässig durch Dehnung herbeigeführt wird, in Mitten eines solchen aber nur sporadisch.

130. **viçv â-bhû'** (RPr. 560; VPr. III. 100).

(10 in 12) Rv. X. 50, 1 = VS. XXXIII. 23.

*ἅπ. λεγ.* Wenn aus *viçvă* und *bhú* zusammengesetzt, wie die Pada's, Prâtiçâkhya's und indischen Commentatoren wohl mit Recht annehmen, dann ist die Länge metrisch entstanden. Sie wäre grammatisch, wenn Grassmann's Annahme richtig wäre, dass es aus *viçva-ábhû'* zusammengezogen sei; diese wird aber durch den Accent unwahrscheinlich, welcher in diesem Fall wohl auf der vorletzten Silbe des Themas stehen würde.

131. **viçv â'-mitra** (in dem TSPada getrennt und *á* verkürzt, s. TPr. III. 5; in dem der VS. *á* verkürzt, aber die Composition nicht getrennt, s. VPr. III. 101; V. 37; in denen des Rv. und Ath. weder Verkürzung noch Trennung, vgl. Pân. VI. 3, 130 und SvPr. 219).

(2) Rv. III. 1, 21; 53, 7; 9; 12; 13. — X. 89, 17. — Ath. IV. 29, 5. — XVIII. 3, 15; 16.

(4 in 12) Rv. X. 167, 4 (vgl. TS. III. 1. 7. 3. — V. 4. 11. 3, wo *Viçvámitra-Jamadagnî* im Pada getrennt sind und das *á* natürlich nicht verkürzt ist; an beiden Stellen in Prosa).

(6 in 11) Rv. III. 18, 4 (vgl. Bem.).

(Prosa) VS. XIII. 57. — TS. IV. 3. 2. 2. — V. 2. 3—4; 4; 10. 5; 4. 2. 2.

Bem. **Kurz** erscheint *viçvămitra* (in 6 in 11) Ath. XVIII. 3, 63. Dass auch hier die Viçvâmitriden gemeint sind (nicht etwa die Kürze, nach Sch. zu Pâṇ. VI. 3, 130, Abkömmlinge von irgend einem andern als dem Rishi bezeichne), zeigt das ganze Gedicht (des). Da weder das St. Petersb. Wtbch noch Whitney im AthPr. diese Form mit kurzem *a* statt des langen erwähnen, so möchte ich glauben, dass es ein Druck- oder anderer Fehler ist.

Uebersehen wir die Stellen, so giebt es im Rv. nur eine, in welcher sich die Länge nicht als metrisch entstanden betrachten lässt; ausserdem mehrere in Prosa. Ich bin demnach geneigt, wie bei *viçvâ'nara*, auch hier anzunehmen, dass sie ursprünglich wohl nur metrisch war, aber durch das verhältnissmässig häufige Vorkommen im Rv. fest geworden ist. Doch will ich nicht in Abrede stellen, dass es nicht unmöglich ist, dass sie eintrat, um den Namen des grossen Rishi von andern — auch wohl etwaigem appellativen Gebrauch des Wortes — zu unterscheiden. Sehen wir doch z. B. im Griechischen nicht selten aus demselben Grund Accentwechsel eintreten, z. B. ξανθός, Adjectiv, aber Ξάνθος, Nomen proprium.

132. **viçv â-râj** (TPr. V. 3, im Pada getrennt und *á* von *viçvá-* verkürzt, vgl. Pâṇ. VI. 3, 128; SvPr. 218).

(2?) TS. I. 3. 2. 1; scheint in der zweiten Silbe eines achtsilbigen Stollens zu stehen (in der VS. V, 24 fehlt dieser Satz); in diesem Fall wäre die Länge metrisch.

133. **viçv â-sâh** (RPr. 540; VPr. III. 100; TPr. III. 5).

(2) Rv. III. 47, 5 (= VS. VII. 36 = TS. I. 4. 17). — VIII. 92 (81), 1 (= Sv. I. 2. 2. 2. 6).

(4 in 8) Rv. VI. 44, 4 (= Sv. I. 4. 2. 2. 6).

Metrisch.

**viçvâ-shâ'ṭ** s. Bemerk. zu No. 46 in der 1sten Abtheilung dieser Vten Abhdlg, S. 14.

134. **viçvâ'hâ** (Im Rv.-Pada und im Sâmaveda-Pada erscheint das Wort wie in der Saṁhitâ, d. h. die vorsichtigen Verfasser dieser Pada's nahmen entweder die Saṁhitâ-Form für die grammatische, oder waren — was mir wahrscheinlicher — über die grammatische Auffassung zweifelhaft. Sâyaṇa bietet drei, oder vielmehr nur zwei Erklärungen; ob diese schon aus der Zeit der Pada-Verfertigung des Rv. stammen, ist natürlich zweifelhaft. Am häufigsten fasst er das Wort als eine Zusammensetzung von *viçva* und *áhâ*, vedisch für *áhâni*, 'alle Tage' (vgl. die grammatische Erklärung zu Rv. I. 100, 19); so zu Rv. I. 25, 12; 90, 2; 100, 19; 102, 11; 160, 3. — III. 16, 2. — VII. 98, 1. — X. 18, 12; 53, 11. Diese Erklärung stimmt mit der Accentuation (vgl. z. B. *viçvâ'yu* aus *viçvá-âyu*), passt an allen Stellen, ist von Grassmann (Wtbch 1306) mit Recht als einzige hingestellt und allenthalben genügend. An fünf Stellen des Rv. und der einzigen, in welcher es im Sv erscheint, glossirt er es durch *sarvadâ*, ohne eine grammatische Erklärung zu geben. Da dieses wörtlich 'zu allen Zeiten' bedeutet, so fällt es wesentlich mit der ersten Erklärung zusammen; allein die Häufigkeit (zu Rv VI. 47, 19; 75, 8; 17 (= Sv. II. 9. 3. 6. 3, wo ebenso glossirt ist). — X. 37, 2 (zweimal); 7) und noch mehr die Uebereinstimmung mit der Erklärung von *viçváhă* (zu Rv. VII. 21, 9) und *viçváhâ* (zu VI. 47, 15. — VIII. 43, 26; 44, 2. — X. 78, 6; 88, 14; 91, 6) scheint mir auf eine andere grammatische Auffassung zu deuten, in welcher *viçvâ'hâ* nicht in *viçva-ahâ* aufgelöst ward, sondern das auslautende *hâ* mit dem auslautenden *hâ* in *viçváhâ*, oder noch eher, *viçvâ'hâ* geradezu mit *viçváhâ* und *viçváhă* identificirt ward (wie dies ja auch

im St. Petersb. Wtbch VI. 1240 und 1236 geschieht, wo zugleich eine Identität mit *viçvádha* und *viçvádhâ* (VI. 1229) angedeutet wird). Dafür spricht auch der Umstand, dass auch *viçvăhă* und *viçvăhâ*, wie eben *viçvâ'hâ*, durch *viçveshv ahaḥsu* glossirt werden, jenes zu Rv. II. 12, 15. — VIII. 48, 14; dieses zu I. 111, 3; 160, 5. — II. 24, 15; 32, 3; 35, 14. — IV. 31, 12. — X. 100, 4; das letztre auch noch durch *sarveshu kâleshu* 'zu allen Zeiten', was mit 'alle Tage' wesentlich identisch.

Ausser diesen wesentlich gleichen Glossen hat Sâyaṇa an einer Stelle (zu Rv. IV. 42, 10) eine ganz abweichende, nämlich *viçvasya hantar* 'Tödter, Vernichter von allem'. Sie wird bei Sâyaṇa ohne grammatische Erläuterung gegeben. Wir werden dieser aber sogleich bei Mahîdhara zu der VS. XVII. 48 begegnen.

Die Vf. des VPr. sind nicht so zurückhaltend, als die des RPr. Aus VPr. III. 101, verglichen mit V. 37, ergiebt sich, dass die Trennung in Compositionstheile zwar für den Pada-Text der Vâjasaneyi verboten ist, die Verkürzung des *â* in *viçvâ* dagegen vorgeschrieben wird, also im Pada *viçvăhâ* zu schreiben war. Die grammatische Auffassung, welche hier zu Grunde liegt, ist die, welcher wir eben in Sâyaṇa's Glosse zu Rv. IV. 42, 10 begegnet sind, welche uns jedoch nur einmal, in Mahîdhara's Commentar zur VS. XVII. 48, aber etwas modificirt und zugleich mit der andern, durch ein 'oder' verbunden, entgegentritt; sie lautet hier **viçvâhâ viçvân** *sarvân* (so bei Weber) *çatrûn* **â** *samantâd hanti*; er zerlegte also *viçvâ'hâ* in *viçva-â-hâ*, vielleicht des Accents wegen; doch ist damit wenig gewonnen, da das Präfix *â* — wenigstens der Regel nach — nicht bewirkt hätte, dass die bei der Auffassung dieses Wortes als *viçvă-hâ* mit der Bedeutung 'alles tödtend' nöthige Oxytonirung sich in Paroxytonirung verwandeln konnte [1]); neben dieser Erklärung erscheint dann die andre durch *sarvâny ahâni* und *sarvadâ*. An den übrigen Stellen VS. VII. 10 (= Rv. IV. 42, 10); VIII. 5; XVI. 49; XVII. 78 und XXIX. 45 wird das Wort durch *viçvany ahâni* und *sarvadâ* glossirt.

1) In der Saṁhitâ ist hier bei Weber *viçvâ' hâ* in zwei Wörtern gedruckt, was natürlich zu ändern ist, *da viçvâ* allein paraxytonirt sein würde.

In dem TPr. wird nun noch weiter gegangen; III. 5 wird gelehrt, dass in *viçvâ-*, wenn es das erste Glied eines Compositum ist und im Pada Trennung Statt findet (vgl. III. 1 und 7), das *â* verkürzt wird. Whitney hat *viçvâ-hâ* zwar in seinem Commentar zu III. 5 nicht aufgeführt; aber in der TS. IV. 6. 4. 5 findet sich im Pada (s. ed. Weber T. I. S. 393) in der That *viçvă-hâ'*, und zwar mit bei dieser Auffassung richtiger Oxytonirung, im Gegensatz zu Rv. (VI. 75, 17), Sv. (II. 9. 3. 6. 3) und VS. (XVII. 48), wo der Accent auf °*çvâ'*- fällt. Allein die TS. weicht in diesem Verse auch in andrer Beziehung von Rv., Sv. und VS. ab, welche wenigstens in der Paroxytonirung von *viçvâ'hâ* mit einander übereinstimmen. Sie hat nämlich als zweiten Halbvers

I'ndro nas tátra vṛitrahâ' viçvâhâ' çárma yacchatu ||

während Rv. und Sv. wesentlich identisch, statt dessen folgende drei Stollen darbieten

tátrâ (Sv. *tátră* s. IIIte Abhdlg, S. 16) no bráhmaṇas pátir
A'ditiḥ çárma yacchatu
viçvâ'hâ çárma yacchatu ||.

Bezüglich der drei Stollen — statt der zwei der TS. — stimmt auch die VS. mit Rv. und Sv.; allein hier lauten sie

tátra (so NB. ohne Zusammenziehung von *-a i-* zu *e*) I'ndro Bṛihâspátir
A'ditiḥ çárma yacchatu
viçvâ'hâ[1]) çárma yacchatu ||.

Die Hauptabweichung, oder wenigstens die für uns wichtigste, ist, dass die TS. vor *viçvâhâ'* als V. L. *vṛitrahâ'* hat; denn dem Einfluss dieses Wortes wird wohl am Ende die Erklärung von *viçvâ'hâ* als 'Alltödter' und in der TS. auch die Versetzung des Accents zu verdanken sein; der Commentar erklärt es hier wesentlich in Uebereinstimmung mit der 3ten oder vielmehr 2ten im Rv. durch *parakîyasarvaprâṇighâtî* 'Vernichter aller feindlichen Geschöpfe' (TS. ed. Calc. T. IV, p. 613, Z. 2).

Ausserdem, bemerke ich beiläufig, bietet die TS. denselben Lautcomplex, aber paroxytonirt IV. 6. 6. 3 (= VS. XXIX. 45 = Rv. VI.

1) s. Note zu S. 23.

75, 8), wo der Pada-Text ihn richtig als eine Composition von *viçva-aha* fasst und der Commentar ihn, wie im Rv. und der VS. vorwaltend, durch 'alle Tage' erklärt (ed. Calc. T. IV, p. 640).

Endlich erscheint er auch proparoxytonirt und zugleich paroxytonirt *víçvā́hā*, wo er natürlich aus zwei Wörtern *víçvā* und *áhā* besteht. Die Stelle findet sich TS. IV. 6. 2. 6. Wenn sie alt ist, erhebt sie die überwiegend vorherrschende Auffassung von *viçvā́hā* als Composition von *viçva* und *ahan* im Plur. Acc. Ntr. *áhā* (= *áhāni*) über allen Zweifel. Ich kann aber nicht leugnen, dass ich, obgleich es sich nicht streng beweisen lässt, überzeugt bin, dass nur das *viçvā́hā* des Rigveda überliefert war und sowohl das *víçvā́hā* als *viçvāhā́* der TS. auf den zwei andern versuchten Interpretationen beruhen. Wir haben dann hier zwei Fälle, wo der Interpretation zu Gefallen der ursprüngliche Accent auf zweierlei Weisen willkürlich geändert ist.

Bemerkung: Ich konnte nicht umhin, im Vorhergehenden *viçvā́dhā*, *viçvā́dhă*, *viçvā́hā* und *viçvā́hă* zu erwähnen und war genöthigt auch den Auslaut dieser Wörter zu untersuchen; diese Untersuchung bestätigt zwar im Wesentlichen nur, was ich schon in meiner Vo.-Sskr.-Gr. (1852) S. 237, CLI bemerkt habe, allein da es sich jetzt vollständig und mit wenigen Worten erweisen lässt, möge es mir verstattet sein, diese Gelegenheit dazu zu benutzen.

*viçvádhā*, *viçvádhă* und *viçváhă* kommen — so viel ich bemerkt habe — nur im Rv. vor; *viçváhā* im Rv. und ausserdem an drei Stellen des Atharva, welche sich nicht im Rv. finden. Der Pada-Text hat an allen Stellen dieselbe Form wie die Samhitâ; so würde ihre Betrachtung eigentlich weder in diese Vte noch auch in die IVte Abhdlg gehören; allein, da es keinem Zweifel zu unterwerfen ist, dass der Auslaut ursprünglich entweder nur lang oder kurz sein konnte, so erlaube man mir einen von den Fällen dieser Art, welche die Prâtiçâkhya's unberücksichtigt gelassen haben und von mir für eine VIIte Abhdlg aufgehoben waren — die aber wenigstens fürs erste nicht veröffentlicht wird — festzustellen.

Dass die Formen auf *á* (d. h. alte Instrum. Sing.) die ursprüngliche widerspiegeln, geht aus folgendem hervor.

*viçvádhá* findet sich zwar nur einmal, nämlich Rv. I. 141, 6 an einer Stelle, wo es nicht nothwendig metrisch hätte entstehen müssen, nämlich in 7 in 12 (— *v* — — —); dafür aber das, davon nur durch den bekannten Uebergang von *dh* in *h* verschiedene,

*viçváhá* in mehreren, und zwar für den grammatischen Character des Auslauts entscheidenden, nämlich

1) am Ende eines Verses: Rv. II. 32, 3. — X. 91, 6. — Ath. XII. 1, 17. — XIX. 50, 2.

2) am Ende eines Halbverses: Rv. VIII. 43, 26; 44, 22. — X. 78, 6. — Ath. XII. 1, 27.

3) am Ende eines Stollens: Rv. I. 111, 3; 160, 5. — II. 24, 15. — X. 100, 4.

In diesen drei Fällen ist kein metrischer Einfluss denkbar, so dass diese 12 Stellen dafür entscheiden, dass in der vedischen Zeit der Auslaut dieses Wortes, so wie der des mit ihm identischen *viçvádhá* noch mit Länge gesprochen ward.

Aus den beiden Formen mit *ă*, nämlich *viçvádhă* und *viçváhă*, möchte man nun vielleicht geneigt sein zu schliessen, dass in der Vedenzeit auch die Aussprache mit kurzem Auslaut sich geltend gemacht habe. Ich zweifle aber sehr, ob dieser Schluss gerechtfertigt sein würde. Diese beiden Formen erscheinen nämlich nur an Versstellen, in denen ein auslautender Vocal gedehnt werden muss, aber vor Position nicht gedehnt werden darf (vgl. IIte Abhdlg). An allen diesen Stellen folgt ihnen nun Position und ich glaube daher, dass in der langen Zeit der Corruption, oder selbst erst bei der Feststellung des Textes, an diesen Stellen eben durch diese Position das *a* seine Länge eingebüsst habe (vgl. weiterhin zu Rv. VII. 21, 9). Hält man diese Annahme für zu kühn, so könnte man vermuthen, dass die Kürze zu einer Zeit eingetreten sei, wo sich die Verkürzung in dem Suffix *dhâ* und *hâ*, wie in *ádhă*, *sahắ*, so auch in *viçvádhá* und *viçváhá* angefangen hatte geltend zu machen und wegen der folgenden Position das Metrum nicht störte.

Nicht unmöglich ist auch, dass die Verkürzung durch den Einfluss der Volkssprachen herbeigeführt ist, in denen eine natürliche Länge vor Position verkürzt ward (vgl. Lassen Inst. l. Pracr. p. 138, E. Kuhn, Beitr. z. Pâli-Gr. S. 17).

Die hieher gehörigen Fälle sind in Betreff von:

**viçvádhă:**

(8 in 11) Rv. I. 63, 8 (vor *ksh*),

(10 in 11) Rv. I. 174, 10 (vor *sy*). — IV. 16, 18 [1]) (vor *sy*).

von **viçváhă:**

(8 in 11) Rv. II. 12, 15 = Ath. XX. 34, 18 (vor *pr*). — Rv. VIII. 48, 14 (vor *pr*).

Demgemäss (vgl. noch einen Grund am Ende dieses Absatzes) betrachten wir in *viçvádhâ* die oben angeführte Länge in 7 in 12 als grammatisch; eben so auch wo sie in 8 in 12 erscheint, Rv. IX. 79, 2; auch wo in 10 in 12, Rv. V. 8, 4. — Ebenso die in *viçváhâ* (in 7 in 11) Rv. II. 35, 14. — VI. 1, 3. — X. 88, 14, und (in 10 in 12) Ath. IX. 2, 19.

Ferner werden wir Rv. IV. 31, 12, wo die Krasis der beiden ersten Stollen aufzuheben ist *viçváhâ* schreiben, wie auch der Pada-Text hat, und können es nur billigen, dass der Pada-Text überhaupt, wo eine Krasis aufzuheben ist, die Länge schreibt, so *viçvádhâ* Rv. VII. 22, 7 (so wohl auch in Ath. XX. 73, 1, dessen Pada mir aber unbekannt) und Rv. VIII. 5, 1 (= Sv. I. 3. 1. 3. 6 wo aber *viçváthâ*). — Ebenso *viçvádhâ* Rv. VI. 47, 15. Auch in diesem Verfahren der Pada-Verfertiger dürfen wir einen weiteren Grund für unsre Annahme erkennen, dass in den Veden nur langes *â* als Auslaut anzuerkennen ist.

Endlich ist in Rv. VII. 21, 9, wo sich *viçváhă* vor Position findet, scheinbar in der 9ten Silbe eines elfsilbigen Stollens, statt

sákhâyas ta Indra viçváhă syâma

zunächst

1) In M. Müller's Index S. 530 ist IV. 16, 18 unter *viçvádhâ* zu streichen und unter *viçvádhă* hinzuzufügen; ferner ist IV. 19, 6 unter *viçvádhă* zu streichen.

sákhâyas tendra

zu lesen (vgl. IVte Abhdlg, 3te Abthl., S. 11). Dadurch wird die letzte Silbe von *viçváhă* die achte und zwar, da *siáma* zu lesen ist, eines elfsilbigen Stollens. Da also diese Position nur scheinbar ist, würde nach der allgemeinen Regel das *a*, selbst wenn es ursprünglich kurz wäre, zu dehnen sein, musste also auf jeden Fall hier seine Länge bewahren. Dass es kurz erscheint, ist sicherlich wieder nur Folge der scheinbaren Position und bestätigt die oben ausgesprochene Vermuthung, dass das *a* auch, wo es sonst kurz erscheint, nur durch die Einwirkung der Position verkürzt ist. Dass der Dichter hier *viçváhâ* sprach, ist keinem Zweifel unterworfen und in einem Versuch, dessen Fassung herzustellen, werden wir unbedenklich

viçváhâ siâma

lesen.

135. **vîsh û-vṛ́t** (RPr. 554; Whitney zu AthPr. III. 12).
(2) Rv. II. 40, 3. — X. 43, 3 = Ath. XX. 17, 3.
(10 in 12) Ath. X. 2, 11.
Metrisch (vgl. mit kurzem *u vishu-drúha*, *víshu-rûpa*).

136. **vṛ́ish â-yúdh** (RPr. 552); vgl. Bem. zu 137.
(2) Rv. I. 33, 6.

137. **vṛ́ish â-ravá** (RPr. 559; SvPr. 216, ohne dass es sich im Sv. findet).
(2) Rv. X. 146, 2.

Bem. zu 136. 137. Sonst im Veda stets *vṛishă-* als vorderes Glied, z. B. *vṛ́isha-kratu* u. s. w. (im St. Petersb. Wtbch VI. 1337 ff.); nur *vṛishâ'-kapi* macht eine Ausnahme, welches aber auch im Pada mit *â* geschrieben und nicht getrennt wird; wie aber in No. 136. 137 die Dehnung unzweifelhaft nur dem Metrum verdankt wird, so kann dies auch in diesem Wort der Fall sein, denn auch dieses erscheint nur in

(6 in 8) Rv. X. 86, 1; 3; 4; 8; 18; 20; 22 (= Ath. XX. 126, 1; 3 u. s. w. in denselben Versen),

(in 2) Rv. X. 86, 2 (= Ath. XX. 126, 2).

(in 4) Rv. X. 86, 12 (= Ath. XX. 126, 12).

Eben so auch in *vṛishâ-kapâyin*

(in 2) Rv. X. 86, 13 (= Ath. XX. 126, 13).

SvPr. 216 führt noch *vṛishâmodanî* und *vṛishâdarbha* an, welche sich aber in keiner der Veden-Samhitâ's finden; das erstere — aber in der Form *vṛishâmodinî* — erscheint im *Kâṭhaka*, das zweite im Mahâbhârata.

138. **vaibh û-vasá** (RPr. 554); Patronymikum von *vibhv'vasu* (s. No. 17), anomal gebildet; müsste, der Regel nach, *-vasava* auslauten.

(2) Rv. X. 46, 3.

Metrisch.

139. **çatr û-sáh** (RPr. 540).

(2) *çatrûshâ'haḥ* Rv. VIII. 60 (49), 6. — *çatrûshâ'ṭ* Ath. V. 20, 11 (vgl. Bem. zu No. 46 in der ersten Abthlg dieser Abhdlg S. 14; über das *-â-* vgl. die VIte Abhdlg).

Metrisch.

140. **çuṣṭh â-kárṣa** (VPr. III. 128).

(Prosa) VS. XXIV. 4.

141. **çv â'-pada** (im Rv.-Pada, wie in der Samhitâ, geschrieben; ebenso im Ath.-Pada, obgleich AthPr. III. 10 das *â* als Dehnung von *a* auffasst, vgl. Whitney zu der Regel; die Dehnung erwähnt auch SvPr. 220, obgleich das Wort im Sv. nicht vorkömmt, vgl. Kâçikâ zu Pâṇ. VI. 3, 137).

*çvâ'pada* erscheint in

(6 in 8) Ath. XI. 9, 10; es ist *çuâ'padam* zu lesen.

(10 in 12) Rv. X. 16, 6 = Ath. XVIII. 3, 55; auch hier ist *çuâ'padaḥ* zu lesen.

(2) Ath. XI. 10, 8 ebenfalls *çuâ'°* zu lesen.

In allen drei Fällen kann die Dehnung also durch metrischen Ein-

fluss herbeigeführt sein, und dass dies wirklich stattgefunden habe, wird durch *çvápadâm* (von *çvā́pad* [1]) in Ath. VIII. 5, 11 und XIX. 39, 4 höchst wahrscheinlich; denn *çvâ-* erscheint in beiden Versen in der vierten Silbe eines achtsilbigen Stollens, in welcher die Länge nicht nöthig ist, aber doch so häufig vorkömmt und durch Dehnung herbeigeführt wird, dass man mit Sicherheit behaupten darf, dass, wenn in *çvâ-* als vorderem Glied das *â* grammatisch, und nicht metrisch wäre, die Länge sicherlich in dieser Versstelle erhalten wäre. Dass in beiden Stellen das hier in Frage kommende *a* — das erste in *çvápad* — der vierten Silbe des Stollens angehört, ist keine Frage; fraglich ist nur ob ähnlich wie in *çvā́-pada* zu lesen sei *çuă*⁰, oder vielmehr *çvă*⁰ und *viâghrâḥ* statt *vyâghrâḥ*. Für die letztere Lesung spricht — fast entscheidend — dass *viâghrá* in allen metrischen Stellen, in denen es — so viel mir bekannt — im Veda vorkömmt, dreisilbig zu lesen ist, nämlich VS. XIX. 9. — Ath. IV. 3, 1; 3, 6. — VI. 38, 1; 110, 3 (wo auch *áhni a*⁰ z. l.); 140, 1ª (der zweite Stollen ist entweder verderbt oder in metrischer Beziehung sehr unregelmässig). — XII. 2, 43. — XIX. 46, 5. (In XII. 1, 49 ist es des Metrums wegen zu streichen).

142. **çv â-vídh** (VPr. III. 96; TPr. III. 2; in AthPr. III. 3 wird zwar die Dehnung anerkannt, aber nach IV. 68 wird im Pada nicht verkürzt und nicht getrennt, s. auch SvPr. 220, Pâṇ. VI. 3, 116).

(In 1) VS. XXIII. 56.

(3 in 8) Ath. V. 13, 9.

(Prosa) VS. XXIV. 33. — TS. V. 5. 20.

Bem. Die Länge ist wohl durch Einfluss von *çvā́pada* (No. 141) fixirt.

143. **sadan â-sáde** (RPr. 561).

1) Denn dass *çvā́pada* eine Ableitung von *çvápad* durch sekundäres *a* sei, ist wegen des Accentes sehr unwahrscheinlich. Wäre sie es dennoch, dann wäre die Länge grammatisch; allein die indische Grammatik betrachtet sie als unregelmässig (*nipâtât*), vgl. die angeführte Stelle der Kâçikâ mit Pâṇ. VI. 3, 136.

(6 in 8) Rv. IX. 98, 10 = Sv. II. 5. 2. 18. 3.
Metrisch.

144. **sasmédhan â-jít** (Whitney zu AthPr. III. 12, p. 130).
(6 in 8) Ath. XVII. 1, 1.
(10 in 11) Ath. V. 20, 3.
(10 in 12) Ath. XIII. 1, 37.
Metrisch.

145. **sahasr â-poshá** (Whitney zu AthPr. III. 12, p. 130).
(3 in 11) Ath. VII. 48, 2 (aber Rv., wo der Vers II. 32, 5 erscheint, hat *ă*).
(Metrum dunkel) Ath. VI. 79, 3.

**Kurz** (5 in 8) Ath. VI. 141, 4.

146. **sumat î-vṛ́dh** (VPr. III. 96).
(6 in 8) VS. XXII. 12.
Metrisch.

147. **s û-yámân** (Whitney zu AthPr. III. 21, p. 138 und n. †); vgl. Bem.
(5 in 12) Ath. IV. 27, 1 (wodurch | $\overset{5}{\smile}$ v — — |, statt | $\overset{\circ}{vv}$ — — | entsteht).

Bemerkung. Im Rigveda findet sich *sŭyáma* stets mit kurzem *ŭ* und ebenso in den entsprechenden Stellen in den übrigen Saṁhitâ's; so Rv. I. 180, 1. — II. 24, 15; 27, 17 = 28, 11 = 29, 7. — III. 7, 3; 61, 2. — V. 28, 3 (= VS. XXXIII. 12 = Ath. VII. 73, 10); 55, 1. — VII. 35, 2 (= Ath. XIX. 10, 2). — IX. 81, 4. — X. 44, 2 (= Ath. XX. 94, 2); 85, 23 (= Ath. XIV. 1, 34 wo aber V. L.) Ausserdem *sŭyáma* auch im Ath. VII. 82, 3. Selbst in der Stelle, wo es mit Länge angeführt ist, Ath. IV. 27, 1, hat der gedruckte Text nach zwei Handschriften die Kürze; Whitney corrigirt diese a. a. O. jedoch ausdrücklich; ob mit Recht, wage ich nicht zu entscheiden. Etwas zweifelhaft werde ich dadurch, dass *sú* — ausser in einigen Stellen, welche in der folgenden No. angeführt werden — nur an Stellen gedehnt erscheint, in denen die Dehnung sich aus dem Metrum erklärt (vgl. IVte Abhdlg,

3te Abthlg, S. 19 ff. und in der VIten Abhdlg *súmáya*, wo die Länge in 8 in 11 erscheint, also auch metrisch ist).

148. **s û-yávasa, s û-yavasâ'd, s û-yavasíní, s û-yavasyú** (RPr. 544; TPr. III. 7; Whitney zu AthPr. III. 21); vgl. Bem. zu No. 147.

(8 in 11) Rv. VI. 27, 7 (*súyavasyú'*).

Entschieden metrisch.

Dagegen fraglich ob metrisch.

Rv. I. 190, 6 *súyávaso* II. 27, 13, *súyávasâ*. — VI. 28, 7 *súyávasaṃ* (= Ath. IV. 21, 7, wo *súyávase*). — VII. 18, 4, *súyávase*. — X. 106, 10 *súyávasât*.

In allen diesen Stellen (I. 190, 6 ist *supraítuḥ* entweder Repräsentant von vier Silben, oder wahrscheinlich wirklich viersilbig *supraëtuḥ* zu lesen) erscheint die Länge in der 5ten Silbe elfsilbiger Stollen, so dass $\overset{5}{-}$ *vv* — statt des minder gebräuchlichen $\overset{5}{v}$*vv* — als zweiter Fuss eintritt.

Nicht metrisch:

(1 Silbe) Rv. I. 164, 40, *súyavasâ'd* (= Ath. VII. 73, 11 = IX. 10, 20). — VII. 99, 3 *súyavasíní* (= VS. V. 16 = TS. I. 2. 13. 2).

(3 in 8) Rv. I. 42, 8, *súyávasam*.

Sollte das häufige Vorkommen von *sú* mit metrischer Dehnung die nicht metrische Dehnung in diesen Zusammensetzungen herbeigeführt haben? oder wäre sie auch hier metrisch z. B. um bei *súyavasíní* in Rv. VII. 99, 3 u. s. w. den Proceleusmaticus *vvvv* im ersten Fuss zu vermeiden? Ich kann darauf noch keine bestimmte Antwort geben, ehe die Beiträge zur vedischen Metrik vollendet sind.

149. **stan â-bhúj** (RPr. 545).

(2) Rv. I. 120, 8.

Metrisch.

150. **sv â-dhî'** (TPr. III. 5).

(2) TS. I. 3. 14. 6; es ist *suádhiyam* zu lesen. Der Vers ist aus

Rv. I. 71, 8, wo der Pada-Text *su-ádhyàm* theilt. Derselbe Vers erscheint auch in der VS. XXXIII. 11; dessen Pada-Text ist mir leider nicht zugänglich; wenn wir aber wagen dürfen anzunehmen, dass der Commentator Mahîdhara ihn gekannt hat, dann stimmte er mit dem des Rv. überein; denn die Glosse lautet *sushṭu* (= su) *samantât* (= â) *dhyáyate* (= *dhî*). *Sâyaṇa* zu der TS. erklärt *svádhî* hier und in der sogleich zu erwähnenden Stelle durch *svâyattacitta* (TS. ed. Calc. I. 578 und 580).

(10 in 11) TS. I. 3. 14. 5 (es ist *suádhîḥ* zu lesen) = Rv. X. 45, 1 = VS. XII. 18. Auch hier theilt Rv.-Pada *su-ádhîḥ* und der Commentator zu der VS. glossirt auch hier, als ob der Pada-Text ebenfalls *su-ádhîḥ* getheilt habe, nämlich *çobhanâ* (= su) *áhitâ* (= â) *dhîḥ*; die damit wesentlich übereinstimmende Glosse zu TS. ist schon erwähnt.

Ueberhaupt kennt in allen Stellen, in denen *svádhî* im Rv. erscheint — und es sind deren ziemlich viele — der Pada-Text nur *sudhî*; auch im Sv.-Pada erscheint I. 6. 2. 1. 4 (= Rv. IX. 101, 10) | *su* | *ádhyaḥ* |. In Sv. I. 5. 2. 5. 4 (= Rv. IX. 65, 4) erscheint statt der Leseart des Rv. eine stark abweichende Variante.

151. **harî-çayâ'** (VPr. III 127 in der Kâṇva- Recension der VS.)
(6 in 8) VS. V. 8 (in der Kâṇva-Rec. cf. Weber's Ausg. p. 159; die Mâdhyandina hat *harî-*. Die Dehnung ist wohl das richtigere; natürlich ist sie nur metrisch).

152. **has â-mudâ** (Whitney zu AthPr. IV. 50. Der Pada-Text liest wie die Samhitâ; es ist wohl kein Dvandva-Compositum, vgl. St. Petersb. Wtbch u. d. W.)
(6 in 8) Ath. VII. 60, 6.
(2) Ath. XIV. 2, 43.
Metrisch.

153. **hṛday â-vídh** (RPr. 554; VPr. III. 96; TPr. III. 2; Ath-Pr. III. 3, vgl. IV. 68, wonach es im Ath.-Pada, wie in der Samhitâ; Pâṇ. VI. 3, 116).

(6 in 8) Ath. VIII. 6, 18.

(8 in 11) Rv. I. 24, 8 (= VS. VIII. 23 = TS. I. 4. 45. 1).

Metrisch.

154. **hrâdun î-vr̥ít** (RPr. 554).

(10 in 12) Rv. V. 54, 3.

Metrisch.

# Erklärung hebräischer wörter

von

*Paul de Lagarde.*

In der königlichen gesellschaft der wissenschaften vorgelegt am 1 Mai 1880.

Wer ein hebräisches wörterbuch schreiben will, hat zuerst für einen text des alten testaments zu sorgen, dem sämmtliche erreichbaren varianten der handschriften, übersezungen und grammatiker, und alle einem sachverständigen erwänungswert scheinenden conjecturen der kritiker untergelegt sind.

er hat danach aus den alten übersezungen, den nachbiblischen schriften der Juden, soweit dieselben der vor dem siege der arabischen cultur liegenden zeit angehören, den lexikographen des mittelalters und den schriften indoceltischer philologen und theologen eine vollständige übersicht über die tradition und über die deutungsversuche derer zu liefern, welche die tradition nicht kannten, oder aber eine tradition nicht hatten. natürlich wird er angeben, was kirchenväter und rabbiner über die aussprache der vokabeln brachten, und er muß neben der palaestinischen auch die babylonische vocalisation verzeichnen.

er hat danach das alte testament selbst zu studieren: seine bücher chronologisch zu ordnen: seine synonymik zu ergründen: durch systematische vergleichung der anderen semitischen dialekte festzustellen, was in der sogenannten hebräischen sprache semitisch, was hebräisch, was israelitisch, was jüdisch ist.

er hat die ergebnisse seiner forschung durch parallele untersuchungen der geschichte und der religion des alten testaments zu controllieren.

nichts von dem allen ist bisher geschehen: man begreift sogar nicht einmal, daß es geschehen müsse.

die aufgabe meines lebens wäre, soweit dieses leben wissenschaftliche

aufgaben hat, gelöst, wenn ich nur einen teil der an erster stelle genannten arbeit, so gut es gehn will, geliefert hätte.

aber wer das ziel seit mehr als dreißig jaren im auge hat, sieht nicht nur das, was unter seinen füßen ist, und was er schritt für schritt hinter sich bringt, sondern wenigstens ab und zu auch den weg in der ferne sich bergan winden, den er selbst nie wandeln wird. möge was er so gesehen zu haben meint, dereinst sich denen als tatsache erweisen, welche daran vorübergehn werden.

mir scheint ratsamer was ich zum hebräischen lexicon zu bemerken habe, in eignen heften vorzulegen als es in commentare unterzustopfen.

## איפה

APeyron verzeichnet 150 als oberaegyptisch ein weibliches ⲟⲩⲟⲙⲉ, dem وِيبَة der Araber entlehnt sei, mit den citaten Zoega 355 SdeSacy Abdallatif 153, und läßt איפה der Hebräer und *οἰφὶ* der Alexandriner dem ⲟⲩⲟⲙⲉ consonare: danach ein memphitisches, ebenfalls feminines ⲟⲩⲱⲙⲓ aus Kircher 143. er unterläßt anzufüren, daß PEJablonsky opuscula I 182 183 und noch vor diesem der von ihm citierte anonymus der göttingischen zeitungen von gelehrten sachen »IX 549«, vermutlich IDMichaelis, איפה neben das koptische ⲱⲙⲓ gestellt hat.

Zoega hat an der angefürten stelle seines katalogs das ⲟⲩ jenes ⲟⲩⲟⲙⲉ als unbestimmten artikel angesehen, denn er sagt in der anmerkung ⲟⲙⲉ ⲧ *modius, epha.* ein memphitisches ⲟⲩⲱⲙⲓ dürfte ebenfalls zu beanstanden sein. Kirchers ϯⲟⲩⲱⲙⲓ mag sein ⲟⲩ dem einflusse des entsprechenden الويبة danken, denn in meinen texten findet sich nur ⲱⲙⲓ.

um dies zu erhärten, muß man nur beobachten, wie teilungszalen mit unmisverständlichen wörtern verbunden werden.

*τὸ τέταρτον τοῦ εἶν* Exod 29, 40 Num 15, 4 5 28, 5 6 = ϥⲣⲉ̄ ⲛ̀ⲟⲩϫⲓⲙ: *τὸ τρίτον τοῦ εἶν* Num 15, 6 = ϥⲣⲉ̄ ⲛ̀ⲟⲩϫⲓⲙ: *τὸ ἥμισυ τοῦ εἶν* Num 15, 9 10 = ⲧϥⲁⲓ ⲛ̀ⲟⲩϫⲓⲙ. danach wird *τὸ δέκατον τοῦ οἰφεὶ* ϥⲣⲉⲗⲗⲏⲧ ⲛ̀ⲟⲩⲱⲙⲓ heißen, wenn dem *οιφει* ⲱⲙⲓ entspricht: sonst ϥⲣⲉⲗⲗⲏⲧ ⲛ̀ⲟⲩⲟⲩⲱⲙⲓ. wir lesen aber stets nur ϥⲣⲉⲗⲗⲏⲧ ⲛ̀ⲟⲩⲱⲙⲓ.

folglich ist ϯⲟⲩⲱⲙⲓ ein fehler: es muß ϯⲱⲙⲓ heißen, dem natürlich im Çaîd ein ⲧⲟⲙⲉ entsprochen hat.

daß nun die Griechen in älterer zeit *οιφει*, nicht *υφη υφει υφι*, geschrieben, erhellt aus Epiphanius 26, 6. der bei Hultsch I 272, 8 9 sinnlose text ist durch S hergestellt worden. man konnte aber *οφεν* wol nur dann als original von *οιφει* ansehen, wenn *οιφει* in der anderen sylbe ein *ε* hatte. daß der einfall an sich wertlos ist, bedarf keiner auseinandersezung. ܐܘܦܐ = *ὀφὲν* meint den singular des bekannten duals חפנים Exod 9, 8 Levit 16, 12 Ezech 10, 2 7. in Eccles 4, 6 wird מלא חפנים für die säze des Epiphanius sehr erläuternd mit *πληρώματα δύο δραχῶν* gegeben.

wenn איפה richtig mit *χοῖνιξ* übersezt ist, so enthielt sie so viel mehl oder graupen, wie ein rüstiger mann an Einem tage verzehrte: Boeckh staatshaushaltung der Athener[2] I 128 396.

## אל

Die lexikographen leiten, meines wissens mit nur einer einzigen ausname, אל von der wurzel אול ab. ich behaupte, daß es von אלי herstammt.

Wer sich über אל eine meinung bilden will, muß zuerst wissen, daß dies nomen sich auch im assyrischen, phoenicischen und homeritischen findet, daß es im syrischen und nord-arabischen nicht vorkommt.

Allerdings verzeichnen die arabischen wörterbücher اله (unter אלל) und ايل: man lese EWLane 137, um zu erfaren, daß von ايل die Araber selbst wissen, daß es in irer sprache nicht ursprünglich ist. اله bedeutet im arabischen *relationship*: gibt man ihm irgendwo den sinn *gott*, so ist das für das hebräische one belang, da אל nie, اله überall ein doppeltes L hat, mithin اله *gott* mit אל *gott* nicht verwant, sondern اله *gott* aus אל entlehnt ist.

PSmith behandelt 150 151 ܐܠ: niemand, der Smiths material übersieht, und dabei praktische kenntnis des aramäischen besizt, wird ܐܠ für echt-syrisch halten.

Wol aber ist אל phoenicisch. PSmith citiert als belag aus des Hieronymus briefe 136 Phoenicibus Il qui Hebraeis El. der brief an Marcella, welcher früher die nummer 136 trug, und bei Vallarsi die 25 trägt (I 128 129 Vallarsi[1]), enthält diese worte nicht. aber in dem stücke, welches Eusebius *προπαρασκευὴ* I 10 aus Sanchuniathon erhalten,

wechselt 36[c] Viger = I 80, 13 Gaisford *Ιλος Ηλος Ηλιος*, 37[b] = I 82 *Ιλος Ηλος Ολος*: zu 40[c] = 90,6 ist Valckenaer de Aristobulo 15 (= IV 354 355 Gaisford) nachzulesen.

so ganz one vorbehalt vermag ich dies nicht anzunemen.

wie gering der wert der ausgabe Gaisfords ist, weiß jeder der sie gebraucht hat: wie dürftig die für die *προπαρασκευη* zu gebote stehenden hülfsmittel sind, kann bekannt sein: die in einem codex vom jare 411 erhaltene syrische übersezung der bücher Eusebs *περὶ θεοφανείας*, welche große stücke der *προπαρασκευη* in einem besseren texte als dem Gaisfords zur verfügung stellt, werde ich gelegentlich nuzbar machen.

über Sanchuniathon selbst sind die akten noch nicht geschlossen. ich gebe zu bedenken, daß noch nicht erwogen worden, wie unfolgerichtig die umschreibungen semitischer vokabeln in dem stücke sind.

Das homeritische אל ist seit EOsiander ZDMG X 53 nie bezweifelt worden. seine aussprache ist sicher IL gewesen, da *Ιλάσαρος* Strabos one frage mit recht von EOsiander ZDMG XX 237 für אלשרח gehalten wird, da wir وهبيل [= נתניה oder יונתן] überliefert finden, und *Χαριβαηλ* des Periplus insofern dazu stimmt, als *η* sicher wie *ι* gesprochen wurde: vergleiche nur das *λημα* und *λειμα* mancher zeugen Matth 27, 46 = لما, das mit dem syrischen *λεμα* und dem hebräischen *λαμα* wechselt.

Ueber das assyrische il schreibt mir Iulius Oppert — es ist selbstverständlich, daß man über assyrisches nur bei ihm fragt —:

> das assyrische zeichen, welches gott ausdrückt, ist eines der ersten, die erkannt worden sind. schon de Sacy, Grotefend, Löwenstern und de Saulcy waren über seine bedeutung nicht im unklaren. seinen sylbenwert AN hat erst Hincks 1849 gefunden, die assyrische aussprache ILU hat Rawlinson festgestellt, und in seinem 1851 veröffentlichten, leider unvollendet gebliebenen commentare zur inschrift von Behistûn veröffentlicht. er fürt daselbst die babylonischen ziegel an, welche für Babylon entweder die zeichen tor-gott BA KI = *land*, *erde* geben, oder diese ideographischen zeichen durch die sylbenzeichen BA BI I LU, BA BI LU, BAB BI LAV und änliche ersezen. Oppert fand dann 1855 in einem syllabare das zeichen AN durch ILU erklärt.

auf sumerisch heißt gott DINGIR oder DIMIR, was Rawlinson schon vor langer zeit mit dem mongolischen tenghri verglichen hat.

aber die aussprache ILU oder IL, plural ILĒ oder ILĀNI, ist keineswegs die primitive des zeichens AN, das einen achtstraligen stern vorstellt. Oppert glaubte früher, diese hieroglyphe bedeute stern, doch hat er selbst diese vermutung zurückgenommen. diese acht stralen bezeichnen wie im indischen die acht richtungen des himmels, und die hieroglyphe bedeutete ursprünglich himmel, auf sumerisch ANNA, woher der sylbenwert AN stammt: assyrisch lautet dasselbe zeichen dann SAMĒ: die gewönlichste bezeichnung des semitischen worts ist AN-E, das heißt, himmel mit dem phonetischen complemente E. so heißt AN KI nicht gott der erde, sondern ist der gewönliche ausdruck für himmel und erde.

verdoppelt — übereinander gesezt — hat $\frac{\text{AN}}{\text{AN}}$ den sylbenwert NAP, was im medischen und susianischen gott bedeutet: dreimal gesetzt $\frac{\text{AN}}{\text{AN}}$AN entsteht das zeichen stern, syllabisch MUL, assyrisch KAKKAB.

ich hatte vor 32 jaren den monatsnamen אלול إلول mit אל in verbindung gebracht. ich weiß, seitdem im September 1865 Oppert ZDMG XX 180 eine liste der assyrischen monatsnamen gegeben, daß Ululu die urform von אלול ist, mithin אלול, mag Ululu selbst herstammen woher es will, mit אל nichts zu schaffen hat.

Für ausgemacht halte ich nach dem vorstehenden, daß אל bei Assyriern, Phoeniciern, Homeriten Il lautete, was wir so wie so ansezen müssen, wenn wir das tiberiensische אל (mit çêrê) ins semitische zurückfüren.

dabei kommen vielleicht noch *βαίτυλος* und *βαιτύλιον* in betracht: ich bin aber nicht kenntnisreich genug, um über sie zu reden.

Es fragt sich nun, wie man dies Il erklären soll.

Eusebius *προπαρασκευὴ* XI 6, 20 nennt *ελωειμ* und *ηλ* verwant. *ἐλωεὶμ παρὰ τὸ ἦλ. τοῦτο δὲ ἑρμηνεύουσιν ἰσχὺν καὶ δύναμιν.*

Hieronymus im briefe an Marcella (25 oder 136 = I 129 Vallarsi[1]): primum nomen dei est El, quod Septuaginta deum, Aquila, *ἐτυμολογίαν* eius exprimens, *ἰσχυρόν,* id est fortem, interpretatur. am rande Gs findet sich dies *ἰσχυρὸς* häufig für אל.

die wurzeln עוו und עי halte ich gar nicht für dreiconsonantig, sondern — seit jaren habe ich dies öffentlich gelehrt — für zweiconsonantig, erachte aber den langen vocal des ersten buchstaben für ursprünglich. grund: niemand vermag one künstelei הקים اقام oder קמת قمت aus aqwama qawamta zu erklären, zumal da צוח جوق مصب und die vielen änlichen genügend erhärten, daß ein waw als zweiter radical semitischen oren durchaus nicht fremdartig klang: صب und مصب sind unverwant.

damit fällt für mich die nötigung fort, אויל *narr*, und die berechtigung اول *erster* mit אל *gott* auf dieselbe wurzel zurückzufüren.

آل ist alltäglich als synonym von رجع: zwei beispiele in meinem psalterium Hieronymi 157 mitte: ECastle citiert aus Erpenius Iohann 16, 20 حزنكم يوول الى فرح = *ἡ λύπη ὑμῶν εἰς χαρὰν γενήσεται*, Philipp 1, 19 هذه الاشياء تووّل لى الى الخياة = *τοῦτό μοι ἀποβήσεται εἰς σωτηρίαν*, und aus dem Polyglotten-Araber Philipp 2, 23 اذا رايت ما تووّل اليه امورى = *ὡς ἂν ἀπίδω τὰ περὶ ἐμέ* (*wohin es mit mir hinaus will*). es ist billige gelehrsamkeit aus Ḥarîri[2] 33, 4 انا للدهر الموقع und 424[1] ولى وآل zu citieren. nur stellen wie die lezt angefürte möchten den einen oder andern auf die bedeutung der wurzel zu weisen scheinen, welche man als die gebräuchliche ansieht, *stark sein.*

KAbel hat an andern ortên und in PLindaus nord und süd IX 359 ff darauf aufmerksam gemacht, daß die ältesten sprachen an homonymen überreich sind. ich habe ihn daran erinnert, daß die Chinesen durch den accent buchstäblich gleich lautende sylben differenzieren, daß mithin die homonymie nicht so ausgedehnt gewesen zu sein braucht, wie es auf den ersten anblick scheint. nichts destoweniger muß ich auch für das semitische, das ja freilich keine einsylbige sprache, aber doch in der zal der wurzeln höchst beschränkt ist, an dem glauben festhalten, daß in den verschiedenen semitischen dialekten gleich aussehende wurzeln völlig unverwant sein können, weil sie ganz verschiedenen ursprungs sind. جاب *er brachte* (Dozy supplément 238) entstand aus جاء ب, und ist mit ursprünglichem جاب nicht zusammen zu werfen: auch ist denkbar, daß schon in der ältesten zeit ursprünglich einander fremde wurzeln sich vereinigt, wie das in فدا = رضى = رعى und جنى = جنء der fall

gewesen ist, one daß die dilettanten es gemerkt haben, welchen wir in unsrer weisheit handwörterbücher zu schreiben gestatten.

die bedeutung *dick*, *stark sein* scheint mir die wurzel אול nicht gehabt zu haben: aus איל *widder*, איל *hirsch*, איל *hülfe* vermag ich sie nicht zu erschließen, und um איל *τερέβινθος* aus ihr herzuleiten bin ich vollends zu unbegabt. übrigens sind אין איל = *ἀβοήθητος* Psalm 88, 5 und אילות *βοήθεια* Psalm 22, 20 syriasmen: was PSmith bietet, reicht zum erweise dieser behauptung völlig aus.

es wäre neu, nachdem man sich überzeugt hat, daß die Aramäer אל *gott* nicht kennen, das hebräisch-assyrisch-homeritische אל gerade aus einer aramäischen wurzel erwachsen sein zu lassen.

wie alt איל *widder* und איל *hirsch* ist, kann man daraus erschließen, daß die Kopten (Ignaz de' Rossi etymologiae aegyptiacae 249 45) es als ⲱⲓⲗ = οιλε und ⲉⲓⲟⲩⲗ kennen: leute, welche deutsch als muttersprache reden, sollten, um dies beiläufig zu bemerken, sich schämen, אילה mit *hindin* zu übersezen, welche bildung (man sagt hinde) mit kühin, stutin, rickin, hennin auf Einer linie steht, was selbst im heutigen Deutschland noch nicht gewagt wird.

אל *gott* als nächsten verwanten von איל *widder* und איל *hirsch* zu betrachten — nun, auch dazu gehört ein kräftiger glaube, den ich weder besize noch zu erwerben geneigt bin.

Sehen wir uns einmal nach analogien um.

אל *gott* behält sein çêrê in der verbindungsform der einheit, vor dem suffixum der ersten person singularis und in beiden formen der mehrheit: alle anderen gestalten des wortes sind nicht nachweisbar.

unverglichen müssen bleiben בל = בעל als nicht eigentlich hebräisch: חך = حنك (vgl خص = عنق Lagarde zu Prov 25, 10): עז = عنز: עת = עדת: רם = ראם: שש = سدس Lagarde armenische studien § 2129: שת, weil parallel mit שאן, und darum von שאה abzuleiten. חל hat neben sich חיל, wie חק neben sich חיק hat: כם scheint schreibefehler statt נם.

unverglichen müssen ferner bleiben אב אט אם אש את גז דד זר חן חץ חת כן כת לב מן נר נם נע צל קן קץ שן תל.

ebenso דע von ידע, ein infinitiv: כף, das كف neben sich hat, weil

ein אאל undenkbar ist: ער נר מת זד גר, weil אל *gott* kaum ein neutropassives particip sein kann: רע, weil es als fremdwort (von ܪܥܐ = رضى) und noch dazu als ein von den Aramäern übernommenes fremdwort für das den Aramäern fremde אל nicht als analogie dienen darf.

desgleichen שם עץ בן und שת = است, weil sie in den verbindungsformen des plurals und בן wie שם vor suffixen den ersten consonanten nur mit halbem vocale sprechen: אד, da die herkunft dunkel, wie גא Isa 16, 6 und עט Ps 45, 2, da die formen mit suffixen und die plurale unbelegbar sind: גב, weil es schwer verstanden werden kann (vergleiche zu Regn $\gamma$ 6, 9 Lagarde armenische studien § 499): יש und כן, weil sie keine nomina sind.

so bleiben גו Isa 50, 6 usw, סטים = שטים, und bedingungsweise כלים, der plural zu כלי, zu dem verglichen werden kann, daß ܡܢ ܫܠܝ auch als ܡܢܫܠܐ auftritt.

damit dürfte erwiesen sein, daß אל zur wurzel אלה gehört.

Wenn es sich nunmer darum handelt, die ursprüngliche bedeutung dieses אל zu finden, so müssen dem versuche es zu tun einige vorbehalte vorauf geschickt werden.

falls אל ursprünglich den planeten Saturn bedeutet, und erst später die allgemeine bedeutung gott angenommen hat — man mag denken, der Saturn als fernster planet sei als lezte instanz am himmel angesehen worden, und so אל der name dessen geworden, der die weitgreifendste, ja allumfassende gewalt im himmel und auf erden besizt —, dann wird der sinn von אל ein anderer sein, als wenn der umgekehrte weg gegangen worden.

ich sehe keine möglichkeit, eine entscheidung für die eine oder die andere alternative zu treffen, da das gesammte system jenes uralten glaubens, dessen reste einer אל sein wird, mir unbekannt geblieben ist, und nur die einsicht in das ganze mir gewär dafür leisten würde, daß ich seine einzelnen teile nicht zu gröblich misverstanden habe.

sodann sollte man nie vergessen, daß die sprache und die religion nicht den bedürfnissen entsprungen sind, sich mit dem nicht-ich durch eine phrase abzufinden — phrasen kann der mensch nur brauchen und

wendet sie nur an, wenn er weiß daß, er mag sie anwenden oder nicht, alles troz irer seinen geregelten gang geht —, daß sie vielmehr einer epoche entstammen, in welcher man durch tägliche kämpfe und versuche erobern und sich fügen lernte. in der ältesten sprache stand man, wenn es galt, göttlichen wesen einen namen beizulegen, lebendigen personen gegenüber: dieser personen namen flossen aus dem eindrucke, welchen die personen auf den nennenden machten. je genehmer eine etymologie derartiger wörter modernem empfinden ist, desto sicherer ist sie unrichtig.

also nur eine vermutung gebe ich, freilich eine vermutung, welche mich glaublich däucht.

fünf mal findet sich die redensart יש לאל ידי, Genesis 31, 29 Deut 28, 32 Mich 2, 1 Prov 3, 27 Nehem 5, 5. daß diese bedeutet *es steht in meiner gewalt*, ist zweifellos. daß nicht die famose wurzel אול dieses אל hervorgetrieben hat, ist mir sicher, da איל *widder* und איל *hirsch* nicht mit einem אל zusammenhangen werden, welches nicht — wir würden sagen: pferdekraft — sondern ethisches vermögen bezeichnet. der tractat ספרים 4, 9 hat ein böses gewissen, wenn er dies אל als חול bezeichnet. es ist für mich mit אל *gott* identisch: beide bedeuten *das was in reichweite liegt*, אל *gott* vielleicht *den, welchem man zustrebt.* نشانه Hafis 487, 4. ich wiederhole, daß eine bestimmtere deutung von אל *gott* zur zeit noch unerlaubt ist.

אלה *er schwor* steht neben השבע, arabisch حلف neben قسم und الا IV V und VIII: syrisch braucht man ܡܐܡܐ (daher — mit artikel — ܡܘܡܬܐ, was vielfach pluralpunkte erhält, aber eine bildung wie مرماة ist): aethiopisch መሐለ፡ — zum beweise, daß die anschauungen über den eid bei den Semiten sich oft verändert haben: denn diese vokabeln müssen jede eine andere auffassung der sache spiegeln, oder aber die ceremonie bezeichnen, welche den schwur begleitete und darstellte. vergleiche was ich über das persische سوگند خوردن in meinen beiträgen 18, 16 ff gelehrt habe.

השבע nun erläutert sich aus Genesis 21, 28 [Herodot γ 8] und den parallelen: אלה, wenn ich nicht irre, aus Genesis 24, 2 9 47, 29. bedeutete השבע *zwischen sieben opfertieren oder opfertierstücken eine heilige handlung vollziehen*, so muß אלה *hinstrecken*, *hinreichen nach* bedeutet haben.

diese vermutung wird bestätigt durch eine andere ableitung der wurzel אלה, durch die praeposition אל, mehrheit אלי, arabisch in längerer form إلى, arabisch, syrisch, hebräisch, aethiopisch auch kürzer ل ل ل.

إلى deute ich ما يلى: ist es ein nomen, so ist klar, warum ل sowol accusativ als dativ bezeichnen kann: es bezeichnet eben keinen von beiden, sondern ضرب لحي ist = er gab in die gegend des mannes, ضرب لحي = er schlug los auf den mann.

und nun noch das phoenicische אלן *gott*, dessen aussprache alon Plautus bewart, dessen eigentliche gestalt zuerst der sarcophag des אשמנעזר geboten und der herzog de Luynes erkannt hat.

bei אלן an eine wurzel אול zu denken ist mindestens nicht notwendig.

Olshausen nennt § 215[d] als nomina, welche durch -ân von holen wurzeln abgeleitet sind, ששן זדן לשן גחן, auch לצן und einige eigennamen: er verschweigt nicht, daß diese nomina (was bei einer abstammung von עו auffällig ist) in der verbindung und vor suffixen ihr erstes a verlieren, aber er hätte bedenken sollen, daß גחן vermutlich zu جحى gehört, לשן sicher لسان לשון neben sich hat, daß »eigennamen« wenig, »einige« eigennamen gar nichts beweisen. da wir אסן ארן גאן המן חזן חרן יגן עזן צין רזן רצן שאן unzweifelhaft von wurzeln לי oder לו ableiten müssen, ist mindestens warscheinlicher, daß wir אלן ALON bei אלה unterzubringen haben. es zu deuten überlasse ich andern.

wenn ich vorhin גחן zu جحى gestellt, so weiß ich, daß zu Gen 2, 13 גיחן die gelegentlich nach 12 verschlagenen worte *χάσματα ἢ ἐχχύτης ἢ στῆθος* gehören. nach Hieronymus onom I 6, 23 Geon pectus sive praeruptum, nach dem anonymus ebenda I 189, 98 *Γειων στῆθος ἢ χάσμα ἢ διατομὴ χάρπος*, Hoffmanns glosse 2865 مفرج جيحان النيل معما معصص نسم, wo der punctator mit unrecht die Cor *β* 9, 7 für *ἱλαρὸς* vorkommende steigerungsform von مرب *er freute sich* suchte, da das aramäische aequivalent von חזה *brust* PSmith 1200 gemeint war, und man مفرج nicht als particip II Dozy II 248, sondern als übersezung jenes *διατομὴ* anzusehen haben dürfte: Lane 2361[1]. חן = *χάρις*, aber ג = *διατομή*?

בת

Epiphanius schreibt *περὶ μέτρων καὶ σταθμῶν* 21, 10 *βάδον*, nicht

*βάτος*: er sagt, das wort sei *συνωνύμως τῷ ἐλαιοτριβείῳ καλούμενον βίθ· βάδον γὰρ ἑρμηνεύεται ἐλαιοτριβεῖον.*

dagegen steht *βάδος* bei Epiphanius im griechischen und syrischen texte 21, 5 und *βάτος* in den *κεφάλαια* 3, 6. an lezterer stelle geben $S^1$ $S^2$ am rande בוץ. daneben gelegentlich *βάθος*.

*βάδος* brauchen Lucas 16, 6 nach LSX (wo AB und viele andere *βάτος* haben): Iosephus archaeologie *η* 2, 9: Hesychius, der *βάτος* erst in zweiter linie auffürt.

G nimmt בת nicht originaliter herüber: בת *χοεὺς* Regn *γ* 7, [26] 38: *μέτρον* Paral *β* 2, 9 Ezechiel 45, 10: *μετρητὴς* Paral *β* 4, 5: *κεράμιον* Isaias 5, 10: *κοτύλη* Ezechiel 45, 14 — eine abscheuliche liste. durch Hieronymus IV $75^a$ (Vallarsi[1]) lernen wir, daß Isaias 5, 10 soli LXX transtulerunt laguncula (er meint *κεράμιον*, dessen syrisches aequivalent קולא [mit artikel קולתא] Epiphan §29, 1 32, 3 37, 2 [= *ὑδρία* Epiphan 54, 1 = ܒܘܙ Praetermissa 39, 84] = ܩܘܠ Dozy supplément II 387 das original zu Epiphans *κόλλαθον* ist), omnes alii batum interpretati sunt, quod hebraice dicitur beth.

dies beth des Hieronymus ist identisch mit dem Regn *γ* 5, 25 für כר auftretenden *βαιθ* oder *βεθ*, wo andere *βαδων*, der Syrer meiner Fragmenta בוץ: Theodorets frage 21 zu *Βασιλειῶν γ* (I 304 Sirmond = I 466 Schulze) Nicephors catene II 677. hier hat G die richtige lesart aufbewart. batus, sagt Hieronymus IV $75^b$, in liquidis speciebus dicitur, so daß er zum oele paßt, was der für trockene gegenstände bestimmte כר nicht tut. es ist nicht auszumachen, ob כר in בד oder in בת zu ändern ist.

zunächst steht fest, daß ص in meinen Geoponikern *ια* 13 seite 85, 22 ganz unverkennbar das werkzeug ist, mit dem man oliven presst. Hoffmanns glosse 2246 صم صمسا ث البذ وهو ما يرسل على ما يعصر السهم صا. Buxtorf belegt 260 das wort aus dem talmûd, RDozy supplément I 56 weist بذ im sinne dieses ص im arabischen nach. das *ἐλαιοτριβεῖον* Epiphans ist mithin gerechtfertigt.

בת kann füglich eine zusammenziehung aus בדת sein: ein ܒܕ *gewalt* kennen die wörterbücher.

*βάδος* entspräche dem masculinum ܦ, *βάθος* und *βάτος* dem femininum בת, und zwar wäre *βάθος* die ungelehrte, *βάτος* die gelehrte, auf die ungeschriebene verdoppelung des aus דת entstandenen ת rücksichtigende aussprache.

Epiphanius 26, 3 lehrt, im hebräischen sei *χοῖνιξ* männlichen geschlechts. er kann nur בת meinen, das allerdings bei Isaias 5, 10 wie sich geziemt weiblich, aber bei Ezechiel 45, 10 nach Gesenius 251 männlich ist: aus Epiphans worten wird folgen, daß im vierten jarhunderte das ת in בת völlig unverstanden, und בת nur männlich war. wer בת für männlich ansah, durfte nur *βάθος*, nicht *βάτος*, sagen.

die tochter heißt hebräisch בת mit a, arabisch بنت mit i: in גת geht a neben i und *ε* (*Γεθ*) her: so möchte *βεθ* sich erklären lassen. עתה *jezt*, ein accusativ von עת = עדת *zeit*, ist sehr belehrend für das verhältnis von ܦ בת *βεθ*. Gesenius nennt an einer stelle, wo sie nicht zu nennen waren, monumenta II 404, als beispiele der zusammenziehung von dt in t = tt לת aus לדת, אחת aus אחדת und andere.

doch ist auch möglich, wenn gleich sehr unwarscheinlich, daß *βεθ* gar nicht einem בת, sondern einem בד entspricht. auslautendes ת schreiben die übersezer nicht selten *ϑ*, wie auslautendes ג *χ*, um die anhauchung der buchstaben auszudrücken. dies ist so bekannt, daß umgekehrt *Γολιαθ* = גלית, weil der Syrer sein *ϑ* für identisch mit dem von *ιωθ* Lagarde psalterium Hieronymi XIV onomastica I 206, 75 oder von ܝܘܕ = דויד nam, Fragmenta 65, 41 73, 20 und oft als ܕܘܝܕ, daß *δαλεθ* = דלת Praetermissa 148, 19 und oft als ܕܠܬ erscheint.

da nach dem gesagten ܦ der stempel ist, welcher in der presse auf das zu pressende niedergedrückt wird, dürfte ܦ mit בד *ἀναφορεὺς φορεὺς μοχλὸς διωστὴρ σκυτάλη* identisch sein.

der ܦ arbeitet sehr gewaltsam, denn oliven werden nicht so one mühe zerquetscht wie weinberen: folglich muß der ܦ eine starke stange gewesen sein, so daß בד füglich *tragestange*, *hebel*, *vorlegebalken* bedeuten konnte.

dadurch, daß *βάδος* neben בת steht, ist unwiderleglich bewiesen, daß das maß בת nicht unter die wurzel בתת gehört.

## הלל und הודה

So weit meine kenntnis der einschlagenden litteratur reicht, hat man sich noch niemals daran erinnert, daß es etwas anderes ist, den psalter, etwas anderes, die psalmen auslegen. dasselbe was ich in den Symmicta I 55 im jare 1870 für die ersten stücke des jüdischen canons, was ich ebenda 142 im jare 1876 für das jezt erste buch unter den propheten getan habe, tue ich hier für das jezt erste stück unter den hagiographen: ich frage, wie der psalter als ganzes zu verstehn ist.

ihn für ein zufälliges aggregat von liedern zu halten geht nicht an.

die zuerst bei Hippolytus von Rom erwänte einteilung des psalters in fünf bücher muß vom sammler selbst herrüren, da niemand glauben wird, daß irgend welcher spätere ansehen genug besessen, die schlußformeln 41, 14 72, 19 89, 53 106, 48 zu bestandteilen des heiligen textes selbst zu machen, was dieselben one frage bereits für den ältesten griechischen übersezer allesammt, was die des vierten buches für den verfasser von Paral *α* 16, 36 gewesen. hat aber der sammler sein werk eingeteilt, so hat er auch nach einem plane geordnet.

die fünf teile des psalters können nicht ursprünglich fünf einzelne hymnenbücher gewesen sein. wären sie das gewesen, so würde gott, falls anders יהוה und אלהים nach bestimmten grundsäzen abwechseln, allemal in ganzen büchern, nicht aber in teilen von büchern, unter gleicher bezeichnung vorkommen. nun hat aber das dritte buch des psalters in 84 bis 89 mehr יהוה, wärend es in 42 bis 83 meist אלהים verwendet. außerdem findet sich in elohistischen teilen יהוה, in jahwistischen אלהים zum beweise dafür, daß der gebrauch von יהוה und אלהים nichts charakteristisches für die einzelnen bücher als einzelne bücher ist.

alles erklärt sich durch die anname, daß die fünf teile des psalters für fünf verschiedene teile des gottesdienstes bestimmt gewesen sind.

wie es für die einzelnen Israeliten je nach den umständen einen אל oder אלה oder אלהים oder יהוה gab, so auch für die gemeinde: es kann füglich ein fest mit der anrufung von אלהים anheben, und mit der anrufung von יהוה schließen: es kann füglich an einem bestimmten

punkte der liturgie für angezeigt gegolten haben, unter die nennung יהוה s die אלהים s, unter die nennung אלהים s die יהוה s zu mischen.

bekanntlich finden sich einzelne psalmen des einen buches in einem andern wieder. ich kann mir nicht denken, daß die synagoge dies nicht bemerkt haben sollte. hat sie es aber bemerkt, so würde sie die wiederholungen beseitigt haben, wenn dieselben nicht einen ihr bekannten zweck gehabt hätten. dieser zweck kann nur der gewesen sein, der gemeinde oder aber dem tempelchore ein an verschiedenen tagen des synagogenjares beim gottesdienste gebrauchtes lied jedesmal in der gestalt in die hand zu geben, in welcher es an dem einzelnen tage gebraucht wurde.

schon der umstand stimmt für meine auffassung günstig, daß die ersten lieder des psalters, in dem 1 und 2 als vorwort galten, nämlich 3 und 4, abendlieder sind: der jüdische tag hob mit dem abende an, daher mußte eine für den gottesdienst bestimmte sammlung an irer spize abendgebete haben. daß die psalmen 113 bis 118 bei dem paschagottesdienste angewandt werden, kann helfen, den zweck des psalters zu ergründen.

die sammlung ist natürlich eine sammlung einzelner lieder, welche vielleicht von dem sammler selbst nach bedarf bearbeitet oder aus eignen mitteln vervollständigt worden sind. der ursprüngliche sinn eines jezt im psalter stehenden gedichtes braucht durchaus nicht der zu sein, welchen der sammler ihm unterlegte, so wenig wie der von dem sammler ihm untergelegte sinn der gewesen zu sein braucht, welchen die christliche kirche mit ihm verband. das leben nimmt seine narung überall her, und macht dasjenige was es ergreift, eben dadurch sich nuzbar, daß es dasselbe sich amalgamiert: so lange es eine geschichte gibt, ist es so gehalten worden. was nicht erlaubt werden darf, ist nur das, daß der verstand, das heißt hier: die protestantische dogmatik, das sich anmaße, was das leben tun darf, und das andere, daß christliche theologie sich herausneme zu behaupten, der sinn, welchen die christliche kirche aus einem alten schriftstücke heraushört, weil sie ihn im herzen trägt, sei auch der ursprüngliche sinn des verfassers dieses schriftstückes, welcher christliche gedanken und empfindungen im herzen zu tragen schlechthin außer stande war.

wer den psalter verstehn will, muß die ordnung des gottesdienstes kennen, bei welchem der psalter in anwendung kam. wer die psalmen verstehn will, muß zuvor den psalter verstanden haben, weil one weiteres gewiß ist, daß der sammler des psalters diejenigen psalmen, welche nicht von vorne herein für die sammlung angefertigt wurden, so zurecht gemacht haben wird, daß sie seinem zwecke dienten, alle interpolationen und textumgestaltungen mithin nur nach der idee des psalters erkannt werden können.

der gottesdienst der synagoge hat sich merere male geändert. er wird ein anderer im tempel Salomons, ein anderer im tempel des Esdras, ein anderer im tempel des Herodes, ein anderer in den am ende der römischen republik und zu anfang der Caesarenherrschaft an so vielen orten zu findenden proseuchen gewesen sein.

in welche epoche gehört nun der psalter?

sicher nicht in die epoche der proseuchen, weil er notorisch älter ist, als alle nicht in Palaestina selbst gelegenen proseuchen, man müßte denn proseuchen auch den zur zeit des Ieremias und früher nach Aegypten geflüchteten Juden zuschreiben. es wird sich unten erklären, warum der name תהלים den namen ܡܙܡܘܪܐ مزامير መዝሙራት: zu derselben zeit plaz machte, in welcher an die stelle des zerstörten dritten tempels endgültig die von da ab synagogen genannten proseuchen traten.

da nun an die zeiten des tempels Salomons niemand denken darf, weil eine lange reihe von psalmen ersichtlich spät ist, so bleibt nur übrig den psalter als das im tempel des Esdras gebräuchliche gesangbuch anzusehen.

mithin wird, wer den psalter auslegen will, sich eine vorstellung von dem gottesdienste des zweiten tempels zu verschaffen haben.

ich hoffe wenigstens eine kleinigkeit dazu beitragen zu können, eine solche vorstellung zu ermöglichen. daß im talmûd und den ihm gleichwertigen schriften vieles hergehörige steht, weiß ich: leider bin ich außer stande diese bücher ganz durchzulesen, um es zu sammeln, und one eine ganz vollständige sammlung der vorhandenen notizen wird man sicheres nicht gewinnen.

Wir haben im jüdischen canon mehr als eine stelle, in welcher die musikeinrichtungen des hebräischen und jüdischen gottesdienstes erwänt werden. am sichersten wird sein, von Nehemias 12, 27 ff auszugehn, weil wir da eine im wesentlichen auf Nehemias selbst zurückzufürende urkunde vor uns haben.

es wird die einweihung des zweiten tempels beschrieben. bei dieser sind Leviten und priester tätig. die Leviten wonen im landbezirke von Ierusalem, heißen משוררים, und müssen, um bei der feier mitzuwirken, besonders beschickt werden. daraus folgt nicht notwendig, daß sie beim gewönlichen gottesdienste nichts zu tun hatten: jedes außerordentliche fest wie die tempelweihe war eigens anzusagen. die Leviten wirken mit drei instrumenten: מצלתים, נבלים und כנרת. hingegen die priester sind in Ierusalem selbst angesessen: beim feste brauchen sie nach 34 חצוצרת. den Leviten wird 27 nachgesagt, daß sie חנכה ושמחה ובתודת ובשיר machen, wonach wir berechtigt sind, die תודת und den שיר auf ire drei instrumente zu verteilen, und vermutungsweise die תודת den מצלתים, den שיר den נבלים und כנרת zuzugesellen.

Paral β 5, 12 ff spielen unter Salomon die לויים משוררים auf מצלתים, נבלים und כנרת: sie stehn dabei unter der leitung von Asaph, Haeman, und Iduthun. inen zur seite werden priester genannt, welche חצוצרת blasen. hier werden נבלים und כנרת deutlich als כלי שיר bezeichnet. man meint aus 13 herauslesen zu dürfen, daß den priestern und iren חצוצרת zukam להלל, wärend es der Leviten sache war להודת. schreibt der gewärsmann sorgfältig, so gehören die מצלתים dem Asaph, die נבלים dem Haeman, die כנרת dem Iduthun. aus Paral α 16, 5 ergibt sich wenigstens, daß dem Asaph in der tat die מצלתים eigneten: noch Esdr α 3, 10 haben die söne, das heißt: nachkommen, Asaphs מצלתים in händen.

Paral α 16, 1—3 ist = Regn β 6, 17—19 anfang: Paral α 16, 43 ist = Regn β 6, 19 ende 20 anfang. Paral α 16, 8—36 ist eine zusammenstellung von Psalm 105, 1—15 96 106, 1 47 48. so bleibt in der erzälung, wie David die stiftshütte nach Sion bringt, selbstständig nur Paral α 16, 4—7. hier haben wir schwerlich den ursprünglichen text vor uns. es erscheinen auch hier wieder מצלתים, נבלים, כנרת und חצוצרת, allein die חצוצרת sind

42 den Leviten überwiesen, wärend sie in den vorher angefürten stellen den priestern eigneten, und auch 6 von priestern geblasen werden. auch daß 4 den Leviten nachgesagt wird, sie seien **ולהזכיר ולהודת ולהלל**, fällt auf, da Paral *β* 5, 12 das **הלל** allein den priestern zuzustehn scheint: G las für **ולהזכיר** vermutlich **משמיעים** = *ἀναφωνοῦντας*, was durch das fehlen von *καὶ* sich als echt erweisen dürfte: 5 ist nach **בכלי** wol **שיר** ausgefallen: freilich G *ἐν ὀργάνοις* = **בכלים**. es wird nicht ratsam sein, auf einen abschnitt, in dem so viel bedenkliches zu tage liegt, irgend welche ansichten zu gründen. jedenfalls auch hier vier instrumente.

Paral *α* 25, 1 ff ist etwas verlässiger, aber auch in diesem abschnitte ist der text nicht unbeschädigt. denn von Haeman wird 5 **להרים קרן** ausgesagt, und bei Asaph wird ein instrument gar nicht genannt. die redensart **הרים קרן** hat Regn *α* 2, 10 Ps [75, 5 6] 89, 18 92, 11 148, 14 Thren. 2, 17 einen ganz bestimmten sinn (das horn blasen heißt Iosue 6, 5 **משך בקרן**), so daß unter vergleichung von Paral *β* 29, 15 (wo **בדברי יהוה** neben **כמצות המלך** steht) nur übersezt werden dürfte: um auf gottes geheiß [dem könige] mut zu machen. sollte nicht nach Paral *α* 15, 16 **להרים בקול** zu schreiben sein? als für die **עבדה** zur zeit Davids tätig werden 1 die söne Asaphs und Haeman und Iduthun, werden 6 Asaph, Iduthun, Haeman genannt. die instrumente sind dieselben, welche wir bisher stets gefunden, nur ist ire reihenfolge unsicher: 1 **כנרת, נבלים, מצלתים**: 6 **מצלתים, נבלים, כנרת**. vers 6 dürfte das richtige bieten. ich vermisse die erwänung der **חצוצרת**, die unterscheidung von Leviten und priestern.

eine wichtige notiz gibt endlich der abschnitt Par *α* 6, 18—32. im musikantenpersonale des hauses Jahwes werden zu Davids zeit Haeman der nachkomme Cahaths, Asaph der nachkomme Gersons, Aethan der nachkomme Meraris aufgezält. die drei hauptabteilungen der Levitenkaste sind mithin in der heiligen kapelle vertreten. **איתן** für **ידותון** begegnet hier zum ersten male.

das ergebnis der bisherigen auseinandersezung ließe sich so zusammenfassen: die **בני אסף** — Gersoniden — spielten bei der tempelmusik die **מצלתים**, die **בני הימן** — Cahathiden — die **נבלים**, die **בני איתן** oder **בני ידותון** — Merariden — die **כנרת**. die leistungen dieser drei abtei-

lungen zusammen hießen הודת. נבלים und כנרת fürten den gemeinschaftlichen namen כלי שיר. den priestern stehn die חצוצרת zu: was sie mit diesen verübten, hieß הלל.

mir fällt nicht ein, in betreff von חצוצרה etymologische untersuchungen anzustellen. ח kann ح oder خ, ץ kann ظ ض ص und sogar ط sein: man kann חצוצר von חצר ableiten, und zwar als فعلعل für חצרצר oder als افعولل (Kosegarten grammatica arabica § 339, 3 383), oder aber man kann es zu صرصر stellen. an einer stelle, an der so viel sandbänke und strudel drohen, lenke ich mein schiff vorbei: beobachtung des sprachgebrauchs reicht übrigens für meine zwecke aus.

Num 10, 2 wird ausdrücklich angegeben, zu welchem behufe Moses die ersten חצוצרת angefertigt hat: היו לך למקרא העדה ולמסע את המחנת. es wird Num 10, 7 ausdrücklich vermerkt, daß wer תקע בחצוצרה, etwas anderes bezweckte als wer הריע בחצוצרה, und Num 10, 8 erscheinen die חצוצרת als ausdrückliches eigentum der Aharoniden, היו לכם לחקת עלם לדרתיכם. musik wurde mithin auf den חצוצרת nicht gemacht: man gab durch sie signale.

man sollte, wenn man wörter der semitischen dialekte vergleicht, Genesis 11, 6—9 nicht vergessen. die dort erzälte sage kann doch nur auf grund einer beobachtung entstanden sein, und beobachtet wird man haben, daß die semitischen dialekte, welche für Semiten naturgemäß als ausgangspunkt der erwägungen dienten, gelegentlich gleichen wurzeln und wörtern verschiedene bedeutung gaben: daß der Semitismus اضداد besizt. daß wir uns oft — troz der viel genannten türkischen übersezung des Qâmûs durchaus nicht immer: denn die bildung der semitischen idiome liegt jartausende vor unsrer zeit, ist in einer der unseren völlig unverwanten periode der entwickelung des menschengeschlechts vor sich gegangen, und zwar one zeugen und one deutlich redende denkmäler — daß wir uns oft die verschiedenen bedeutungen desselben wortes aus einer einzigen ableiten können, oder aber uns einbilden, sie ableiten zu können, beweist nichts gegen mich. etwa עשק und عشق, לחם und لحم, אבה und ابى, חסד und حسد, הוחיל und اوسلا waren den Semiten gerade in den jarhunderten, in welchen sich ire dialekte im großen und ganzen noch

wenig unterschieden, rätsel, welche sie nicht lösten, sondern auf die Genesis 11 erzälte weise bei seite schoben.

in betracht kommt auch hier was ich 6 8 über אל handelnd erwänt habe.

ich lene es also ab, die nach allen seiten auseinander stralenden bedeutungen von הל ܗܠܠ (jezt auch Numeri *xγ* 19) هل unter eine einzige zusammen zu quälen, welche notwendigerweise eine blaß kranke sein müßte, und seze הל *er leuchtete* und הל *er schrie* als grundverschiedene urwurzeln neben einander.

ASprenger lehrt im leben Muḥammads III 527 nach arabischen gewärsmännern, هل II bedeute »er sagte die formel لا اله الا الله«, hingegen هل IV »er sagte لبيك«: über die تلبية siehe die chroniken von Mekka I 9, 9 16, 4.

die formel لا اله الا الله ist islamisch: wenn هل II heißt sie hersagen, so wird das eine neue wendung der bedeutung der wurzel sein, welche selbstverständlich nicht semitisch sein kann. zu bedenken bleibt die möglichkeit, daß dies هلل aus هيلل entstanden sei, und هيلل ist eine ableitung eben jener formel, gehört also gar nicht zur wurzel هل: ERoediger de origine .... arab libr v t histor interpr 105 nennt es neben بسمل حولق استرجع حمدل حسبل سبحل حيعل جعلف جعفل بلكف.

ܗܘܠܠܐ ist der gegensaz zu ܩܝܢܐ = קינה *totenklage*, außerdem der name einer psalmodie: הלול der jüdischen Aramäer das hochzeitslied.

mithin ist sicher, daß הל nicht jeden ruf, sondern den neu erwachendes leben grüßenden, vielleicht den verpflichtenden ruf bedeutet hat.

ich möchte هلال (ሀላል: ist lehnwort) aus diesem هل erklären, nicht aus dem andern, was *leuchten* übersezt wird. denn بدر und قمر wie ירח ወርኅ: ܝܪܚ (wozu تاريخ) und סהר شهر ܣܗܪ ሠሀር: und סין der Assyrier und Homeriten sind so dunkler ableitung, daß man darauf verzichten sollte, irgend einen mondnamen — der gewiß stets zu den ältesten wörtern gehört — überhaupt, und gar aus einer wurzel *leuchten* zu erklären: außerdem ist der neumond bei den Semiten gegenstand religiöser verehrung, und von vorne herein warscheinlich, daß er mit rücksicht auf diese genannt worden: drittens hat man, vorausgesezt daß هلال alt ist, nicht das recht, es als einen infinitiv anzusehen, sondern man muß es mit الاه und än-

lichen auf Eine stufe stellen, das heißt, qitâl für maqtûl nemen. dann wäre هلال der mit لبيك angerufene.

die priester hätten, wenn sie הללו בחצוצרת, dem volke angezeigt, daß sie den irgendwie sich zu erkennen gebenden Jahwe grüßten. welches analogon der wandlung im mess-opfer als erscheinung Jahwes angesehen worden ist, darf ich hier dahingestellt sein lassen.

לוי ist kein name wie die namen der übrigen patriarchen, sondern ein adjectiv. לוי bedeutet sowol Levi wie Levit: zu לוי לויים vergleiche צידן צידניים: es wird Exod 6, 19 הלוי gesagt wie Iud 11, 23 האמרי und Gen 10, 16 היבוסי.

das hauptwort, von welchem לוי abgeleitet sein muß, ist nicht mit unbedingter sicherheit anzugeben, da es männliche oder weibliche form gehabt haben, da es mit שם von وسم, mit גו von גוה, mit פאה = فية und מאה = مية, oder mit סאה *σάτον* analog gewesen sein kann. die wurzel wird ولى oder لوى sein. ich ziehe lezteres vor, stelle mithin לוי neben ܠܘܐ, welches ich lange vor GHoffmann ZDMG XXXII 753 als mehrheit, und zwar als mehrheit eines verschollenen ܠܘܐ = לוה angesehen habe.

ich erinnere, bevor ich weiter schreibe, daran, daß so wenig ein gotischer könig in Attilas tagen das war, was ein deutscher könig des jares 1880 ist, ganz genau so wenig ein כהן und לוי am Sinai das gewesen zu sein braucht und gewesen sein wird, was er unter Salomon und Esdras war: ich erinnere weiter daran, daß wir auf dem gebiete der wissenschaft allesammt darauf angewiesen sind zu combinieren, und daß ich mir in folge davon das recht nicht nemen lasse, ebenfalls zu combinieren, und meine combinationen auch dann vorzutragen, wann sie andern nicht gefallen. subjectivität gegen subjectivität: es fragt sich nur, welche der über das altertum forschenden subjectivitäten dem altertume, das heißt, dem ursprünglichen leben, innerlich am verwantesten ist: denn diese wird recht behalten.

ich habe, an נלוה הגר עליהם Isa 14, 1 und בן הנכר הנלוה אל יהוה Isa 56, 3 denkend, lange die ansicht mit mir umhergetragen, die Leviten seien diejenigen Aegypter gewesen, welche sich den aus dem Nilgebiete nach Asien zurückwandernden Semiten angeschlossen haben. denn daß

Aegypter mit Osarsiph-Moses gezogen sind, wissen wir aus Exodus 12, 38 (Num 11, 4?): so spät diese urkunde ist, verdient sie in dieser nachricht glauben, weil es gewiß keinem mitgliede des rassenstolzesten und dünkelhaftesten volkes der erde freude machte zu gestehn, daß sein blut nicht ganz rein blau sei. aegyptische art ist in Israel erkennbar genug: die erzälung von den paradiesesflüssen (Lagarde armenische studien § 14) die beschneidung (Symmicta I 117, 27 ff) und vieles andere bezeugen es. die erzälung Exod 2, 1—10 braucht keinen andern wert zu haben als die fabeln der Perser, daß Alexander der große ein son des Darius, die der Aegypter, daß er ein son des Nectanebus gewesen: war Moses nicht israelitischer, sondern aegyptischer herkunft, so erklärte sich, warum er in den לויים, seinen mit ihm gewanderten stammesgenossen, vorzugsweise seine stüze suchte und fand (umgekehrt, aber doch sehr vergleichbar die انصار Muḥammads): es erklärte sich, warum die Leviten die geistige leitung der israelitischen nation übernemen konnten — sie waren eben als Aegypter im besize einer höheren kultur als diejenigen, mit denen sie ausgezogen waren —: es erklärte sich, warum die Leviten im gelobten lande nicht als wirklicher stamm auftraten: es erklärte sich endlich, was die aegyptischen quellen über den auszug der Israeliten aus Aegypten aussagen. Symmicta II 35.

Israel ließ in alter zeit die bundeslade vor sich hergehn. die ארן bedurfte eines geleites: die לויים mögen die sie geleitenden gewesen sein. vergleiche Regn α 6, 15 β 15, 24.

mag man diese oder jene oder irgend welche andere erklärung des namens לוי für warscheinlich halten, mag man כהנים und לויים für ursprünglich nahezu oder ganz gleichwertig oder ungleichwertig erachten, das alles gilt in unserm zusammenhange gleich wenig, für den allein der umstand von belang ist, daß im cultus zu der zeit, von welcher ich rede, כהנים und לויים unterschieden wurden.

ich seze meinen versuch fort, in den cultushandlungen einen sinn zu finden, da ich nicht der meinung bin, daß nur um ire lungen zu üben, die כהנים geblasen, nur des vergnügens wegen die לויים musiciert haben.

wenn הלל, das den priestern eignete, semitisch ist, so ist das den

Leviten zustehende הודת nur aramäisch und spät-hebräisch. اودى und ኣውደየ፡ (Dillmann 934) zeigen andern sinn als ܐܘܕܝ und הודה: möglich, daß nach einem systematischen studium der semitischen symbolik ein weiteres verständnis gewonnen werden wird, wie etwa ܫܒܚ שבח *er pries gott* sich durch die anname mit سبح *er schwamm* vereinigen läßt, daß beim تسبيح (dies ist natürlich lehnwort) bewegungen, namentlich stellungen der hände und arme, vorgeschrieben waren, welche den bewegungen der schwimmenden glichen: beachte schon مسبحة Lane 1291 Ḥarîrî[2] 680, 8 und das verhältnis, in welchem ኣስተዋደየ፡ zu dem doch nahe verwanten ܐܫܬܘܕܝ steht.

mich däucht, הודת bezeichne die zustimmung der durch die Leviten vertretenen gemeinde zu dem Jahwen von den priestern gespendeten gruße. sie ist so vielstimmig und vieltönig wie möglich, um auszudrücken, daß alles einig ist, den rum des den Aharoniden sich zeigenden gottes zu verkünden.

ܬܘܕܝܬܐ ist *εὐχαριστία* auch in dem streng kirchlichen sinne dieses von Suicer[2] I 1269ff Bingham lat[1] VI 230 ff = englisch[5] V 210 ff behandelten wortes. je tiefer die kirche sank, desto mehr wurde ܬܘܕܝܬܐ (und ܡܘܕܝܢ) auf das bekenntnis zu einer dogmatischen formel beschränkt, wärend sie ursprünglich die anerkennung des offenbarten lebens gottes und den dank für dasselbe bedeutete.

wenn mir möglich wäre, hier auf die opfer des alten testaments mich einzulassen, so würde ich besprechen, daß nach Lev 7, 11—21 der זבח השלמים in drei arten zerfällt, זבח התודה, נדר und נדבה, und daß, da נדר und נדבה unzweifelhaft auf specialfälle gehn, תודה ein generale, der dank für die gesammte fürung des lebens durch gott, sein muß.

Es wird sich jezt auch ein versuch machen lassen die namen in den überschriften der psalmen zu deuten. wenn man Psalm 88 לבני קרח neben להימן האזרחי liest, und Psalm 39 לידיתון neben לדוד, wenn man in eilf überschriften לבני קרח findet, so hätte von vorne herein für verboten gelten müssen, diesen formeln den sinn unterzulegen, als nännten sie verfasser. in der art, in welcher Scribe und Meilhac zusammen gearbeitet, haben die בני קרח, oder הימן mit den בני קרח, oder דוד mit ידיתון sicher

nicht zusammen gearbeitet. wollte man annemen, in Psalm 88 und 39 seien zwei ursprünglich allein lebende angaben später zusammengeflossen, für בני קרח reicht das nicht aus: niemand hätte meinen dürfen, daß ein ganzes geschlecht einzelne psalmen gedichtet, etwa wie das apostolische symbolum aus bekenntnissen der einzelnen zwölf zusammengewachsen sein soll.

ich vermute, לאסף wie לבני קרח und alle änlichen ausdrücke haben den psalm der auffürung durch eine bestimmte riege der tempelmusik zugewiesen, wo dann möglich war, daß ein und dasselbe gedicht sowol den בני קרח als dem chore des הימן zuerteilt wurde.

לדוד ist mir kein hindernis. so gut es in Oxford und Cambridge Queens' und Queen's College neben Gonville and Caius und Balliol und Oriel = Oratoriolum, so gut es unter den professoren den Regius neben Margaret's und Savilian und Laud's und Hulsean und Lord Almoner's gibt, ganz genau so gut konnte im tempelchore die eine abteilung nach David, die andere nach Aeman oder Core oder sonst wem heißen.

auch das rürt mich nicht, daß eine reihe von psalmen dem לדוד zusäze beifügen, welche das gedicht auf vorgänge aus des königs David leben beziehen. denn einmal sind diese zusäze augenscheinlich wertlos: David wird zum beispiele, als er vor Abessalom floh, wenn er in dieser lage überhaupt »dichtete«, Jahwen ganz andere dinge vorgetragen haben als wir im dritten psalme lesen: abgesehen davon, daß individuelle poesien kaum geeignet sind gemeindelieder zu werden. sodann sind die überschriften dem Syrer unbekannt, mithin nicht ursprünglicher bestandteil, ich will gar nicht sagen, der einzelnen psalmen, sondern: auch nur des tempelgesangbuches.

es erklärt sich in diesem zusammenhange weiter, wie תהלים dem namen ܡܙܡܘܪ̈ܐ مزامير ܬܗܠܝܢ: plaz gemacht. תהלה — gebildet wie תחלה תחנה תפלה تضرة SdeSacy § 628 Olshausen § 213[B] — macht תהלת, wenn es im eigentlichen sinne gebraucht wird, תהלים, wenn es übertragen — nicht in bezug auf den inhalt, sondern auf die äußerliche verwendung bezeichnet — werden soll. immer aber wird תהלה und ספר תהלים etwas gewesen sein, was auf den tempeldienst beschränkt blieb: was den

proseuchen zu brauchen verstattet war, trägt, däucht mich, deshalb die bezeichnung מזמר, und diese mußte תהלים verdrängen, nachdem nach dem falle des tempels der تهليل der priester unmöglich geworden, und nichts als מזמרים noch denkbar waren.

den namen יהוה sprach bekanntlich der hohe priester Einmal im jare auch zu einer epoche aus, in welcher er sonst durch אדני ersezt wurde: am versönungsfeste. es ist in der ordnung, daß die אגדת של פסח den تهليل hausvätern schon erlaubt hat, als die priester noch im tempel des הלל warteten. Israel steht in der meinung der damaligen theologie dem nicht-Israel so gegenüber, wie der כהן dem עם הארץ, dessen beauftragter vertreter der לוי war: der פסח ist der geburtstag des priestervolkes, daher jedem Israeliten an ihm der تهليل wenigstens dem namen nach verstattet wurde.

Sehen wir die stammlisten Paral α 6 näher an, so ergibt sich, daß von Levi bis auf Aethan (Levi und Aethan selbst mitgerechnet) 14 glieder gezält werden: von Levi bis Asaph sind irer 15, von Levi bis Haeman 22, wärend die hohenpriesterliste von Levi bis auf Achimaas, den zeitgenossen Davids, der also auch zeitgenosse von Asaph, Aethan und Haeman sein müßte, 15 geschlechter aufweist. daran kann kaum gezweifelt werden, daß man in Israel über die reihenfolge der hohenpriester namentlich in der zeit vor Saul bescheid wußte: daß Achimaas der eilfte hohepriester — ich sage nicht: nach Aharon — war, scheint mir eine sichere tatsache. die eilf geschlechter der Aharoniden, welche zu Davids zeit gezält wurden, geben eine gewär dafür, daß die genealogie Aethans und Asaphs im wesentlichen richtig ist, da sie ungefär ebenso viele glieder zwischen der zeit Davids und den anfängen der israelitischen geschichte rechnet wie die genealogie der Aharoniden. zugleich aber sehen wir, daß die auf Haeman auslaufende reihe falsch sein muß: es sind in ihr 7 oder 8 namen zu viel. doch können wir noch hinter die warheit kommen. Haeman ist ein enkel Samuels, und Samuels stammbaum ist auch Regn α 1, 1 erhalten. ich neme an, daß von Elcana, dem vater des großen Samuel, merere genealogien umliefen, die Paral α 6, 18—23 (wo Elcana dreimal vorkommt), statt als varianten neben

einander gestellt zu werden, über einander geschoben sind. im volke wußte man offenbar das geschlecht Samuels nicht über die namen hinauszuführen, welche in diesen varianten genannt werden: diese namen allein halte ich für die namen von einzelpersönlichkeiten: was Paral *α* 6, 22 und 23 über sie hinausliegt, sind eponymen von בתי אבת, die von gelehrter forschung dem wirklich bekannten stammbaume aufgesezt wurden. ich schreibe die namen, welche ich für identisch halte, untereinander: in der lezten reihe sind die obersten glieder in der urkunde verstellt: עמשי und עזריה sind das eine aus dem andern oder beide aus einem dritten verlesen:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| אלקנה | ירחם | אליהוא | | תחו | | ציף |
| אלקנה | ירחם | אליאל | | תוח | | ציף |
| אלקנה | מחת | | עמשי | | | |
| אלקנה | | יואל | עזריה | צפניה | × | תחת |

so verlieren wir 8 namen, und finden, daß Haeman als der vierzehnte von Levi im hause Cahath gegolten hat, ganz wie Aethan als der vierzehnte von Levi im hause Merari galt, und Asaph der fünfzehnte von Levi unter den Gersoniden sein wollte.

mich däucht, wir sind mit den namen Asaph, Aethan, Haeman als den namen von musikmeistern unter David durchaus auf geschichtlichem boden. das haus Samuels ist schwerlich nach seinem höchsten glanze so tief in den schatten getreten, daß seine angehörigen der nation aus den augen gekommen wären: Haeman, Samuels enkel, wird sich nicht anzweifeln lassen. das gleichweitreichen aber der stammbäume von Haeman, Aethan und Asaph spricht für die gleichzeitigkeit der drei, also auch für die geschichtlichkeit Aethans und Asaphs. man wird im zusammenhange dieser tatsachen den namen איתן für echter halten als den anderswo an seiner stelle erscheinenden ידותון.

Regn *γ* 5, 11 heißt Salomon weiser als איתן האזרחי והימן וכלכל ודרדע בני מחול, wobei dahingestellt bleibt, ob diese vier gerade zeitgenossen Salomons waren: man sollte es fast nicht denken. בני מחול ließe sich wie בנת השיר Eccl 12, 4 deuten, und neben מחלי = *Μοολεί* stellen.

die stelle erläutert und ergänzt sich aus Paral *α* 2, 4 ff. dort hat

זרח, ein son des erzvaters Iuda, fünf söne זמרי ואיתן והימן וכלכל ודרע. weiterhin erscheint עכר בן כרמי als naher verwanter der ebengenannten.

dadurch kommen wir auf Iosue 7, 18 und עכן בן כרמי בן זברי בן זרח בן יהודה.

offenbar sind wir in einem ganz andern überlieferungskreise als vorher. dort Leviten, hier Iudäer oder *ἄφυλοι*: dort namen, die in erbämtern sich erhalten haben, hier namen, die halt- und zeitlos in der luft schweben, oder aber im höchsten altertume unterzubringen sind. der verfasser der urkunde, aus welcher Paral *α* 2, 4 Regn *γ* 5, 11 geschöpft, hat offenbar von Aethan und Haeman als stammvätern zweier für den tempeldienst wichtigen familien keine kenntnis: er kann diesen tempeldienst selbst nicht kennen. da Esdras בני אסף, also im grunde alle drei familien nennt, werden wir zu dem schlusse berechtigt sein, daß der verfasser von Regn *γ* 5 Par *α* 2 zu einer zeit geschrieben hat, in der vom tempeldienste keine rede war, also nach 586 und vor 450.

der name איתן ist nun völlig gesichert, da ihn zwei von einander unabhängige überlieferungen bieten. die vergleichung dieser überlieferungen ergibt aber noch mehr als das negative resultat, daß ידותון unhaltbar ist.

Da unmöglich jemand zu gleicher zeit von väterlicher seite von Levi und von Iuda abstammt, kann איתן האזרחי nicht wohl איתן der Levit sein, oder wir müssen unsere bisherigen ansichten über die Leviten aufgeben.

nach der darstellung der Genesis 38 hat Iuda von der Thamar zwei söne, פרץ und זרח: lezterer hatte eigentlich anspruch auf die erstgeburt, allein sein zwillingsbruder sah tatsächlich das licht der welt vor ihm. תמר ist das land, welches von den *φοίνικες* = תמרים *Φοινίκη* genannt wurde. in diesem sollte von rechts wegen זרח die erste rolle spielen, das heißt אזרח, der autochthone, Lev 16, 29 18, 26 vgl Ps 37, 35: tatsächlich aber ist פרץ herr, das heißt, der gewaltsam eingedrungene fremde, der *λῃστής*; wie die bekannte inschrift bei Procop *Βανδιλ β* 10 den Iosue nennt. allein Israel vermochte nicht die ureinwoner völlig oder auch nur zum größeren teile auszurotten, und so wonten Phares und Zare als zwillings-

brüder nebeneinander. heißen איתן und הימן Ps 88, 1 89, 1 Regn γ 5, 11 אזרחי, oder heißt זרח Paral α 2, 6 der vater von Haeman und Aethan, so bedeutet das, die — wie wir anderweitig wissen, im tempeldienste an hervorragender stelle bediensteten — familien Haeman und Aethan waren keine Israeliten, sondern Phoenicier. sie galten aber als בני יהודה, weil ire wonsize in dem Iuda zugewiesenen gebiete lagen. sie konnten aber auch לויים heißen, weil sie ämter beim gottesdienste bekleideten. die celtischen Halloren zu Halle gehören politisch zur provinz Sachsen, halten sich für Deutsche, und könnten, da sie seit unvordenklichen zeiten das recht und die pflicht haben, die in Halle gestorbenen zur gruft zu befördern, auch kirchendiener genannt werden.

חלף

חלף II mit dem objecte שמלה bedeutet Gen 41, 14 Regn β 12, 20 *er vertauschte* = *ἤλλαξε*. die Syrer brauchen ihr سلف II ebenso. namentlich gilt inen سلف II vom wechseln des geldes: PSmith hat aus seinem Cyrill 367, 16 مسلّف حصا *ἀργυραμοιβοί* citiert: ich berufe mich auf meinen Epiphanius § 54, 25. das ח der wurzel lautet im arabischen خ.

von חלף II bildet sich das von Buxtorf 772 behandelte חלוף *ἄλλαγμα*. die phoenicische gestalt dieses wortes erkenne ich in *ὁ νῦν χόλλυβος ἀλλαγή* Iulius Pollux ζ 170, *χόλλυβον λεπτόν τι νομισμάτιον* derselbe ϑ 72. die consonanten sind, da *χόλλυφος* für Griechen so unhörbar und unsprechbar war wie *ϑρίχα*, verändert worden. vgl *Θάψακος* mit תפסח.

in FPassows wörterbuche finde ich II 1777[2] der fünften ausgabe die bemerkung »das wort soll phoenikisch seyn«: alle näheren angaben fehlen.

יהוה

Unabhängig von IClericus habe ich im Januar 1868 יהוה als ein causativum erklärt: siehe meine Symmicta I 104, 8 ff psalterium iuxta Hebraeos Hieronymi 153—158 armenische studien § 214.

da man den für solche entdeckungen als publicum in betracht kommenden leuten alles doppelt und dreifach sagen muß, bemerke ich,

daß erstens infecta der vierten form durchaus keine »der alten zeit fremde abstraction der namenfindung« voraussezen, wie die von mir 1874

angefürten, ausgiebig concreten beispiele يقطين يعقيد يعصيد مخصى יאיר hinreichend erhärten:

daß zweitens es nichts gegen mich beweist, daß ein causativ von היה = הוה im hebräischen nicht vorkommt. man nimmt den mund voll wie ein commissionär, wenn man sagt »in den jartausenden, die wir überblicken können, nicht vorkommt«. denn das älteste stück hebräischer sprache, welches wir übrig haben, ist die um 900 vor Christus fallende inschrift des Mesa — von David oder gar von Moses ist uns sicher keine zeile übrig —: die hebräische sprache geht durch das babylonische exil, also nicht vierhundert jare nach jener inschrift, als lebende sprache unter: nur technische formeln dauern noch in der talmûdischen epoche: der gegen mich angerufene Aharon der son des Elias aus Nicomedien sprach als muttersprache neugriechisch, schrieb um 1350 unsrer aera hebräisch nicht anders als ein heute lebender pandit sanskrit oder ein italienischer priester lateinisch schreibt, und beweist für den sprachgebrauch Davids oder Mosis genau gar nichts: es fällt uns also gar nicht ein, »jartausende des lebens der hebräischen sprache überblicken« zu können. allerdings stammt die punctation des jüdischen canons schon aus dem siebenten jarhunderte unsrer zeitrechnung: von einem in dem unpunctierten talmûd vorkommenden ausdrucke weiß kein mensch, wie er im altertume gesprochen worden, also auch nicht, zu welcher form ein talmûdisches מהוה zu ziehen ist. von كان gibt es kein ڪان, obwol von dem mit كان identischen כן ein הכין alltäglich war: umgekehrt braucht man اهوى, wenn schon ההיה unbelegbar bleibt. man könnte meinen, es liege in der natur der dinge, daß von einem zur copula gewordenen zeitworte ein causativum gewönlich nicht gebildet werde, sondern wenn es vorkommt, emphatischen charakter tragen müsse: man könnte sogar das fehlen von ההוה und der übrigen formen der vierten als beweis dafür ansehen, daß יהוה als causativum gedacht wurde: dann würde der heilige name gehindert haben, die wurzel in der form zu brauchen, welche ihn hervorgebracht hatte:

daß drittens nach altem sprachgebrauche die zweite und die vierte form des verbums sich überall erheblich von einander unterscheiden: daß mithin, wenn wirklich ein הוה II im talmûdischen eherechte vor-

handen war, dies so gewiß nichts gegen die existenz von הוה IV beweist, wie فان II gegen die existenz von فان IV:

daß es viertens eine petitio principii ist, gegen oder für eine deutung von יהוה daraus zu argumentieren, daß יהוה alt oder aber jung sei. wir wissen, daß könig Mesa um 900 vor Christus den יהוה als den israelitischen gott dem כמש als dem moabitischen entgegengestellt, daß der hexateuch als ganzes der zeit des Perikles angehört, daß über das alter der abschnitte Exodus 3 6 mit sicherheit nichts behauptet werden darf. darüber, ob יהוה ein aus dem Semitismus überkommener ausdruck oder aber ein theologumenon ist, und darüber, welcher zeit er angehört, falls er das leztere wäre, darüber wissen wir aus unsern urkunden nichts, vorausgesezt, daß wir diese urkunden mit der andern urkunden gegenüber überall geforderten kritik benuzen. vermuten läßt sich, daß יהוה nicht semitisch, sondern ein israelitisches theologumenon, und zwar kein besonders altes theologumenon ist. denn יהוה mag zur ersten oder zur vierten form gehören, immer nimmt man als die dem הוה zukommende bedeutung *sein* an. הוה hat aber gar nicht ursprünglich die bedeutung *sein*, sondern die bedeutung *fallen*. darüber hat ASchultens im jare 1748 zu Proverbien 10, 3 gehandelt, und WGesenius im jare 1829 im thesaurus 375 geschrieben, paene recepta opinio est, primam significationem esse in cadendo, so daß es unzulässig ist, für diesen gemeinplaz HLFleischer als vermeintlichen entdecker aufzuloben. es muß also הוה schon in metaphorischer bedeutung üblich gewesen sein, ehe es einen gottesnamen יהוה hergeben konnte. in semitischer zeit würde יהוה als IV den fäller, als I den faller bezeichnet haben. lezteres würde höchstens passen, wenn man יהוה als baetyl, ersteres nur, wenn man יהוה = מפיל als gewittergott ansehen wollte: für keine der beiden ansichten haben wir eine empfehlung. folglich ist יהוה ein theologumenon.

es gehört eine übermenschliche geduld dazu, gegen üblen willen zu kämpfen, wenn er mit einem so ungewönlich großen maße von leichtfertigkeit und unwissenheit vergesellschaftet ist, wie in dieser frage zu tage tritt.

vergleiche Lagarde Symmicta II 221.

was den vokal anlangt, mit welchem das infectum der ersten seinen praeformanten ausspricht, so sollte man einsehen, daß bei den Hebräern nicht alle zeitwörter über Einen kamm geschoren gewesen sind. sogenannte gutturale können beigetragen haben, einen fremdartigen vokal zu erhalten, geschaffen haben sie ihn nicht: so wenig ישנא sein a dem א dankt oder יירש das seine dem ר oder יברח das seine dem ח — wir haben eben verba mediae i vor uns —, ganz genau so wenig rürt das a von יחתה und anderen bei Olshausen § 240[a] verzeichneten von ח oder ע her. vielmehr wie ישב = وثب den praeformanten des imperfects mit i, קם mit a, אכל mit a, אזל und אתה mit i sprechen und seit unvordenklichen zeiten sprachen — die Aegypter werden es uns noch einmal erweisen —, ganz ebenso ist bei הוה den Hebräern die urform des imperfectum YIHWAY noch in späten tagen geblieben und stets von [YAHWĪ oder] YAHWE so wesentlich verschieden gewesen, daß nicht etwa ein YAHWE ein archaisches YIHWE hat sein können.

כר

Da die arabischen wörterbücher unter كر ein hauptwort كر auffüren, welches ein maß trockner dinge bezeichnet, scheint zweifellos, daß כר mit كر identisch ist.

Zamaχšarî sagt in der مقدمة الادب nur كر دوازده وسق, wo وسق = شست صاع, so daß der كر 720 صاع wäre. der Qâmûs I 647 beschränkt das wort auf Irâq كر بالضم مكيال للعراق وستة اوقار حمار وهو ستون قفيزا واربعون اردبا, woraus zu folgen scheint, daß die *καπίθη* = *καπέζις* = قفيز = կապիճ = קפיז = كويز Lagarde armenische studien § 1108 Symmicta II 128 BZuckermann das jüdische maßsystem 38—40 sich zur *ἀρτάβη* so verhielt, daß 60 *καπίθαι* = 40 *ἀρτάβαι* waren.

da Lucas 16, 7 *κόρος* vorkommt, und da G auch an stellen, in denen nicht כר, sondern חמר im urtexte steht, *κόρος* verwendet, ist gewiß, daß der כר auch in südwestAsien, nicht bloß in Babylonien üblich gewesen ist.

dies folgt, die richtigkeit der gleichung כר = كر vorausgesezt, auch daraus, daß die Griechen *κόρος* mit Einem *ρ* schreiben. denn wenn حران = سن = חרן *Κάρραι*, das arabische מר = مر *μύρρα* lautet, wird *κόρος* = כר derselben landschaft angehören, welche עזה *Γάζα*, צר *Τύρος*, כביר

*Κάβειρος*, כתים *Κίτιον*, כנר *κινύρα*, בת *βάθος* oder *βάτος*, כד *κάδος*, קב *κάβος* sprach, das heißt, es wird in Palaestina zu hause sein.

Epiphanius 21,7 allerdings leitete כר nicht von כרר, sondern von כרה ab. zu seinem *χορ* vergleiche die glosse in meiner Genesis zu 2, 13. *λέγεται*, meint Epiphanius', *ἀπὸ τῆς τοῦ βουνοῦ ὑποθέσεως· χαρια γὰρ καλεῖται βουνός· βουνισθέντες γὰρ οἱ τριάκοντα μόδιοι ποιοῦσι φορτίον καμήλου.*

ܟܪ ist vorhanden. Elias von Nisibis in meinen Praetermissa 79, 100 erklärt es طرام لحنطة: die vokale der handschriften habe ich nicht angemerkt. GHoffmanns glosse 4853 spricht *χιρια*: von weizen und gerste — roggen und hafer wurden eben nicht gebaut — bedeutet dies *χιρια* was von stroh — abfall, sollte ich für uns verständlicher sagen — auf dem worfelplaze gereinigt und an Einer stelle gesammelt wird (مكنسة *besen*) = منقاة حنطة oder كرى. des in Palaestina geborenen Juden Epiphanius landsmann, der die Paralipomena ins »chaldäische« übersezt hat, gibt β 31, 6 ערמת durch כירוון: andere landsleute, $C^1C^r$, Exodus 8, 14 [=10] Numeri 11, 32 חמרים durch כרוון, das im Exodus den vokal a für sein כ erhält, mithin genau zu Epiphans *χαρια* stimmt. schon der alte Ascher hat die von SDLuzzatto 54 bestätigte bemerkung gemacht, daß der traktat נדרים in der sprache von den übrigen traktaten des talmûd abweiche: SDLuzzatto nennt נדרים und נזיר palaestinisch, und נדרים 19[1] steht כרי für haufen. Nathan קיט[2] (1532) gibt nichts näheres. bemerke, daß für ܟܪ Exod 8, 14 nach FField hexapla I 163 eine glosse nötig ist, mithin ܟܪ später oder in manchen gegenden unverständlich war. PSmith 1806 1807.

كرى in Hoffmanns glosse ist der plural des im spanischen nach Dozy-Engelmann[2] 93 als alcora fortlebenden كرة, das sich zu √كرا verhält wie لغة zu لغا: was Kosegarten § 656 bietet, genügt nicht, weil امة شفة سنة schwerlich für امو شفو سنو stehn, also nur كرة und ارة für die regel beweiskräftig sind: WWright[3] I § 299[e] nennt allerdings wie Kosegarten امة سنة شفة, aber ثنة لغة daneben. man denke noch an برة und ذرة. der plural كرى von كرة hat seine analogie an لغى von لغة: da كرة — pedantisch gesprochen — für كروة gilt, vergleiche man auch قرى حلى von قرية حلية. man lese auch Olshausen § 147[b].

ist nun كرّ von كرا möglich, so ist كر one taŝdîd von كرا wenigstens höchst unwarscheinlich, denn يد stammt nicht von يدا, sondern die spätere sprache, welche trilittera als die regel erachtete, hat so getan, als stamme es davon oder von يدد. allenfalls darf man mit Olshausen 146[8] שד = ثدى herziehen: bedenke עד von عدا: das von Olshausen 159 verzeichnete שד Iobs = ثدى würde genau zu כר stimmen. nimmt man diese erklärung an, so würde das RR des irâqischen كر wie das DD des von Fleischer in den glossis habichtianis I 9 belegten, mir aus christlich arabischen handschriften sehr geläufigen يد = YADD anzusehen sein.

für die durch Epiphanius überlieferte erklärung des כר mag iren urhebern gesprochen haben, daß *χόρος* Levit 27, 16 Num 11, 32 Ezech 45, 13 von G für חמר gebraucht, und חמרים Exod 8, 14 [= 10] den sinn von *θημωνία* hat, welches *θημωνία AΘ* Iob 21, 32 G Iob 5, 26 (dieser mit *ἄλωνος*) für גדיש, G Cant 7, 3 für ערמה, also so brauchen, wie Epiphanius es für sein *χαρια* wünschen muß: *σωρὸς δραγμάτων* Hesychius. כר wäre wie חמר *haufen*: erst danach ein bestimmtes maß.

G gibt Sophonias 2, 9 מכרה מלח *θημωνία ἄλωνος*, wo c *ἁλός* hat: SBochart hierozoicon *γ* 16 = opera[3] II 872 weiß von der lesart *ἄλω*[*νος*] nur aus ع (عرمة البيدر), da er c oder einen abdruck von c benuzt, erläutert aber מכרה *θημωνία* aus כרון $C^1 C^r$ Exod 8, 10 [= 14] und dem talmûdischen כרי. ich weiß, daß die classiker *θημωνιά* gesprochen haben sollen.

## לתך = *λεθέκ*.

Epiphanius erklärt 21, 8 *ἔπαρμα*. Gesenius im thesaurus 764 läßt לתך ab effundendo gesagt sein, was FMühlau und WVolck wiederholen: die etymologie steht mit der bekannten des lucus a non lucendo auf Einer höhe. ERoediger hat 96 zu Gesenius nichts nachzutragen gefunden, und Mühlau und Volck wissen, trozdem BZuckermanns buch über das jüdische maßsystem schon 1867 erschienen ist, noch 1878 aus 45 46 desselben nicht, daß der talmûd לתך merere male braucht.

Epiphans *ἔπαρμα* erläutert sich aus der von Zuckermann citierten stelle בבא מציעא 80, welche jeder jezt in ASammters übersezung 80 und in IMRabbinowicz législation civile du Thalmud III 355 nachlesen kann. es wird lonen Abûlwalîd 360, 9—12 anzusehen, dessen ثلثين وستة الاف درهم

= den ג אלפים ושש מאות אונקיאות Salomon Parchons 34[2] sind: das heißt, der כר = חמר ist auf 7200 unzen gerechnet, denn der לתך ist der halbe כר = חמר. wenn Abûlwalîd den לתך für den قالج erklärt, so muß Lane 2437[1] verglichen werden, bei dem الكر المعدل sich aus Epiphanius § 21, 19 erläutert. AMerx hat in seinem archive I eine jüdisch-arabische übersezung des Osee veröffentlicht, in der חמר = جريب [ֲֲֲ Lagarde armenische studien § 536] und לתך = نصف ist.

die wurzel לתך existiert im syrischen, one daß ich absähe, wie sie zur erklärung unsres wortes zu nuzen wäre. Hoffmanns glossen 5287 —5290 1955 7203 Athanasius 33, 16 46, 1 Praetermissa 113, 10.

עירד

Nach dem vorgange von Philipp Buttmann (mythologus I 152 ff) und ChrKIBunsen (es genügt sein bibelwerk, bibelurkunden I 51ff, zu citieren) stellt man aus Genesis 4 5 jezt vielfach folgende tafel zusammen

| | |
|---|---|
| יהוה | שת |
| אדם | אנש |
| קין | קינן |
| חנך | מהללאל |
| עירד | ירד |
| מחויאל | חנך |
| מתושאל | מתושלח |
| למך | למך |

und macht darauf aufmerksam, daß die listen zwei namen, חנך und למך, geradezu gemein haben, daß קין dem קינן, עירד dem ירד, מחויאל dem מהללאל, מתושאל dem מתושלח sehr änlich sehe. man schließt aus diesen tatsachen, daß die hebräische überlieferung ursprünglich nur Eine genealogie der ältesten menschen gehabt, und erst später, nachdem sich in diese genealogie varianten eingeschlichen, zwei listen entstanden seien.

zuvörderst muß bemerkt werden, daß G in allen echten texten einen מתושאל gar nicht kennt, sondern den vater des Lamech, der von Cain abstammt, ganz wie den vater des von Enos hergeleiteten Lamech מתושלח nennt, wodurch die übereinstimmung noch größer wird.

Genesis 4, 18 *Μαθουσαλα* = ⲙⲁⲑⲟⲩⲥⲁⲗⲁ (auch die pariser handschrif-

ten nach AFallet one variante) = Մաթուսաղա (fast so auch der unter Ephraims von Edessa namen laufende armenische commentar 36, 15) = ՄԹՈՒՍԱ. in einem scholion von b, welches ich auch in meinem r gefunden, lesen wir: *παρὰ τοῖς ἑβδομήκοντα Μαθουσάλα κεῖται. τοῦτο δὲ πλάνη γραφική ἐστι. ὁ γὰρ Μαθουσάλα ἐκ τῆς συνεστώσης γενεᾶς ἐστὶ τοῦ Σήθ. ὁ* [+ *γὰρ* r] *ἀπὸ τοῦ Κάιν Μαθουσαλὰ καλεῖται, ὃς ἐξώρισται μετὰ τῶν λοιπῶν.* diese worte stehn unter der aufschrift *ἀδήλου* auch in der catene des Nicephorus I 116, wo nur der nachkomme Cains *Μαθουσαλᾶ* geschrieben wird. dieser scholiast will also den frommen und den gottlosen durch den accent unterscheiden: später ist man dreister geworden. in Holmes 130 hat der rand mit roter farbe *παρὰ τοῖς ο Μαθουσαλα ἔκειτο, ὃ παραδιωρθώσαμεν, γραφικὴν εὑρόντες πλάνην οὖσαν. ὁ γὰρ Μαθουσαλα υἱός ἐστιν τοῦ Ἐνώχ, ἐκ τῆς συνεστώσης γενεᾶς τῶν ἀπὸ τοῦ Ἀδάμ, ὁ δὲ Μαθουσαὴλ ἀπόγονος ὢν τοῦ Κάιν ἐξόριστος ἀπὸ τῶν λοιπῶν τῶν ὄντων κτέ.* ziemlich dasselbe soll unter dem namen des Origenes codex 127 geben. Holmes merkt aus 16 130 134 *Μαθουσαηλα*, aus 71 *Μαθουσαηλ* an: et sic in primo loco cum *ηλ* a manu secunda in rasura, in secundo loco *Μαθουσαηλα* 131. ich habe in meinem r *μαθουσαηλ* als correctur des MCrusius gefunden. der Syrer Cerianis hat das bei ihm zu erwartende ܡܬܘܫܐܝܠ (monumenta II 16).

ob bei Iosephus *α* 2, 2 in allen handschriften *Μαθουσάλας* gelesen wird, hoffen wir aus BNieses ausgabe bald feststellen zu können. Philo *περὶ Κάιν ἐκγόνων* 21 (= I 239 Mangey) hat nicht allein *Μαθουσαλα* auch unter Cains nachkommen, sondern erklärt sogar *ἐξαποστολὴ τοῦ θανάτου*: da שלח in G oft genug durch *ἐξαπέστειλε* gegeben wird (KKircher 1992ff), ist völlig gewiß, daß Philo Genesis 4, 18 nicht מתושאל, sondern מתושלח gelesen. ein scholion in meinem r *Μαθουσαλα θάνατος ἐξαποστελλόμενος* will auf dieselben vokabeln hinaus, welche Philo suchte. *Μαθουσαλὰ* in meinen Onomastica I 203, 11 geht nach dem accente auf den Cainiten: die übersezung *διὰ πρόσωπον λαλήσας, ἀπεσταλμένος* ist nicht ganz verständlich. Hieronymus sezt ebenda I 8, 10 eine glosse Mathusale mortis emissio (so FH, concussio B) vel mortuus est et interrogavit zu Genesis 5, 21 — einer stelle, in welcher מתושלח von niemandem bezweifelt wird:

das mortuus est et interrogavit entspricht ebenso augenscheinlich dem מת ושאל = מתושאל der Genesis 4, 18 im synagogentexte und bei Origenes, wie mortis emissio das zu Genesis 4, 18 alter lesung gehörige *ἐξαποστολὴ τοῦ θανάτου* Philos ist.

über den מחויאל oder מחייאל unsres textes ist vorläufig nichts unbedingt sicheres zu sagen. Philo *περὶ Κάιν ἐκγόνων* 20 (= I 238) erklärt den namen, welchen er — oder tun es nur unsere drucke seiner werke? — *Μεηλ* schreibt, durch *ἀπὸ ζωῆς θεοῦ*, hat mithin מחיי אל in dem namen gesucht und Genesis 4, 18 unzweifelhaft nicht מהללאל gelesen. Hieronymus OS I 8, 9 folgt dem Philo, wenn er außer quis est dominus deus = מי הוא יהּ אל zu Mauiahel ex vita deus sezt. bei Theophilus an Autolycus *β* 30 hat die venediger und hat die oxforder handschrift *Μεηλ*, wo Fell und Wolf *Μαλελεηλ* haben drucken lassen. *Μαιηλ*, was mit *Μεηλ* identisch ist, bieten bei mir Acmr, eine fülle minuskeln bei Holmes, und der Armenier. dem מחויאל entspricht so ziemlich *Μαουιηλ* meines E, aus dem mir Ds *μαουια* und das bei Wilkins (aus dem huntingdonianus 33 ?), in folge davon bei mir, und in einem pariser codex Fallets auftretende ⲙⲉⲟⲩⲓⲁ verstümmelt scheint (Λ wurde A gelesen), obwol Cyrill I 21$^{e}$ einen nominativ *Μαουΐας* und einen accusativ *Μαουΐαν* vorfürt. hat aber Holmes recht, die glosse seines 130 *Μαουιναν ωρυ* forte pro *ωριγ* = *ωριγενης* zu deuten, so würde *Μαουιαηλ* (denn das muß *μαουιναν* meinen) eine correctur des dritten jarhunderts sein, für welche ich es von anfang an gehalten habe: *Μαουηλ* und *Μαουιηλ* wären ebenso verstümmelungen dieses origenischen *Μαουιαηλ* wie das schon erwänte *Μαουια-ς* Cyrills.

diesem *Μεηλ* und *Μαουιαηλ* steht nun in abz *Μαλελεηλ*, bei dem Aethiopen ⲙⲁⲗⲁⲗⲉⲏⲗ, in Fallets Copten ⲙⲉⲗⲉⲗⲉⲏⲗ gegenüber, welches dem sethitischen מהללאל ganz genau entspricht. mindestens also ist erwiesen, daß מחויאל nicht die einzige lesart in Genesis 4, 18 war: da wir schon drei namen in den beiden listen identisch fanden, und die anname unmöglich scheint, daß in alter zeit ein Sethitenname absichtlich in die Cainitenreihe übertragen sein sollte, möchte ich Genesis 4, 18 מהללאל für ursprünglich erachten.

ich kann mir auch denken, warum מהללאל in Genesis 4, 18 beseitigt wurde: der name klang für einen Cainiten zu fromm: ist die deutung des מחויאל oder מחייאל *von gott geschlagen* richtig, so spricht sie für mich. denn einmal wird der frechste gottesleugner — und als solchen dachte man sich ja jeden Cainiten — sicher nicht ein neugeborenes kind *von gott geschlagen* nennen: das kann nur ein diaskeuast oder ein lexicograph für möglich halten. sodann ist מחה *er schlug* ein Aramaismus: ܡܚܐ = مخض steht für מחע und ist von מחה = محا himmelweit verschieden. nur ein ganz später Hebräer, dem aramäisch muttersprache war, war im stande מחויאל *von gott geschlagen* zu bilden: die variante מחייאל scheint ursprünglicher, da קטול aramäisch ܩܛܝܠ lautet.

die Elohim-urkunde ist es, welche diesen sprachfehler begangen hat: sie muß aus aramaisierender zeit stammen. wenn G Genesis 4, 18 wirklich *Μαλελεηλ* gegen *Μαουιαηλ* oder *Μεηλ* bevorzugt hat, ist die Cainitenliste ihm nicht bloß aus dem buche, sondern aus dem leben bekannt gewesen.

mithin ist fast gewiß, daß nach G die beiden listen nicht zwei, sondern vier namen identisch haben.

dieser umstand gewinnt dadurch an bedeutung, daß G sich im namen עירד als höchst unterrichtet erweist. denn *Γαιδαδ* kann seines *γ* und seines *αι* wegen nicht lesefehler, sondern muß alte überlieferung sein.

*Γαιδαδ* ist eigentlich one variante überliefert. im armenischen Ephraim I 36, 15 ist գեդադ leicht aus գեդադ hergestellt: *γαϊδα* am rande meines r ist wol nur schreibefehler, ebenso Γαιδαδ einer handschrift bei Fallet. *γαιδας* bei Theophilus an Autolycus *β* 30 würde, wenn es auf handschriften beruht, graecisierung von *γαιδαδ* sein: գայերիդադ der Armenier ist ein offenbarer fehler, zu dessen entstehung עירד Hs und Cerianis ܥܝܕ mitgewirkt haben mögen.

Philo *περὶ Κάιν ἐκγόνων* 19 (I 237) erklärt *ποίμνιον*. dies beweist, daß Philo עירד in einem hebräischen codex gelesen, und das vermeintlich oder wirklich gesehene עדר in einem wirklichen wörterbuche nachgeschlagen hat. עדר ist oft durch *ποίμνιον* übersezt: von *Γαιδαδ* konnte niemand auf *ποίμνιον* kommen.

Wie Iosephus den namen gesprochen hat, werden wir durch BNiese lernen. α 2, 2 liest man *Ιαρεδης*, in der lateinischen übersezung Iarad: ich vermute *Αιραδης* sei das richtige. hat Iosephus *Ιαρεδης* oder *Ιαραδ* geschrieben, so würde עירד der Cainiten mit ירד der Sethiten sich decken.

Hieronymus hat עירד, wol wegen der abweichung der hebräischen von der griechischen form, in seinem onomasticum ausgelassen. denn da die drei namen Irad Iram Iras in den verschiedenen handschriften dieses onomasticum an verschiedenen stellen stehn (in FH zwischen יובב Gen 10, 29 und ישכה Gen 11, 29 — wo sie alle drei unpassend sind —, in B zwischen יתת Gen 36, 40 und ימואל Gen 46, 10 — wo wenigstens Irad nicht geduldet werden durfte), so wird der schluß erlaubt sein, daß sie als zusaz eines gelehrten lesers, welcher sie vermißte, am rande eines exemplares nachgetragen waren, und von da her in verschiedenen abschriften an verschiedenen plätzen eingeschaltet worden sind. auch die erklärung von עירד durch civitatis descensio (עיר und ירד) stimmt nicht zu dem sonderbaren *Γαιδαδ τετειχισμένη* Onomastica I 180, 54 (woher das femininum?), dürfte also nicht alt sein.

G hat durch sein *Γαιδαδ* bewiesen, daß der name ihm noch aus lebendiger überlieferung bekannt war. *γομορ* = עמר (اغمار *δράγματα* Psalm 128, 7 in $\mathfrak{y}^{\mathrm{p}}\mathfrak{y}^{\mathrm{n}}$, vgl $\mathfrak{y}^{\mathrm{s}}$ مغمر, C 129, 7 מעמר), *Χοδολλογομορ* = כדרלעמר, *Θαργαλ* = תדעל (sollte *Θαλγαλ* aus *Θαδγαλ* verlesen sein? jedenfalls haben alle zeugen *γ* für $\mathfrak{y}$), *Ρεγμα* = רעמה, *Γομορρα* = עמרה, *Γάζα* = עזה, *Γαι* = עי, *Σογορα* = צער, *Γαιβαλ* = עיבל lehrt, daß diese namen den ältesten übersezern nicht bloß aus der rolle bekannt waren, welche sie zur übertragung vor sich hatten: die namen sind also nach mereren richtungen hin von bedeutendem werte. dasselbe was von inen gilt, wird auch von עירד gelten, wenn G dafür *Γαιδαδ* hat, nur daß allerdings ein fehler in unserem texte angenommen werden muß.

עידד ist nach analogie von הידד und עיבל zu sprechen: es gehört zu غد. Olshausen § 181ª Kosegarten § 676. *Καιναν* = קינן unsrer liste ist wol nur scheinbar analog, da es vermutlich nicht zu قن, sondern zu قين steht.

was Iosue der son Levis in בראשית רבה 23 über die namen der Cainiten insgesammt und עירד insbesondere vorträgt, unterneme ich nicht zu

deuten. wann werden wir von den ältesten denkmälern der nachbiblischen litteratur der Juden brauchbare ausgaben besizen, die so one unnüze gelehrsamkeit bearbeitet sind wie MSZuckermandels תוספה?

wenn die Cainiten wirklich dieselben namen tragen wie die Sethiten, muß *Γαιδαδ* als die älteste gestalt von עירד und ירד gelten. er steht in einer Iahwe-, nicht in einer Elohim-urkunde.

Nöldeke ZDMG XXXII 401, 23 Lagarde Symmicta II 95 § 10.

שרק

Wie die Phoenicier das participium activi ausgesprochen haben, ist noch nicht gewiß. daß die Punier genau dieselben vokale gehabt haben wie die Carthager, und zwar zu allen zeiten, will mir nicht glaublich scheinen. aus den seit Bochart viel genannten formen rufe = רפא *arzt*, iusim = יצאים *exeuntes*, suffes [doch wol sufes?] = שפט möchte ich daher gegen das allerdings nach allen richtungen hin bedenkliche *ζωφησαμην* = *οὐρανοῦ κατόπται* = צפי שמים Sanchuniathons nicht operieren. aber wenn die Griechen *σύριγξ* haben, so haben sie vermutlich ein particip der wurzel שרק in altphoenicischer form, von dem dann weiter *συρίττειν συρίσδεν* in Griechenland selbst hergeleitet worden sind.

GCurtius[5] 287 erklärt *-ιγξ* in *σάλπιγξ φόρμιγξ λᾶιγξ πλάστιγξ* für »individualisierend«, wobei ich mir nichts zu denken vermag. wie das niederländische die französische endung -esse stark, und auch da verwendet, wo es eigne mittel des ausdrucks hätte, so kann *-ιγγ-* aus einer fremden sprache in das griechische gedrungen sein. da das allein stehende פלס Prov 16, 11 Isa 40, 12 *ῥοπὴ σταθμὸς* bedeutet, wäre nicht unmöglich, daß gleich *πλάστιγξ* ein mit der fremdartigen endung belastetes פלסת gewesen. für vollkommen entscheidbar halte ich derartige controversen nicht. कपृथ् bespricht RRoth ZDMG II 229, und sezt das avestische kameredha daneben. die Araber aber nennen dasselbe glied كمرة Avicenna I 563, 25 566, 18: wo ist die heimat? welche die etymologie? die كمرة ist so alt wie die schöpfung, und jeder mann trägt sie.

תולדה

So lange hebräisch geredet worden ist, hat הוליד בן bedeutet *er zeugte einen son*. denken wir nun Araber an der stelle von Hebräern,

so würden sie von اولد und ولد II توليد oder تولِيدة, auch wol تولِدة, herleiten, nur mit dem bemerken, daß diese bildungen zur vierten zu ziehen nicht mehr üblich sei, da man sie als derivate der zweiten zu brauchen sich gewönt habe. ⱡⱥⱺⱺⱺⱺ النسل Praetermissa 10, 3.

ECastle 943 citiert Avicenna I 142, 12 البصل لما يصير بالعقل لتوليده المخلط = *weil sie schleim erzeugt.*

danach kann תולדת אברהם nur dasjenige sein, was Abraham erzeugt hat, das heißt, Abrahams söne und nachkommen.

ist dies der sprachgebrauch, so müssen wir ihn überall fest halten.

dann aber ist Genesis 2, 4 fehlerhaft, denn in dieser stelle ist der sprachgebrauch nicht fest zu halten.

bekanntlich streiten die allezeit uneinigen ausleger noch darüber, ob der vers ganz oder teilweise überschrift oder ganz oder teilweise unterschrift sei. die entscheidung ist für diese untersuchung gleichgültig. תולדת השמים והארץ kann in dem einen wie in dem andern falle nur bedeuten *dasjenige was himmel und erde erzeugt haben.* himmel und erde haben aber nach hebräischer vorstellung gar nichts zu erzeugen: zu anfange der Genesis haben sie es erst recht nicht, wo alles darauf ankommt, Jahwen als ursache und herrn der welt darzustellen, welcher, weil er dies ist, das recht und die macht habe, den sich zu ihm bekennenden (Iosue 24, 15 Lagarde Symmicta I 55, 40) das gelobte land auch ein anderes mal zu schenken.

die מסרה berichtet I 81 (Frensdorff) תולדות ב מלא דמלא, wozu Frensdorff »die form findet sich dreizehnmal in der bibel: zweimal Gen 2, 4 Ruth 4, 18 doppelt plene: einmal Gen 25, 12 doppelt defectiv: dreimal defectiv nach ת und plene nach ד (Gen 36, 1 9 37, 2): die übrigen sieben male plene nach dem ת und defective nach dem ד« [wie es sein sollte = taulidât]. vergleiche בראשית רבה bei Ramon Martinez • pugio fidei III 2, 8 (seite 481 Voisin). ich möchte auf diese tatsachen kein gewicht legen, da änliches oft genug vorkommt, one von wert für die kritik des textes zu sein.

ich glaube nicht, daß Genesis 2, 4 תולדת so, wie die Tiberienser es sprechen, gesprochen werden dürfe.

in meinen hagiographen 206, 5 wird der Esther vorgeworfen, daß sie עמה ותלדותה nicht angezeigt: es gibt mithin ein תלדו *herkunft*. ebenda 244, 9 heißt es vom menschen בתילדותיה בכיא: es gibt mithin ein תילדו *geburt, der vorgang des geborenwerdens*.

sollte nicht dies leztere wort Gen 2, 4 gesucht werden müssen? das durch בהבראם erklärt wäre? vergleiche die parallelen in der nachher aus בראשית רבה angezogenen stelle. wenn wir das י Hagiogr 244, 9 gelten lassen, läge eine form wie תירש *most*, תלבשת *kleidung* vor: doch wäre des Samaritaners תולד zu erwägen, neben dem תלוד aus Adlers evangeliar zu stehn käme, bildungen, auf welche näher einzugehn ich außer stande bin, neben denen ich aber das über تلد* von اتلد (= ولد VIII, vgl تخذ und تخم Lane 298° 299ª) herstammende تلاد Ḥamâsa 31, 13 تليد Ḥamâsa 699, 23 Ḥarîrî² 317, 6 wenigstens erwänen will.

ich würde die vermutung nicht geäußert haben, wenn nicht aus dem hexateuche selbst ihr ein helfer erstünde.

ehe ich ihn herbeirufe, muß ich freilich bchaupten, daß Gen 36, 8 die worte ואלה תולדת עשו אבי אדם als fehlerhafte wiederholung aus vers 1 zu streichen sind. der augenschein hilft mir.

erinnern wir uns an die nach IFürst von ThNöldeke untersuchungen 16 17 bemerkte wiederkehr der zal 70 in der Genesis, so können wir auch glauben, daß die תולדתformeln, an denen sich ja die erzälung weiterhilft, durch eine heilige zal gemessen seien, um so mehr als von Adam bis Noe, und von Noe bis Abraham je zehn geschlechter angefürt werden, also auch an einem andern punkte das aus Matthaeus 1 bekannte princip zur geltung zu kommen scheint — den wert von Opperts entdeckung Lagarde Symmicta II 6 allezeit vorbehalten.

es sind uns dann im hexateuche zehn glieder geblieben:

זה ספר תולדת אדם Gen 5, 1
אלה תולדת נח Gen 6, 9
ואלה תולדת בני נח Gen 10, 1
אלה תולדת שם Gen 11, 10
ואלה תולדת תרח Gen 11, 27
ואלה תולדת ישמעאל Gen 25, 12

ואלה תולדת יצחק Gen 25, 19
ואלה תולדת עשו Gen 36, 1
אלה תולדת יעקב Gen 37, 2
ואלה תולדת אהרן Num 3, 1.

ich habe allerdings gegen diese anschauung das bedenken, daß der sprung von Iacob auf Aharon ein sehr weiter ist, und gebe zu erwägen, ob nicht Gen 46, 8 שמת in תולדת geändert werden muß. aus מדרש תנחומא $60^b$ 16 Wien = $24^c$ 31 Bomberg (woraus ילקוט zu Exod 1, 1 schöpft) hebe ich beiläufig hervor, daß die Juden zwischen אלה und ואלה einen unterschied machen, wonach mit Adam, Noe, Sem, Iacob die hauptabschnitte anheben würden.

auf jeden fall läuft der schematismus auf die Aharoniden aus, das heißt, es kommt dem hexateuchiker auf das priestertum an. dadurch allein wird der hexateuch als ganzes aus der königszeit herausgewiesen. so lange ein nachkomme Davids auf dem throne saß, war es unmöglich, das haus Aharons in den mittelpunkt der geschichte zu schieben. dies konnte man nur entweder vor David oder nach dem exile tun. da nun aber an die zeiten vor David und Saul zu denken nicht angeht, so erhärtet Num 3, 1 und das verhältnis dieser stelle zum ganzen werke, daß der hexateuch nach dem exile, mitten in der theokratie, zusammengetragen ist.

die tatsache ist um so interessanter, als wir noch eine antwort der monarchisch gesinnten partei auf diese von den theokraten in umlauf gesezte anschauung der jüdischen geschichte besizen.

Ruth 4, 18 erscheint der saz ואלה תולדת פרץ. die priesterpartei konnte den umstand, daß Ruth Davids ahnfrau gewesen, gegen die nachkommen des alten königshauses benuzen: angesichts des gebots Deut 23, 4 und der Esdr $\beta$ 13, 1ff erzälten vorgänge wird man geneigt sein zu glauben, daß es wirklich geschehen sei. der verfasser des buches Ruth will nun durch anwendung der geheiligten formel des hexateuchs das haus Davids dem hause Aharons als gleichwertig zur seite stellen. man weiß, daß jezt sein werk nur unter den כתובים erscheint: totzuschweigen muß es aus uns unbekannten gründen nicht gewesen sein.

JJWetstein hat aus בראשית רבה 12 zu Matth 1, 1 folgende säze angemerkt: *alles hat tôl<sup>e</sup>DÓT: himmel und erde nach Genesis 2, 4: die berge nach Psalm 90, 2: regen und tau nach Iob 38, 28. . . . alles was tôl<sup>e</sup>DÓT hat, stirbt und wird alt, ist geschaffen und nicht schöpfer: alles was keine tôl<sup>e</sup>DÓT hat, stirbt weder noch wird es alt, ist schöpfer und nicht geschaffen.* daß diese stelle unter berücksichtigung von Matth 1, 1 gegen die kirchenlere von Iesus gerichtet ist, leuchtet ein: recht schmackhaft wird die polemik erst durch die anname, daß der verfasser Curetons evangelium vor sich hatte, welches mit ܟܬܒܐ ܕܬܘܠܕܬܗ ܕܝܫܘܥ anhebt: die spätere kirchenübersezung hat ܕܝܠܝܕܘܬܗ, gegen welches der rabbiner das nicht hätte sagen können, was er gesagt hat.

ܬܘܠܕܬܐ Gen 2, 4 ist, soweit ich sehe, ein hebraismus. man sagte echt syrisch ܟܬܒܐ ܕܗܘܝܗ ܕܥܠܡܐ (vgl Titus von Bostra 9, $\frac{28}{29}$ [syr 13, 5] 13, 37 [18, 13] 19/20 [25, 31] 65, 38 [81, 9] Athanasius festbriefe ܟܚܢ 6) wie arabisch كتاب تكوين الخلايق nach meinen materialien II 1. hingegen ትውልድ: scheint mir, dem wenig sachverständigen, echt aethiopisch. ADillmann grammatik § 111 weist ቱልድ: daneben nach, und heißt tewléd und tûléd lesen. ich erblicke in diesem ትውልድ: ein seitenstück zu تملك تغلب und änlichen: nach Dillmanns wörterbuche 888 für *ἔκγονον πατριὰ γένεσις.*

# Ueber den Hebräer Ephraims von Edessa

von

*Paul de Lagarde.*

Zu Genesis 1 bis 38.

In der königlichen gesellschaft der wissenschaften vorgelegt am 6 März 1880.

Nur wenigen unter den vielen, welche sich mit dem alten testamente abgeben, wird bekannt sein, wie unsicher der boden, auf welchem sie wandeln, auch in lexikalischer hinsicht ist. bei einer langen reihe von hebräischen vokabeln kann von einer überlieferung in betreff irer bedeutung im ernste nicht die rede sein: wir übersezen oft nur nach vermutung, und sollten uns dadurch, daß eine vermutung schon in alter zeit ausgesprochen worden, nicht verleiten lassen, sie für ein durch treue gewärsmänner an uns gelangtes wissen zu halten.

allen lexikographischen versuchen muß die kenntnis der lexikalischen tradition und der lexikalischen conjectur voraufgehn. auf den folgenden blättern stelle ich einige notizen zusammen, welche für die hebräische philologie nicht one wert sein werden, falls sie sich bequemen sollte, auf den von mir gewiesenen weg einzulenken.

Ich habe schon 1862 im vorworte zu meiner ausgabe der διατάξεις ἀποστόλων auf die zu Venedig 1836 veröffentlichten Ephraims aufmerksam gemacht. um diese handelt es sich in dieser abhandlung, und zwar nur um iren ersten band. es ist nach mehr als Einer richtung hin unmöglich gewesen, die untersuchung auf den ersten wurf zu ende zu füren.

vor allem auf die eigentlich notwendigen vorläufigen betrachtungen über die echtheit und unversehrtheit der von den Mekhitharisten mitgeteilten armenischen übersezungen Ephraims und über ihr verhältnis zum

römischen drucke und den handschriften habe ich nicht die muße mich zu verbreiten: auch fehlen die erforderlichen typen. für die diesmal verfolgten zwecke durfte ich zum glücke auf jene betrachtungen verzichten, da mein material sich in den meisten fällen aus in ihm selbst liegenden gründen als zuverlässig erwies.

auch werden sich noch von mir übergangene stellen der catene finden, welche als bemerkungen des Hebräers angesehen werden dürfen, obwol der Hebräer nicht ausdrücklich genannt ist. sie zu besprechen, reicht mein material nicht aus.

$C^1$ $C^2$ $C^r$ G H S sind leicht verständliche abkürzungen, die ich auch sonst schon gebraucht habe: W nenne ich dieses mal die in meinen materialien veröffentlichte arabische catene zur Genesis, über welche jezt auch Lagarde Symmicta II 7 nachzusehen sein wird.

die vorliegende abhandlung ist nicht als die erste einer reihe bezeichnet worden, da ich vorläufig keine neigung spüre, die feder zu eignen schriften weiter in die hand zu nemen.

1. Genesis 2, 12 שם הבדלח ואבן השהם. Ephraim 10, 4—8.

G *ἐκεῖ ὁ ἄνθραξ καὶ ὁ λίθος ὁ πράσινος*: den Aquila wage ich nicht zu citieren, S nicht zu deuten. aus G floß was Ephraims Hebräer bekämpft, der selbst *անդ մարգարիտ և ականք պատուականք* *dort perle und edle steine* übersezt. daß בדלח den Juden als perle galt, erhärtet SBochart hierozoicon *s* 5: für Ḥarîrîs² 27, 7 28, 1 لولو verwendet noch Ḥarîzî בדלח. für אבן השהם bietet auch $C^1$ nur das unbestimmte אבנן טבן: sein דבורלין ist glosse: eine überlieferung über שהם hat weder $C^1$ noch Ephraims Hebräer besessen.

2. Genesis 2, 14 הוא ההלך קדמת אשור. Ephraim 10, 8—10.

G *οὗτος ὁ προπορευόμενος κατ' ἔναντι Ἀσσυρίων*, wonach S ܕܡܠܟ ܗܘ ܕܐܙܠ ܠܡܩܒܠ ܐܬܘܪ: vergleiche ܠܡܩܒܠ für לעמת* Exodus 25, 27 [28, 27] und meinen Epiphanius § 63, 2 und sonst. falls G in אשור die Assyrier suchte, konnte er mit der notiz nichts anfangen, daß der Tigris östlich von אשור fließe: unter den älteren Ptolemäern war ein Jude in Alexandria gewiß wenigstens soweit unterrichtet über Assyrien wie Strabo *ις* 1, 1 es unter Augustus gewesen ist. daher das farblose *κατ' ἔναντι*.

$C^1C^2$ Saadias sahen in אשור die stadt اثور Yâqût I 119, 16 III 113, 22

Assemani III² 709 711 Hoffmanns glosse 1799, also — grob gesagt — الموصل Lagarde Praetermissa 52, 3, einst nach Ptolemaeus *Λαββανα* = *tuilerie*, danach اردشير [بود = بو =] نو Yâqût IV 683, 10 [Ḥamza 47, 18] geheißen. da der Tigris wirklich östlich von diesem اثور fließt, hatten sie keine veranlassung, קדמת umzudeuten oder abzuschwächen.

Ephraim las 'Իկլաթ երթայ դէմ յանդիման Ասորեստանի, also, da *դէմ յանդիման πρόσωπον πρὸς πρόσωπον* Gen 32, 30 oder *κατὰ πρόσωπον* Ezech 41, 21 ist, im wesentlichen wie GS. gegen ihn wendet sich der Hebräer mit *յարևելից կողմանէ Ասորեստանի*, aber in sehr unverständiger weise. denn allerdings stellt er *an der östlichen seite* (vergleiche א Exod 36, 12) richtig her, aber er läßt *Assyriens*, und damit den stein des anstoßes für alle unterrichteten, stehn.

Yâqût معجم I 119, 17 مشترك 102, 3 nennt neben اثور auch اقور und ابور. es muß (siehe مشترك) افور hergestellt werden. Abulfarag fürt freilich, wenn ich mich recht erinnere, nur aus Palaestina an, daß man ܬ wie ܦ gesprochen habe, allein فوم für ثوم kennen auch Gauhari II 322 Busθânî 1644², das umgekehrte تحنث für تحنف Ibn Hišâm 152, 4, so daß افور nicht unwarscheinlich ist.

**3.** Genesis 2, 21 תרדמה. Ephraim 11, 10—11.

G *ἔκστασις*, S ܫܠܝܐ: gegen lezteres, das der übersezer *նիրհ schlummer* übertragen, richtet Ephraims Hebräer sein *քուն schlaf*. in der tat sezt C¹ für תרדמה Gen 2, 21 Iob 33, 15 שינא עמיקא, Sam *α* 26, 12 שינא תקיפא, Gen 15, 12 שנא עמיקא בסימא, sogar S Iob 4, 13 ܫܢܐ ܥܡܝܩܐ.

**4.** Genesis 2, 23 זאת הפעם עצם מעצמי. Ephraim 12, 10—12.

S (vergleiche Exod 10, 17 ܗܢܐ ܙܒܢܐ doch wol = אך הפעם gegen זאת הפעם ܗܢܐ ܙܒܢܬܐ Iudd 16, 28: für die stellung זה הבית Esdr 3, 12) ist es nicht, gegen den Ephraims Hebräer sich wendet, sondern G. der Hebräer übersezt *այս ամուսին իմ ոսկր յոսկերաց իմոց diese* [*ist*] *meine ehefrau, bein von meinen beinen.*

in בראשית רבה 18 heißt es זאת היא שעתידה להקיש עלי כזוג היך מה דאתאמר פעמון זהב ורמון זו היא שהיתה מפעמתני כל הלילה כולה. nun wird פעמן Exod 28, 33 39, 25 26 von C² mit זג, von S mit ܙܓܢ = زنگ (vergleiche *զանգակ*) übersezt, Lagarde abhandlungen 41, 10 studien § 751. dies aus

זנג zusammengefallene זג erscheint in einzelnen büchern als זוג: Rabbinowicz hat zu שבת 54[a] 58[a] keine variante bemerkt, mišno נזיר 6, 2 ספרי 5[c] 46 sind noch one apparat: aus der mišno nennt Abûlwalîd 578, 7 (wo der bequeme herausgeber kein citat gibt) ebenfalls זוג, wärend er 9 זג bietet, und aus Num 6, 4 nach überlieferung deutet. durch dies זוג lag nahe, bei זג = פעמן an ⟨ʾ ζεῦγος zu denken, um so näher, als der זג oder *κώδων* einen עינבל oder *ἔμβολος* haben mußte, und so die zote unschwer zu stande kam: *ἔμβολος* als klöppel der glocke bin ich außer stande zu belegen, die Araber haben irem عنبل und عنبلة wie die talmûdisten dem עינבל (Buxtorf $\frac{1629}{1630}$) eine semitische etymologie zurecht gemacht.

sollte Ephraims Hebräer nicht auf diesem wege seine *ehefrau* aus פעם herausgedeutet haben?

5. Genesis 3, 8 לרוח היום. Ephraim 19, 9.

G *τὸ δειλινόν*, S ⟨ܕ̈ܪ̈ܡ̈ (Ephraims syrische werke I 33[B] 140[B]), was gleichbedeutend ist: לפנות ערב *τὸ πρὸς δείλης* Gen 24, 63. *δείλη* Exod 18, 14 = ערב *abend*, aber Regn *γ* 18, 29 vertritt — das von *δείλη* abgeleitete und darum mit ihm nicht identische — *τὸ δειλινὸν* הצהרים, die zeit, wo die sonne am ⟨ = ⟨ des himmels steht und abwärts zu steigen beginnt: ⟨ *abend* braucht, wenn ich nicht irre, Ibn Arabšâh: ⟨ steht als *ἑσπέρα* dem ⟨ *πρωΐ* gegenüber Macc *α* 10, 80: die mitte zwischen mittag und sonnenuntergang ist nach Elias Praetermissa 57, 18 الزوال ⟨ = die zeit zwischen mittag und drei uhr nachmittags. der armenische übersezer Ephraims drückt übrigens die ableitung des ⟨ von ⟨ *ἐπανῆλθε* Reliqq 76, 3 = gr 46, 14 dadurch aus, daß er ⟨ braucht: denn ⟨ = *ἐπανέρχεσθαι* Luc 19, 15 und oft.

dieser erklärung sezt Ephraims Hebräer ⟨ entgegen.

⟨ stammt von ⟨: ich notierte es mir für *σπᾶν* (object *ἀέρα*) Sap 7, 3: *σπᾶσθαι* (*μάχαιραν*) Marc 14, 47: *ἑλκύειν* (*μάχαιραν*) Ioh 18, 10: *ἐπισπᾶσθαι* (*ὄλεθρον*) Sap 1, 12: *βάλλειν* (*βέλος*) Sap 5, 12: *ἐκτείνειν* (*χεῖρα*) Gen 3, 22 (*ἀγκύρας*) Act 27, 30 (*δίκτυα*) Prov 1, 17 (*οὐρανὸν ὡσεὶ δέρριν*) Ps קך = *ργ*, 3. daher ⟨ *ort zum ausbreiten der neze* = *ψυγμὸς σαγηνῶν* Ezech 26, 5 14. die redensart ⟨ habe ich nirgends sonst gelesen: die erklärung Ephraims verstehe ich nicht.

ich hüte mich um so sorgfältiger, mich bindend zu äußern, als die lesung der stelle Gen 3, 8 unsicher ist. durch meine ausgabe der quaestiones des Hieronymus 6, 23 ist ans licht gekommen, daß die handschriften des stridonensers zwischen barua haium und laroe aiom schwanken. da niemand, der den text der Tiberienser für heilig hielt, laroe anzutasten veranlaßt war, da dies dem üblichen לרוח entsprach, halte ich barua = ברוח für die dem Hieronymus eigentümliche lesart. ob Ephraims Hebräer ברוח statt לרוח gelesen, kann ich noch nicht feststellen: wenn er dem alten քնգ կառնալ sein ի հգիլ entgegensezt, scheint er allerdings eine andere praeposition als das in ܠܡܗܠܟ vorliegende ל haben andeuten zu wollen. wenn endlich Abûlwalîd 670, 11 ff Sam α 16, 23 Iob 32, 20 Esther 4, 14 Exod 8, 11 Gen 32, 17 mit לרוח היום Gen 3, 8 zusammenbringt, dürfte er nicht wie die Tiberienser ausgesprochen haben: er übersezt فى رواح النهار und erklärt من الزوال الى الليل: Lane 1182.

jedenfalls wich Ephraims Hebräer in der deutung des ausdruckes wesentlich von GS ab. ich verweise auf NFullers miscellanea sacra 3, 5 = critici sacri (Amsterdam) VIII 970.

**6.** Genesis 3, 24 וישכן מקדם לגן עדן. Ephraim 24, 10—14.

G hat Gen 3, 24 einen vollständigeren text gehabt als wir haben, oder er hat — was ich nicht glaube — aus eignen mitteln seine vorlage vervollständigt: nach וישכן + אתו, nach עדן + ויעמד oder וישם oder ויתן. S wie H, nur gibt S für וישכן ܘܐܩܝܡ: W 44, 28 47, 4 folgt zum teil G, der römische Ephraim I 39°, der venediger (ե կառնաց) I 24, 10 und Hoffmanns glosse 700 lesen wie Lee: կառնալ περιεκυκλοῦν Gen 19, 4 Num 21, 4 Iosue 7, 9 κυκλοῦν Iudd 19, 22 20, 5: für ἐντυλίσσειν Matth 27, 59 ἐνειλεῖν Marc 15, 46 δέειν Ioh 19, 40 braucht א կառնալ, wo der Syrer ܘܐܩܝܡ verwendet. vergleiche auch ܐܣܟܘܬܐ ܕܡܛܠܬܐ mit կառնաց ի խանձարուբս Lucas 2, 7: ܒܘܣܐ Praetermissa 38, 60 — dies bemerke ich beiläufig — und խանձարուր sind ein und dasselbe wort, wie nicht nur aus Luc 2, 7, sondern auch aus Ezech 16, 4 Sap 7, 4 leicht erhellt, wenn man א und ם neben einander liest. ich bitte überhaupt das armenische für das syrische nicht außer acht zu lassen. wenn wir zum beispiel neben ܒܝܬܐ[ܕܡܠ] Praetermissa 29, 60 Michaelis 485 Hoffmanns glosse 5451 ܒܝܬܐ Michaelis 525 an-

treffen, so möchte ich dies leztere nicht von vorne herein verwerfen, da մառան im sinne von vorratskammer, weinkeller ein sicheres armenisches wort ist: ich entneme dem großen venediger wörterbuche II 210[3] das citat Faustus von Byzanz δ 12 [= 108, 17 մառանք գինւոյ] und stelle fest, daß aus Euseb KG γ 6 das wort մառան citiert wird, aber in dem 1877 erschienenen abdrucke [γ 6, 2 seite 155 lezte zeile des alten texts] verschwunden ist: ein neuer belag für die kritiklosigkeit der Mekhitharisten. S hat sich also die Cherubim die runde machend, nicht an Einer stelle postiert gedacht, und schwerlich וישכן vor sich gehabt, sondern ויסב: vergleiche ܘܐܟܪܟܢܝܢ für ויסבני Ezechiel 47, 2. ihm sezt Ephraims Hebräer in übereinstimmung mit C[1]s C[2]s ואשרי բնակեցոյց *er machte wonen* entgegen.

7. Genesis 4, 15 וישם יהוה לקין את. Ephraim 36, 28—29.

*Der Hebräer և եդ տէր նշան 'ի կայէն.* dies entspricht S ܘܣܡ ܡܪܝܐ ܐܬܐ ܒܩܐܝܢ und der armenischen bibel (G *καὶ ἔθετο κύριος ὁ θεὸς σημεῖον τῷ Κάιν*), so daß ich mein unvermögen die glosse zu begreifen, bekennen muß.

8. Genesis 4, 24 כי שבעתים יקם קין. Ephraim 39, 26—27.

*Der Hebräer sagt զի ընդ միոյ ևթն հատուցումն հատուցաւ կայէնի.* da ist հատուցումն = *ἀντιμισθία* Cor β 6, 13: *ἀνταπόδομα* Luc 14, 12 Rom 11, 9: *ἀπόδομα* Num 8, 11: *δόμα* Num 3, 9: kurz, = ܦܘܪܥܢܐ. ebenso alltäglich հատուցանել. aber was soll der aorist հատուցաւ?

9. Genesis 9, 5 מיד כל חיה. Ephraim 49, 31—33.

*Statt zu sagen Euer blut werde ich von allen tieren suchen, sagt der Hebräer Von den händen aller lebendigen.* vergleiche G *ἐκ χειρὸς πάντων τῶν θηρίων*, S ܡܢ ܝܕ ܟܠ ܚܝܘܬܐ.

10. Genesis 10, 10 11. Ephraim 53, 22 ff.

Es ist sicher, daß die worte յերկրէ յայնմանէ ել ասորեստանեայն Gen 10, 11 dem ܡܢ ܐܪܥܐ ܗܝ ܢܦܩ ܐܬܘܪܝܐ Ss entsprechen: an die stelle der beiden lezten vokabeln wird ել ասուր gesezt, one daß gesagt würde, ob dies dem *ἐξῆλθεν 'Ασσοὺρ* [*'Ασοὺρ* acrtz] Gs oder dem יצא אשור Hs entsprechen soll.

nach dieser mitteilung greift die catene auf 10 zurück und berichtet որէք (= *Ορεχ* Gs, nicht ܐܪܟ Ss, da dessen aussprache durch Hoffmanns glosse 1498 feststeht) sei ուռխա, also الرهاء Edessa: արափաթ (= einem

in ܐܪܟ verlesenen, aus *Αρχαδ* Gs entstandenen ܐܪܕ, über dessen ܒ = ? oben seite 12) sei ՆՖբին, also نصيبين *Nisibis*: քաղաքէ (= *Χαλαντη* G mtz, nicht ܟܠܚ Hoffmanns glosse 4733) sei տիսբոն *Ctesiphon*. hierzu stimmt in der römischen ausgabe I 58ᴮ ܟܠܚ . ܕܝܨܘܢ ܐܪܕ . ܐܪܟ ܐܪܟ ܕܡܣܦܘܢ, nur daß die erklärten namen in den formen Ss, nicht in denen Gs vorliegen. ebenso stimmt dazu C¹ הדם ונציבין וקטיספון, wo Cʳ קטיספו: zum dritten namen sezt C¹ דפונטוס [?], Cʳ דבבל.

man möchte glauben, daß die erklärung des ארך durch Edessa nur dadurch enstanden sei, daß man ܐܘܪܗܝ für entstellung jenes ארך ansah: man kann von GHoffmann ZDMG XXXII 742 743 lernen, was diese ansicht wert ist.

es gibt eine stadt ارك auf dem wege von Beroea in Coelesyrien nach Palmyra, die Yâqût I 210, 16 Arak spricht, dabei aber meldet, Ibn Duraid nenne sie Urak (also genau = *Ορεχ*). an sich wäre es nicht unmöglich, daß diese früher bedeutend gewesen, und später — etwa durch Palmyra — herabgekommen wäre, wie ja das bei Isaias 10, 9 36, 19 und Ieremias 49, 23 als mächtig genannte ארפד bis auf ERoediger zu Gesenius thesaurus 112 Nöldeke ZDMG XXV 258 Haußknecht und Kiepert ebenda 655 hat warten müssen, um mit ارقاد, drei meilen nördlich von Ḥalab an der straße nach *Κιλιζα* identificiert zu werden: sie könnte G sein *Ορεχ* geliefert haben, one daß darum ארך selbst nicht الورك Yâqût IV 922,13 wäre, für welche die Assyriologen (wer unter inen zuerst?) jezt ארך halten.

wie elend der text der armenischen catene ist, möge daraus erhellen, daß Ss worte ܟܠܚ ܕܣܘ ܐܬܪ ܕܝ ܟܠܚ ܟܠܚ ܐܬܪ ܕܝܨܘ durch ՀՀռոբովք գիւղաք և գիւղաքն գիւղիկ և գղասեմ gegeben werden. man erkennt in Dasem רסן, in Hroboth רחבת, in Chalakh כלח: գիւղաք möchte des römischen Ephraim I 58ᴮ glosse ܪܚܒܬ sein, in dem ܟ in ܒ verlesen worden, also Adiabene Lagarde Semitica I 28: Chark steht auf jeden fall an der unrichtigen stelle, und mag sich aus Saadias erläutern, der zu gut über Edessa, Nisibis und Ctesiphon bescheid wußte, um die hier genannten, in שנער gelegenen, städte in inen zu erkennen, und daher ארך durch كرخ [welcher der vielen orte des namens?], אכד durch اهواز

[plural von فوز, durch einen Sapores gegründet], כלגה durch [das vom khalifen Omar erbaute] كوفة erklärt.

der römische Ephraim läßt seite 58 zeile 16 ܚܠܡܐ, welches, da ܚܠܡܐ bereits in zeile 15 dagewesen (die punctation ist schwerlich alt, durch welche die römischen herausgeber die beiden ܚܠܡܐ unterscheiden), vermutlich in ܚܠܫ umzuschreiben ist, ܐܬܪܐ *Ἄτρα*, ܐܣ (das wäre רסן) ܐܣ ܚܠܡ *Ῥισαινα* sein.

für das syrische wörterbuch merke ich an, daß נמרד (Lagarde armenische studien § 1605) vom Armenier Namraud gesprochen wird: auf au ist dabei kein gewicht zu legen: das a der ersten silbe darf man nicht one weiteres vergessen.

**11.** Genesis 10, 21 אחי יפת הגדל. Ephraim 54, 22—24.

Die armenische catene gibt mit *եղբօրն Յաբեթի երկցու* den text der armenischen bibel, nicht den Ss wieder. zur erläuterung bemerke ich, daß *երկց* nicht, wie der berliner akademiker IHPetermann einst dem von ihm nicht genannten Schröder nachschrieb (Lagarde armenische studien § 722) = *ἱερεύς* ist, sondern den erstgeborenen bedeutet. der Armenier drückt nur frei Gs *ἀδελφῷ Ἰάφεθ τοῦ μείζονος* aus. Dachsel belehrt I 147 148 über die accente Hs. der Hebräer Ephraims sezt dieser auffassung der stelle entgegen *եղբօրն Յաբեթի որ մեծն է քան զնա dem bruder Iaphets, welcher größer ist als er*, womit er doch wol dem Sem die erstgeburt zuzuschreiben gesonnen war. C[1] wagt noch nicht von der auffassung Gs so abzugehn, daß er den Sem zum erstgeborenen erklärte — die öffentliche meinung muß damals noch den Iaphet für den ältesten gehalten haben —: er zieht aber הגדל schon zu אחי und deutet *dem an gottesfurcht großen bruder Iaphets*, wo der bescheidene mann bei *großen* natürlich *größeren* dachte.

**12.** Genesis 10, 21 בני עבר. Ephraim 54, 19—22.

*Statt zu sagen* ܕܠܐ ܟܬܒ ܘܐܡܪ ܠܐ ܐܡܪ *der Hebräer* אבוהון דכל בני עבראי. ich habe gleich hingesezt was C[1] gibt, denn dessen auffassung teilte Ephraims Hebräer.

von עבר stammten nicht bloß die später allein nach עבר genannten עברים her, da er פלג (heißt das فلج an der straße von Baçra nach Yamâma?

Wüstenfeld Baḥrein und Jemama 175 und auf der karte: Yâqût III 910, 3—21) und יקטן = قحطان zu sönen hatte, also nord- und süd-Araber, und erst von Phalegs son Ragau Abraham herkommt. Ephraims Hebräer und C[1] meinen nun den heiligen text corrigieren zu müssen: es wäre, mögen sie gedacht haben, eine wertlose bemerkung gewesen, daß von Sem alle von Phaleg und Ioctan ihr geschlecht herleitenden abstammen — wozu gerade diese auszeichnen? —: hingegen lonte es anzumerken, daß die später so berümten Hebräer par excellence Sem zum ahnherrn haben, da nur durch diese nachkommen jener alte mensch einen wert erhalten hat.

**13.** Genesis 13, 11 ויסע לוט מקדם. Ephraim 58, 33—35.
G *καὶ ἀπῆρε Λὼτ ἀπὸ ἀνατολῶν*, S ܘܢܛܠ ܠܘܛ ܡܢ ܡܕܝܢܚܐ, C[1] ונטל לוט ממדינחא.
Abraham wonte zu der zeit, von welcher hier geredet wird, nach 13, 3 בין בית אל ובין העי. war Lot bei Abraham, so konnte er nicht von osten aufbrechend nach dem غور kommen. deshalb hat Ephraims Hebräer ⸗ⲙⲁⲣⲕⲁⲗⲁⲃ von osten durch ⸗ⲙⲁⲁⲩⲁⲗⲁⲕⲏⲛ verbessert, das = *πρότερον* Ioh 9, 8 [hier mit *τὸ*] Hebr 4, 6 usw. was er sich aber dabei, und was sich C[2] bei seinem מלקדמין gedacht, weiß ich nicht. jedenfalls hat auch בראשית רבה § 41 für nötig gefunden, dem texte ein schnippchen zu schlagen: הסיע עצמו מקדמונו של עולם: blatt 51[1] 4 Stettin.

Ephraim selbst schreibt ⸗ⲗⲱⲧ für לוט, sein Hebräer ⸗ⲗⲉⲙ. ich weiß nicht, ob das absicht ist: vergleiche 75, 29 32 77, 36 78, 23. *τὸ κλινόμενον τῆς ψυχῆς πρὸς τὸ αἰσθητὸν εἶδος* Philo über die wanderung Abrahams 3 (I 438 Mangey): vinctus sive declinatio OS I 8, 5: ligatus aut declinans aut vacans 65, 6: declinans sive vinctus 73, 3. daraus erhellt, daß 176, 49 *λελυτρωμένος ἢ ἀποκλείων*, 181, 75 *λελυτρωμένος*, 194, 51 *ἐκκλησιαστοῦ αὐτοῦ ἢ λελυτρωμένος ἔσχατον*, 203, 9 *ἀπόκλεισις* bedenklich sind, zumal declinatio auch durch Hieronymus VI 575[A] (Vallarsi[1]) gesichert wird: mindestens muß *ἀποκλίνων* für *ἀποκλείων* und *ἀπόκλισις* für *ἀπόκλεισις* geschrieben werden. für das verständnis der variante ⸗ⲱⲗⲃ ⸗ⲗⲉⲙ bleibe ich ratlos.

**14.** Genesis 13, 12 וישב בערי הככר. Ephraim 58, 35 36.

Der ככר הירדן ist bekanntlich mit der *περίχωρος τοῦ Ἰορδάνου* des Matthaeus 3, 5 und dem غور der Araber identisch: die urkunde meinte

wol, die städte seien die durch feuer nachmals untergegangenen Gomorra Adama Seboim Zogora: es folgt aus irem ויאהל עד סדם, daß sie Sodoma als die von Bethel und Gai fernste derselben angesehen hat.

G hat dies nicht verstanden: sein *κατῴκησεν ἐν πόλει τῶν περιχώρων* nimmt נטה etwa in dem sinne, in welchem es Nehem 12, 28 steht, wärend S den terminus technicus beibehält: ܒܒܐ ܠܛܦܣ ܕܣܕܡ. die armenische catene hat և բնակեցաւ ի քաղաք դաշտին փոխանակ Ղարայ. ich vermute hier einen fehler der überlieferung. ob noch der Hebräer redet, weiß ich nicht. Ղարայ scheint mir בבא Ss ausdrücken zu sollen, in welchem falle vorne ein ք weggefallen wäre. dann besagte der text, daß für בבא Ss, das natürlich dem Ephraim vorlag, zu sezen sei դաշտին. դաշտ ist ܫܛܐ Lagarde armenische studien § 569 = *πεδίον* Gen 4, 8. Ephraims Hebräer würde mithin gegen G zu dem בקירוי מישרא C[1]s stehn. in der venediger ausgabe würden nach դաշտին und vor Ղարայ anfürungszeichen zu sezen sein.

**15.** Genesis 16, 7 בדרך שור. Ephraim 66, 39—67, 3.

*Statt zu sagen* եգիտ հրեշտակն ի վերայ ճանապարհին որ հանէր ի գերդաստան *կողմն* ի ճանապարհին Ղարայ *sagt der Hebräer* այս ինքն Ղսորեսաւանի.

zunächst steht fest, daß schon Ephraim den fehler unsrer ausgaben Ss in seinen exemplaren gefunden hat ܒܪ, wo es so gut wie sicher ܒܪ (Γεράρων Socin[2] 207) heißen muß.

sodann ist Ղարայ eben die Ἀθάρα, deren nennung bei einem armenischen historiker ich in den gesammelten abhandlungen 183, 15 nicht wiederfinden konnte, und welche darum in den studien § 21 ein gedächtnisfehler heißt: in den Symmicta II 111 ist er — was ich bedaure — nicht erwänt: vergleiche studien § 846.

ist nun Ղարայ = Ἀθάρα nach Strabo ις 4, 27 mit der Ἀτάργατις und Δερκετώ identisch, so ist mir äußerst unwarscheinlich, daß der text der catene richtig sei. bis *կողմն* geht was aus S stammt. kein Hebräer dürfte so unwissend gewesen sein, שור an der grenze Aegyptens mit אשור zu verwechseln, und בדרך שור für *auf dem wege nach Assyrien* zu erklären. das steht aber in der catene, und vor dem *sagt der Hebräer* lesen wir *auf dem wege von Athara*. ich vermute, dies sei was der He-

bräer als berichtigung von S geboten hat, und es entspreche ungefähr dem שור חלוצה $C^r$s.

über die wüste Gifâr, חלוצה = *Ἐλουσα*, und חנריא $C^1C^2$s handelt FTuch ZDMG I 173—181, über שור sehe man noch Wellhausen text der bücher Samuelis $97^r$. weiter vergleiche Lane unter خلصة.

**16.** Genesis 19, 20 הלא מצער הוא. Ephraim 78, 4—6.

S ܗܠܐ ܙܥܘܪܬ ܗܝ, aber so hat Ephraim nicht gelesen. die catene *statt iren namen Segôr zu nennen, sagt der Hebräer »klein«: »siehe, klein ist sie«.* das wäre ja eben was unser S bietet und auch $C^1$ gibt הלא ציבחר היא. die hiermit gewonnene ursprüngliche lesart Ss halte ich für die wiedergabe des noch unverfälschten urtextes. Lot will die stadt verschont wissen, weil sie מצער sei, und fragt zum beweise des מצערseins *heißt sie denn nicht ebendarum* צער מצער *ist? weil sie nur*

**17.** Genesis 20, 12 וגם אמנה אחתי בת אבי הוא אך לא בת אמי. Ephraim 55, 15—17.

G *καὶ γὰρ ἀληθῶς ἀδελφή μου ἐστὶν ἐκ πατρός, ἀλλ' οὐκ ἐκ μητρός* = S ܐܦ ܗܝ ܠܐ ܐܚܬ ܗܝ ܐܦ ܠܐ ܒܪܬ ܐܡܝ ܐܠܐ ܒܪܬ ܐܒܝ ܗܝ ܐܬܬ ܠܝ. Ephraims Hebräer *աքոջ քոյրաքիւ ե իմ աս՝ի հօրէ և ոչ աս՝ի մօրէ.* der unterschied besteht darin, daß für *քոյր schwester քոյրաքիւ als schwester gerechnet* gesetzt ist, um dem patriarchen den vorwurf der blutschande abzunemen. das stimmt im principe zu $C^1$ וברם בקושטא אחתי ברת אחא דאבא היא ברם לא מגניסת אימא. der römische Ephraim I $\frac{74}{75}$ ܘܒܪܡ ܒܩܘܫܛܐ ܐܚܬܝ ܒܪܬ ܐܚܐ ܕܐܒܐ ܗܝܐ ܒܪܡ ܠܐ ܡܓܢܝܣܬ ܐܝܡܐ ܐܠܐ ܒܪܬ ܐܒܐ ܗܝ ܐܦ ܠܐ ܒܪܬ ܐܡܐ ܗܝ ܐܬܬ ܠܝ ܘܐܦ ܠܐ ܐܚܬ ܗܝ ܐܦ ܠܐ ܒܪܬ ܐܡܐ ܗܝ ܐܬܬ ܠܝ. vergleiche was HRoensch Leptogenesis 370 371 zusammengestellt hat.

**18.** Genesis 21, 15. תחת אחד השיחים. Ephraim 82, 26—28.

*Statt zu sagen ՚ի ներքոյ եղինոյ փոյ, sagt der Hebräer ՚ի ներքոյ ծառոյ.* G *ὑποκάτω μιᾶς ἐλάτης.* dem entspricht dem ersten anscheine nach der text, gegen welchen Ephraims Hebräer sich richtet: *ἐλάτη* wird auch in der aus G geflossenen armenischen bibel an unserer stelle եղևին ծառ übertragen. S ܚܕ ܡܢ ܣܢܝܐ ܕܣܢܝ zeigt schon durch den plural, den er anwendet, daß er mit dem texte in Ephraims catene nicht stimmt: sein

ܫܝܚܐ ist deutlich שיחים. Ephraims Hebräer sezt nun dem *ἐλάτη* das einfache *baum* entgegen. das stimmt mit C² תחות חד מן אילניא: aus C¹, der viel mehr als C² hat, ergibt sich nichts genaueres.

die pflanzenwelt zerfällt Gen 2, 5—9 in שיח, עשב und עץ. die entstehung von שיח und עשב wird gar nicht erzält, so daß entweder hinter 6 und auch wol später irgendwo etwas fehlt (da 5 den eindruck macht, geschrieben zu sein, um eine erzälung über die schaffung von שיח und עשב einzuleiten), oder aber der verfasser ungeschickt und unachtsam ist: die עצים erscheinen besonders, und jedenfalls sind sie von שיח und עשב verschieden. bekanntlich zerfällt 1, 11 [12?] die vegetation (דשא) nur in עשב und עץ, und tritt zu derselben zeit ins dasein. nun ist ܫܝܚ شيح Avicenna I 79, 13 256, 44 Qazwînî I 289, 17 Ibn Baiṭâr II 75 wenigstens im mittelalter (als scehá in Europa) absinthium marinum, jezt artemisia maritima = semen sacrum = seestrandbeifuß. aus Plinius *κζ* 28 (45—52) interessiert uns, daß im Pontus pecora pinguescunt illo, aus Xenophon anab *α* 5, 1, daß in der arabischen wüste längs des Euphrat eine menge *ἀψίνθιον* (Lagarde beiträge 5, 7 studien § 2401) wuchs. es ist also ganz in der ordnung, daß Hagar in der wüste iren son תחת אחד השיחים legt: wir haben in nordDeutschland wildwachsenden beifuß von etwa fünf fuß höhe, so daß auch bei uns ein kind in seinen schatten gelegt werden könnte. G nun wie Ephraims Hebräer und C¹C² kennen diese tatsachen nicht, haben also ferne von gegenden gelebt, in denen שיחים in menge und als geschäztes viehfutter wuchsen — der morgenländische wermut ist nur wenig bitter: je weiter nach norden sie wächst, desto bitterer wird die pflanze: مشيوحاء heißt eine gegend wie die von Xenophon anab *α* 5, 1 geschilderte —: S wußte bescheid. Tabernaemontanus⁴ 24 D 23 D.

nun schreibt das große wörterbuch der Mekhitharisten I 654ᶜ unter berufung auf »ärzte« und ein »altes wörterbuch«: *եղևին heißt auch eine art wermut.* es sezt *շէհէրմէնի*, *ἀρτεμισία* aus Galenus, *պէրէնճասէ*, *գողան չիչէյինին ազր*, seme santo, *պատինճ*, *բրնջասիդ* zur erläuterung daneben. da erkennt man sofort برنجاسف = برنجاسب Dioscorides *γ* 26: für *գողան* möchte ich *գօշան* haben, und dies als das türkische يوشان ansehen, OBlau bosnisch-türkische sprachdenkmäler 155 226 246. Dozy supplément I 79¹ 808².

ich darf nicht zweifeln, daß es wirklich ein armenisches *եղեւին wermut* gibt: dadurch wird ungewiß, was der text besagte, gegen welchen Ephraims Hebräer kämpft.

**19.** Genesis 22, 2 אל ארץ המריה. Ephraim 82, 31—32.

G *εἰς τὴν γῆν τὴν ὑψηλήν*, S ܠܐܪܥܐ ܪܡܬܐ: lezterem entspricht in der catene *յերկիրն ամուրհացւոց*, dem der Hebräer *յերկիրն մաւխացւոց* gegenüberstellt.

es ist bekannt, daß allerdings Iosephus archaeol *α* 13, 1 von *τὸ Μώριον ὄρος* redet, wenn er von Abrahams opfer erzält, und daß Paral *β* 3, 1 der tempelberg מריה heißt: daß aber Philo über Abraham 32 (= II 25) das *σφαγιάσαι ἐπὶ τινὸς ὑψηλοτάτου κολωνοῦ, πορρωτάτω πόλεως ἀποστάντα τριῶν ὁδὸν ἡμερῶν* behandelt, also nicht an den tempelberg gedacht hat: daß freilich C¹ לארץ פולחנא überträgt, aber C$^{r}$ לטור מוריה bietet. durch Ephraims Hebräer kommen wir etwas weiter. dieser hat מריה aus einem aramäischen documente, und jedenfalls defectiv geschrieben gehabt, sonst hätte er nicht Mar- sezen können. sein *մաւխացի* steht zu Maria, wie *գաղղիացի Gallier* zu *գաղղիա Γαλλία* steht. aber wofür er die Mariter gehalten hat, in deren land er den Abraham ziehen läßt, das weiß ich nicht.

**20.** Genesis 24, 63 לשוח. Ephraim 85, 34.

*հրէիւ ընդ դաշտակողմն* der catene gibt Ss ܠܡܨܠܝ ܒܚܩܠܐ. dem sezt der Hebräer *յաղօթս կալ im gebete stehn* gegenüber. C¹ לצלאה באנפי ברא, C² לצלאה בחקלא. G Aquila Symmachus stimmen sicher nicht zu S. der römische Ephraim I 173$^{B}$ stimmt zum venediger: ܠܡܨܠܝ ܒܚܩܠܐ ܘܠܡܬܚܙܝ ܒܐܦ ܠܡܨܠܝ ܒܒܝܬ ܡܫܬܐ, wozu schon JPerles meletemata »peschitthoniana« 51 aus בראשית רבה § 60 die worte אין שיחה אלא תפלה citiert hat.

**21.** Genesis 25, 25 כאדרת שער. Ephraim 86, 13—15.

*ընդհանայն հեր[ք] նորա գանգուր էին* der catene entspricht Ss ܟܠ ܒܪ̈ܟܘܗܝ ܐܝܟ ܦܪ̈ܘܐ so leidlich: *alle seine hare waren kraus*: in Praetermissa 12, 42 werden ܐܝܟ ܦܪ̈ܘܐ durch خصل الشعر erklärt: Iudd 16, 19 ܘܫܕܝ ܒܗ = خصل شعره: vgl 13. wenn anders ܒܨܠ richtiger als ܒܨ ist, sind in ܒܨܠ die zwei arabischen wörter عذق und عزّة Praetermissa 10, 2 zusammengeflossen. dagegen der Hebräer *որպէս հանդերձս մազիզին wie ein*

*kleid von haren.* über հանգերձ Lagarde armenische studien § 1239, über մազեղէն ebenda § 1401.

auch hier stimmt der römische Ephraim zum venediger. es heißt I 173$^{c}$ ܘܠܒܫ ܣܥܪ ܥܠ ܒܣܪܗ ܘܠܒܫ ܣܩܠܐ ܥܠ ܒܣܪܗ ܘܠܒܫ ܟܣܘ ܕܫܠܡ. στολή ist հանգերձ Apoc 7, 9 13.

**22.** Genesis 26, 26 שר צבאו. Ephraim 86, 32—33.

G ὁ ἀρχιστράτηγος τῆς δυνάμεως αὐτοῦ, A սպարապետ զօրաց նորա. die catene wie A. Ss ܡܫܠܚ ܕ entspricht dem armenischen ausdrucke nicht, da ܕ weit allgemeiner als սպարապետ Lagarde studien § 2044. der Hebräer Ephraims sezt իշխանք զօրաց նորա, also *herr* statt *reiterfürer*.

**23.** Genesis 29, 15 ועבדתני חנם. Ephraim 92, 13—16.

*Statt zu sagen* ոչ եթէ մարթ ինչ էցէ քեզ կալ և ծառայել ինձ *sagt der Hebräer* ծառայեցեր ինձ զրի ամն եօթն. was bekämpft wird, deckt sich weder mit S noch mit G. ոչ եթէ braucht man wie ܐܠܐ ܠ: vergleiche Genesis 45, 8 ܠܐ ܐܠܐ ܠ ܐܢܘܢ = և արդ ոչ եթէ դուք *habt mich hierher geschickt, sondern gott*: Matth 10, 20 ܠܐ ܐܠܐ ܠ = ոչ եթէ դուք *seid es, die reden, sondern der geist*: so daß in der tat ein syrisches original vorgelegen zu haben scheint: *nicht ist es dir möglich zu bleiben und mir umsonst zu dienen.* dafür soll nun der Hebräer haben *du dientest mir umsonst sieben jare*, womit ich nichts anzufangen weiß.

**24.** Genesis 30, 32 חום. Ephraim 95, 38—96, 1.

*Statt zu sagen* ամենայն խայտախարիւ իմ են *sagt der Hebräer* ամենայն որ քխագոյն յոչխարս քո. unmittelbar vor diesem saze wird Gen 30, 13 Ἀσήρ, unmittelbar nach ihm Gen 31, 20 ἔκλεψε besprochen, so daß aus dem zusammenhange nichts zu erschließen ist. ein իմ են = ܠܝ ܕ oder ἐμοί εἰσι lese ich bei SG nicht, weiß also denjenigen nicht zu finden, gegen den Ephraims Hebräer kämpft. խայտախարիւ und քխագոյն unterscheiden sich jedenfalls so, daß das erste helles grau, das lezte dunkles grau bedeutet.

zunächst bedenke man, daß Qamḥî 139 [schr 237 Elias Levita] lehrt, כבש וכשב אחד הוא וכאשר הוא בן שנה יקרא כשב וכבש ויותר מבן שנה יקרא איל und 218 נקרא כבש בן שנה כי הגדול משנה יקרא איל, wozu nach unseren begriffen von styl nicht ganz gut paßt, daß Lev 12, 6 23, 12 Num 6, 14

usw zu כבש ausdrücklich בן שנתו, zu כבשה Num 6, 14 בת שנתה und zu כבשים Num 7, 17 usw בני שנה zugesezt wird: wozu gar nicht paßt, was der Qâmûs I 845 aussagt الكبش الحمل اذا اثنى او اذا خرجت رباعيته und Damîrî II 316 الكبش فحل الضان فى اى سن كان وقيل اذا اثنى وقيل اذا اربع, wärend S sehr gut dazu stimmt, wenn man bei ihm Gen 30, 32 33 mit PSmith 1228 in ܒܚܘܪܬܐ nicht eine bezeichnung der farbe (*Αὐάρθα* — bemerke das aspirierte ܬ, wie in *Μαρθα Βιρθα Γαδιρθα καβορθα ασαρθα* — Epiphanius *περὶ μέτρων* § 64, 2), sondern ܚܘܪܐ خروف ابن سنة Praetermissa 78, 67 (ein anderes wort Praetermissa 42, 56) sieht: wenn Elias § 16, 4 = Praetermissa 42, 53 ܟܪܒܐ الكبش bietet, so wäre ܟܪܒ *ἔριφος* selbst, und auch dies würde zu Qamḥîs behauptung stimmen. seit 1866 weiß man durch mich (jezt armenische studien § 2391) daß ܟܘܒ = ܟܒܫ aus ܟܒܫ entstanden ist, und für כבש gegen כשב wie für den vokal a gegen i zeugt. siehe auch ESchrader keilinschriften und geschichtsforschung 216[r], der 79 wie WvBaudissin studien II 270 Lagardes Symmicta I 121[r] ignoriert.

Hoffmanns glosse 672 geht auf unsere stelle, und gibt ܐܟܡ ܒܚܘܪܬܐ durch احم بسواد اشهب: احم Ḥamâsa 90, 16 179, 4 348, 11 Amrulqais seite 34, 2 (Slane): اشهب Ḥamâsa 305, 29 *λευκὸς* Apoc 19, 14[e] Zach 1, 8 6, 3 6: das beste ambra ist اشهب Avicenna I 231, 6 [aus Castle]: EBöhmer romanische studien I 287, zu welcher stelle ich anmerken will, daß das dort von mir vermutete حمامى sich in meinen Praetermissa 79, 94 PSmith 1580 (unter ܝܘܢܝܐ) wirklich gefunden hat: Dozy I 319 hat es eingetragen.

dies mußte besprochen werden, weil ich mich gegen den einwand zu sichern hatte, S für unsern ausdruck nicht ausgenuzt zu haben.

so möchte ich für HSGC[1]C[2]Saadias, deren text wenig erfreulich ist, folgende tafel aufstellen:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| נקד | ܦܣܩܝܢ | *ῥαντός* | נמור | נמור | منقط |
| טלוא | ܩܪܝܢ | *διάλευκος* | קרוח | רקוע | ابلق |
| חום | ܐܟܡ | *φαιός* | לחוש | שחום | اسود |

hierbei erläutert sich ܦܣܩܝܢ aus meinen abhandlungen 75 studien § 1887, wo zu ܟܟܠܐ zu bemerken ist, daß es Praetermissa 58, 56 durch das zu נמור stimmende منمر erklärt wird: ܩܪܝܢ nicht aus قرحة Iob 2, 7[c] = ܣܘܣܝܐ = *ἕλκος*, wozu تقرح = ulceratio Avicenna IV *γ* 2, 15 = II 75, 19,

sondern aus قرحة في وجه الفرس ما دون الغرة Gauharîs: ابلق aus EBöhmers romanischen studien I 230 290 und ע Zacharias 1 und 6.

Ephraims Hebräer scheint sich so wol gegen ܐܣܘ Ss, wie gegen φαιὸς Gs zu richten: er will eine dunklere farbe — ܒܪܘܡܐ wäre μελάγχρους — haben als φαιός, das nicht ܐܣܘܣ, sondern ܐܣܘ ist.

25. Genesis 33, 17 סכת. Ephraim 100, 1—2.

*Statt zu sagen Er nannte seinen namen Sachôth, der Hebräer Zelte.* die glosse steht an der unrichtigen stelle. sie geht gegen S, denn nur aus ܠܐܣܘ, nicht aus Σοχχωθ konnte ܫܘܟܘܬ fließen. über ܢ siehe Lagarde Symmicta I 116, 15—19. C¹C² behalten סוכות.

26. Genesis 36, 24 מצא את הימים. Ephraim 99, 37—39.

*Statt zu sagen Er fand eine quelle wasser, als er die maulesel seines vaters weidete, sagt der Hebräer Er fand riesen in der wüste, maulesel sind nicht.* in unserem S steht das vom Hebräer bekämpfte nicht, denn der hat ܐܫܟܚ ܕܝܡܝܡ ܠܟ ܕܐܫܟܚ: wol aber bieten griechische handschriften als lesart des Σύρος, und zwar schon unter der auctorität des Diodor von Tarsus, εὗρε πηγὴν ἐν τῇ ἐρήμῳ. maulesel für ימים treffe ich — wol aus ημι-ονος geraten — bei Hieronymus 57, 6—8 meines abdruckes, bei C¹, bei Saadias (W I 41, 22 und im citate bei Abûlwalîd 284, 30), bei Scharrîrâ, den Abûlwalîd mit ܕܡܝܡܐ und بغال anfürt, bei Qamḥî 196 und dem Graecus Venetus: Aquila Symmachus Theodotion behalten ימים originaliter bei, das heißt, sie hatten keine überlieferung über das wort. Ephraims Hebräer geht mit C², der an אימים Gen 14, 5 gedacht haben wird, als er גבריא übertrug. Perles meletemata 9/10 52.

27. Genesis 37, 2 נער. Ephraim 103, 10—14.

*Der Hebräer, statt zu sagen Er wurde erzogen mit den sönen der Bal[l]a und Zelpha, sagt Er war jünger als die söne der Balla und Zelpha.* der Hebräer hat wol nur einem chronologischen systeme zu liebe den text verdreht: das was er verwirft, steht in C¹ והוא טלה מתרבי עם בני בלהה ג" und C² "והוא מרבי עם בני ג wie in S ܘܗܘ ܕܐܬܪܒܝ ܥܡ ܒܢܝ ܙ und Saadias جعل ينشا مع الخ.

28. Genesis 37, 3 כתנת פסים. Ephraim 103, 22—24.

G χιτῶνα ποικίλον, Aquila tunicam ἀστραγάλων [so Field für astra-

galon meiner drei handschriften] id est tunicam talarem, Symmachus tunicam manicatam = *χιτῶνα χειριδωτόν*, S ܟܘܬܢ ܦܣܝܡ, C¹ פרגוד מצויר, C² כתונא דפסי, Saadias تونية دبياج. über פרגוד *παραγαύδης* ⁊*պարեգօա* siehe mich an den in den armenischen studien § 1863 angefürten stellen, über تونية Dozy supplément I 155.

die catene ⁊*շապիկս քեզանեօք*. da ist ⁊*շապիկ* = شى = سبيج Lagarde Symmicta I 35, 7 studien § 1678. *քեզան* dürfte *χρόχη* übersezen Levit 13, 48 ff, und dem *στήμων* = *առէջ* gegenüberstehn. *քեզանեայ* so viel wie *քեզանաւոր*, das Elischê 213 (ende) als *ձմերայնի winterlich* dem *կողոբ ամառանի* = *dem sommerlichen χολόβιον* entgegenstellt: vergleiche in des Hieronymus quaestiones 57 quod haberet manicas: antiqui enim magis colobiis utebantur mit DuCange 684 HLFleischer glossae habichtianae I 32 und ܣܡܟܐ = السوار والقلب Praetermissa 20, 36 = الشوذر ebenda 36, 26. RDozy läßt im dictionnaire des vêtemens قلب ganz aus, im supplément II 390[1] erkennt er es nicht als das von dem (von GCurtius[5] 585 für gut griechisch angesehenen) *χολοβὸς* herstammenden *χολόβιον*, das durch seine ableitung erweist, daß kleider mit langen ärmeln ursprünglicher waren als solche mit kurzen: man kann doch ein ärmelloses kleid nicht ein verstümmeltes nennen, wenn man nicht ein ärmelkleid für das ordnungsgemäße ansieht. über شوذر gibt Dozy im supplément I 739[1] weniger als im dictionnaire des vêtements 216—219 und vor ihm Freytag II 405[2].

entstanden ist die deutung *ärmelkleid* bekanntlich dadurch, daß man פסים als mehrheit von ܦܣ nam, Praetermissa 9, 84 10, 91.

diesem ärmelkleide sezt Ephraims Hebräer ⁊*շապիկս նկարէնս ձաղկեայս* entgegen = *buntes geblümtes kleid.*

**29.** Genesis 37, 33 חיה רעה. Ephraim 107, 17—19.

***Statt zu sagen Irgend ein tier zerbrach den Ioseph mein sönchen, sagt der Hebräer Irgend ein böses tier fraß ihn.*** die getadelte übersezung kehrt in der catene 109, 31 wieder: sonst finde ich sie nirgends. für טרף טרף gleich nachher hat S ܛܪܦ ܛܪܦ, was zu *եբեկ* veranlassung gegeben haben könnte. dem רעה entspricht ܒܝܫܬܐ S, *πονηρὸν* G, בישתא C²: des C¹ חיות ברא meint so viel wie חיה רעה.

**30.** Genesis 38, 9 לא לו. Ephraim 100, 29—31.

*Statt zu sagen Es wußte Onan daß* [*nicht*] *ihm sei der same, der Hebräer Und es wußte Onan, daß nicht auf seinen namen genannt werde sein same.* zeile 29 fehlt ⁊ڒ, das ich ergänzt habe. GS übersezen H wörtlich: C¹ וידע אונן ארום לא על שמה איקרון בנין, C² וידע אונן ארי לא על שמה מתקרי זרעא, also beide annähernd wie Ephraims Hebräer.

**31.** Genesis 1, 2. Ephraim 2, 9 ff.

durch meine schuld an der richtigen stelle ausgelassen.

Die venediger catene hat gleich durch ire ersten worte gezeigt, daß sie wenigstens teilweise auf syrische quellen zurückgeht. denn ⁊ʜաաաաաւքիւն երկնից und ⁊ʜաաաաաւքիւն երկրի ist deutlich ܫܡܝܐ ܕ und ܐܪܥܐ ܕ = ذات السماء und ذات الارض W 4, 18: über ⁊ʜաաաա sehe man Lagarde armenische studien § 1249: das von ⁊ʜաաաա abgeleitete ⁊ʜաաաաաւքիւն übersezt Petr *β* 3, 17 *στηριγμός*, Phil 1, 7 Hebr 6, 16 *βεβαίωσις*, Hebr 3, 14 11, 1 *ὑπόστασις*.

auch nachher ist syrisches original in քո⁊ և քո⁊ erkennbar, das Ss ⁊ոշօ ⁊ոշ wiedergibt. aber in der besprechung dieses ausdruckes wird der Grieche erwänt, welchen Ephraim selbst kaum eingesehen haben dürfte (2, $\frac{14}{15}$ = *ἀόρατος καὶ ἀκατασκεύαστος*).

endlich 3, 11 lesen wir *der Hebräer statt zu sagen* քոխ և քոխ *sagt* խոր և խաւար, worauf die worte folgen և խաւար անէր ի վերայ խորոց, während 2, 26 für וחשך על פני המים խաւար եւ էր ի վերայ անդնդոց gesezt worden war: vgl den römischen Ephraim I 8ᴮ ܘܚܫܟ ܥܠ ܦܢܝ ܬܗܘܡܐ ܗܘܬ ܗܘ ܚܫܘܟܐ ܘܐܦܠ.

über քոխ und քոխ = քո⁊ und քո⁊ habe ich schon in meinen beiträgen 80, 15 eine bemerkung gemacht: vergleiche jezt auch oben 48, 33.

⁊ոշօ ⁊ոշ möchte troz ⁊ոշոշի (zwischen ⁊ոշ und ⁊ոշի Assemani BO III² 268, 17) und ⁊ոշոշ Hoffmanns glosse 2279 nicht ganz gegen den verdacht geschüzt werden können ein hebraismus zu sein. wäre dieser verdacht begründet, so folgte, daß תהו ובהו bei den Juden eine alltägliche redensart gewesen ist, denn nur solche gehn in der weise in schwesterdialekte über, in welcher תהו ובהו in das syrische übergegangen ist. daß die verbindung תהו ובהו im hebräischen sehr gebräuchlich war, erhellt in der tat daraus, daß das ursprüngliche a des ו sich in ihr er-

halten hat, wie es das auch in רוח ותהו Isa 41, 29 und אפס ותהו Isa 40, 17 getan: gelehrte, welche aus Ierem 4, 23 [Isa 34, 11] schließen wollen, daß Gen 1, 2 dem Ieremias [und Isaias] bekannt gewesen und als vorbild benuzt worden ist, werden gut tun, die überlieferte aussprache von ובהו zu ändern, oder einzugestehn haben, daß alle diejenigen, welche englisch schreibend die auch in Deutschland noch übliche redensart forgive and forget brauchen, aus Shakespere Richard II 1, 1 All's well 5, 3 Lear 4, 7 entlenen — und so fort.

die griechischen übersezer wenden zur wiedergabe von תהו ובהו negationen an: G *ἀόρατος καὶ ἀκατασκεύαστος*, Aquila (dem gnostiker mit irem *πλήρωμα* bekannt sein mochten) *κένωμα καὶ οὐδέν* = weder an inhalt noch an form etwas, Symmachus *ἀργὸν και ἀδιάκριτον*, Theodotion (dessen erst durch mich in irer waren gestalt bekannt gewordene übersezung von einzelnen handschriften Bar Eβrâyâs mit ܒܛܠ ܘܠܐ ܡܬܟܐ, aber nicht von Larsows drucke 3[1] 13 bestätigt wird) *θὲν καὶ οὐθέν*.

C[1] fügt zu seinem תהיא ובהיא die glosse *unbewont von menschen und leer an vieh*, C[2] greift aus dieser glosse sein צדיא וריקניא heraus, der Samariter dürfte sein שאמה וריקנה aus C[2] haben. Saadias gibt غامرة مستبحرة (vgl Ḥamâsa 567, 16 Nächte [Bûlâq[2]] II 132, 27 Ibn Arabšâh Tîmûr [Golius] 246, 11 neben 245, 8): der arabische übersezer der Samariter überarbeitet dies zu مغمورة ومستبحرة.

W 4, 18 6, 3 غير محسوسة [و]خاوية, anderswo خالية خاوية.

zu diesen deutungen tritt nun die hinzu, welche Ephraims Hebräer gegeben. ܬܗܡܐ steht sonst für *βόθυνος* Lagarde abhandlungen 223, 17 oder (Sap 4, 3) *βάθος*, ܬܗܡܪ ist = persischem خاور *finsternis* studien § 982.

das sind üble ratereien.

תהו ist Iob 12, 24 die weglose, unbehagliche wüste = Psalm 107, 40 Iob 6, 18 Deut 32, 10. Isa 41, 29 steht רוח ותהו mit און אפס, Isa 49, 4 לתהו והבל mit לריק parallel, Isa 59, 4 תהו neben שוא, nach Isa 40, 17 ist כאין soviel wie מאפס ותהו, nach Isa 40, 23 לאין soviel wie כתהו. endlich Regn α 12, 21 erscheint תהו auf die götter der nichtIsraeliten angewendet, wozu Isa 44, 9 zu vergleichen ist. bemerkt werden muß, daß תהו im zweiten teil des Isaias und im Iob, schriften, welche in der zweiten

hälfte des sechsten jarhunderts zu Ierusalem verfaßt worden sind, so häufig ist. die redaction des hexateuchs gehört ebenfalls nach Ierusalem, nur fällt sie etwa achtzig bis hundert jare später als Iob und die redaction des Isaias. wie man aus צלם ודמות Gen 1, 26 — in älterer zeit sagte man תאר ומראה Gen 39, 6 — etwas schließen darf, so sicher auch aus תהו ובהו, das dem ersichtlich nach Mesopotamien gehörenden Hebräer Ephraims eben darum ein ziel für vermutungen war, weil es dem westlichen zweige des Aramaismus angehörte. noch die אגרת ארץ ישראל (Raši zu Genesis 47, 2), also unser מדרש בראשית רבה (Zunz gottesdienstliche vorträge 176) braucht die wurzeln תהא und בהא, und ist in Palaestina geschrieben. ו leidet vor sich a in צו קו, o in שתו שלו עשו ענו, ê in שלו גו, î in פיו אחיו אביו, aber niemals e: für hagw gilt הגה, für qiçw קצה, für nidw נדה. auch die Araber sprechen nach Kosegarten § 253 bádu ḥúlu, von denen sich בהו und תהו nur durch die im systeme von Tiberias notwendige umwandlung des u in cholem unterscheiden.

ich erlaube mir einige worte auch über Ephraim 3, 14 zu sagen, wo Ss ܡܬܫܒܚ durch ܫܪܝܪ ܘ ܬܪܬܥ ausgedrückt wird. sehr bekannt ist ja was der *Σύρος ἀνήρ* dem Basilius 8, 18 ff [Froben$^{g}$] über *ἐπεφέρετο* = *συνέθαλπε καὶ ἐζωογόνει* berichtet hat: mein m 23$^{a}$ hat es aufgenommen, Ambrosius hexahemeron *α* 29 abgeschrieben, Diodor von Tarsus bei Nicephorus I 16/17 m 23$^{b}$ Hieronymus quaest 4, 10 haben es berücksichtigt, Diodor mit der bemerkung (Symmicta II 186$^{r}$) *ὡς σφενδονήτης ἢ τοξότης παρ' ἡμῖν μὲν διὰ μιᾶς λέξεως σημαίνεται, παρὰ Σύροις δὲ διὰ δύο* [die schlecht syrische hexapla Iudd 20, 16 Regn *δ* 3, 25 ܡܟܟ gegen ܚܡܟܟ ܐܦ Ss], *οὕτω καὶ τὸ Ἐπεφέρετο μία μὲν ἐστὶ λέξις παρ' Ἑβραίοις, παρ' ἡμῖν δὲ διὰ μιᾶς λέξεως οὐκ ἂν παρασταίη.* Ephraims ܫܪܝܪ entspricht dem ܡܬܚܡܡ, womit Hoffmanns glosse 6671 ܡܬܫܒܚ erklärt (der glosse arabische übersezungen stammen aus den verschiedensten schriftstellern, und sind alle dogmatisch krank): das von ܫܘܪܝ Exod 25, 11 abgeleitete ܫܪܝܟ fand sich oben § 20 für ܡܬܟܒܕ, es steht für *περιέρχεσθαι* Sap 6, 17 Tim *α* 5, 13 Act 19, 13 (das activ ܫܪܝܟ *μεταστρέφειν* Gal 1, 7) usw. ܬܪܬܥ, das zunächst in betracht kommt, kann ich nicht belegen. ܬܪܬܟ — von ܬܒܪ *ἄπαλός* Deut 28, 54 56 Isa 47, 1: mit ܫܪܒܟ *σπαταλῶσα* Tim *α* 5, 6: mit dem

sonst τρυφερὸς übersezenden ֆաֆուկ zusammen für εὐπαθῶν Psalm 91, 15 — περιψύχειν Sirach 30, 7: auffällig für πολιτεύεσθαι Maccab β 11, 25: vergleiche auch die alte armenische übersezung des Basilius 35, 28 32 mit dem griechischen 8, 21 Frobens[2], obwol sie vermutlich aus dem syrischen gemacht ist: denn wie عياذيلا (so die leidener handschrift) in der arabischen übersezung des Dioscorides α 10 auf ܐܡܟ ܕܟܡ = ἐλαφόβοσκον, wie داقتا بزر ebenda α 124 nicht auf σπέρμα ἀχτῆς, sondern auf ܐܡܟ ܕܙܪ, wie افنيطس ebenda α 12 nicht auf δαφνῖτις, sondern auf ein als das relativum enthaltend angesehenes ܕܥܡܡܟ, wie قوفرا وهو الحناء ebenda α 124 nicht auf κύπρος, sondern auf ein verlesenes oder verschriebenes ܕܟܡ PSmith 1799 zurückgeht, wie الخشب الذى يسمى سسمينان = συκάμινα ξύλα ebenda α 129 auf ein original fürt, in welchem ס und ם oder ם verwechselt werden konnten, und dies alles auf eine syrische vorlage der gedachten übersezung hinweist, so schließe ich aus ֆայկանէիք oder ֆայկանցիք 30, 20 = Οὐαλεντῖνοι 7, 12 und änlichem auf syrischen urtext, denn troz der feinen erläuterungen des großen wörterbuchs I 1004[1] dürften hier ܒܪܕܨܢܝ Δαισανῖται *anhänger des Bardesanes* gesucht werden müssen.

Ephraim hat das ἐπεφέρετο oder ἐπιφερόμενον der verschiedenen Griechen mit der durch den Syrer des Basilius in umlauf gesezten erläuterung vereinigt.

**Anhang. Zum zweiundzwanzigsten psalme.**

אבתינו Psalm 22, 5 beweist, daß die redende person sich aus einer vielheit von individuen zusammensezt, daß sie Israel ist. der redende ist entschieden derselben art wie die väter.

der psalmist braucht dieselben ausdrücke wie der herausgeber des Isaias: es genügt nebeneinanderzustellen

| | |
|---|---|
| Isa 41, 14 תולעת | Psalm 22, 7 תולעת |
| Isa 49, 7 בזה נפש מתעב גוי<br>Isa 53, 3 נבזה וחדל אישים | Psalm 22, 7 בזוי עם |

diese ausdrücke keren auch bei Nehemias wieder, bei dem es 2, 19 von Samaritern, Ammonitern und Arabern heißt ויבזו עלינו. die änlichkeit wird noch schlagender, wenn man bedenkt, daß וילעיגו לנו voraufgeht, und Psalm 22, 8 כל ראי ילעיגו לי sagt.

wir wissen von vier feinden der aus dem elende zurückgekehrten Iudäer: die Samariter, Tobias der Ammonit, Sanaballat der Horonit, Gosem der Araber stehn gegen sie zusammen. Tobias und Sanaballat waren beide nachkommen Lots.

der zweiundzwanzigste psalm schildert die den sprechenden bedrängende not einmal als durch krankheit, das andere mal als durch tiere veranlaßt.

an tieren werden genannt
פרים und אבירי בשן 13:
אריה 14 22 und nach der meinung vieler ארי 17:
כלבים 17, wo AkSymm *θηραταί*, Hieronymus venatores = *kallaBîm*: כלב 21.
dazu kommen scheinbar die רמים des verses 22.

ich beziehe die פרים auf die Ammoniter, den אריה auf Gosem, die כלבים auf die Samariter.

die krankheit ist der aussaz. der aussaz aber ist ein typus im Iob, den ich mit der alten synagoge als משל fasse, und eigentlich überall im alten testamente. aber כארי 17 aus syrischem ארי PSmith I 378 *aussaz* zu erklären geht nicht, weil die entsprechung der stichen zerstört würde.

wir haben nämlich jedesmal sieben glieder (ich lese mit Saadias חכי für כחי):

| | |
|---|---|
| [15] כמים נשפכתי | [13] סבבוני פרים רבים |
| והתפרדו כל עצמתי | אבירי בשן כתרוני |
| היה לבי כדונג | [14] פצו עלי פיהם |
| נמס בתוך מעי | אריה טרף ושאג |
| [16] יבש כחרש חכי | [17] כי סבבוני כלבים |
| ולשני מדבק מלקוחי | עדת מרעים הקיפוני |
| ולעפר מות תשפתני | כארי ידי ורגלי |

daraus folgt vielleicht, daß כארי troz dessen was IDMichaelis in der orientalischen und exegetischen bibliothek XI 209—220 auseinandersezt, richtiger als כארן ist, sicher, daß vers 17 an der fälschen stelle steht.

arabisches רים ist das wilde rind, also kaum ein gefärliches tier: es steht neben עגל Ps 29, 6 oder שור Deut 33, 17 oder פרים und אבירים Isa 34, 7: es ist scheu und unzämbar Iob 39, 9 10, dann aber auch dem menschen nicht feindlich. daraus folgt, daß Ps 22, 22 רמים nur der poetisch sein sollende fehler eines die sprache seiner väter nicht wirklich kennenden spätlings für פרים ist: כלב 21, אריה und ר[א]ם 22 sind כלבים (also gegen AqSymmHieronymus zu sprechen) 17, אריה $14^{a}$ ארי $17^{a}$, פרים $13^{1}$. Sanaballat und Tobias gelten nur für Einen feind.

---

Verbessere

8, 32 *den bedürfnissen* in *dem bedürfnisse.*

19, 26 im ersten aethiopischen,

23, 28 im aethiopischen worte muß das leste zeichen in der siebenten form stehn.

28, 9 *übrig* schreibe *erhalten.*

38, 10 *Punier* schreibe *Phoenicier.*

Die armenischen typen der officin sind, weil viele jare hindurch nicht gebraucht, durch rost in einen haufen meist völlig wertloser metallstäbchen verwandelt worden: es hat große mühe gekostet, so viel in brauchbarem zustande befindliches material zusammenzubringen wie verwendet worden ist, aber selbst durch die lupe ließen sich *g* und *d* und änlich gleiche gestalten im correcturgase nicht immer unterscheiden. ich lene sowol was den sezer als was mich selbst angeht, jede verantwortung für die zum glücke wenig zalreichen fehler ab, welche im armenischen saze sich finden, welche ich nicht einmal hier verzeichnen kann.

Praetermissa 45, 38 ist זאיך gemeint.

Symmicta II 224 streiche zeile 11.

---

*Im drucke beendet am 5 Juni 1880.*

10

# Zur Erinnerung

an

# KARL VON SEEBACH.

Von

C. Klein.

Vorgetragen in der Sitzung der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften
am 1. Mai 1880.

---

GÖTTINGEN,
in der Dieterichschen Verlags-Buchhandlung.
1880.

Noch lebt in Aller Gedächtniss die Erinnerung an jenen Morgen des 21. Januar, an dem die Trauerbotschaft unsere Stadt durchlief, Prof. von Seebach sei gestorben und wenn es auch leider nur zu gewiss war, dass bei der Schwere seines Leidens keine Hoffnung auf Genesung gewesen, so traf die Nachricht von dem Dahinscheiden doch ein jedes Gemüth, musste man sich sagen, dass der Tod einen der Besten in der Blüthe seiner Jahre und mitten aus segensreichstem Wirken hinweg gerafft hatte.

Karl Albert Ludwig Freiherr von Seebach wurde am 13. August 1839 zu Weimar geboren als ältester Sohn des Major Kammerherrn von Seebach und seiner Gemahlin, einer Freiin von Oldershausen. Schon früh traten bei dem leichtbeweglichen und für alles Schöne und Gute empfänglichen Knaben die vielseitigsten Anlagen hervor; Vater und Mutter waren bestrebt dieselben auszubilden und durch Anerziehung eines selbstständigen Charakters Halt und bestimmte Richtung dem Wesen des heranwachsenden Jünglings zu verleihen. Selten haben der edle, ritterliche Sinn eines Vaters und der klare, umfassende Verstand einer Mutter harmonischer zusammengewirkt in solchem Bestreben, das von dem bestem Erfolge gekrönt war, so dass der Sohn recht eigentlich das geistige Ebenbild seiner Eltern genannt werden konnte.

Von seinem neunten Jahre an besuchte Seebach die Fröbel'sche Erziehungsanstalt zu Keilhau bei Rudolstadt, damals unter der Leitung von Barop und Middendorf stehend, welche Männer auf die ihnen anvertrauten Knaben den wohlthätigsten Einfluss rücksichtlich der Ausbildung von Verstand und Gemüth übten. Die Pflege des Körpers wurde dabei nicht versäumt und die freie Zeit mit allerhand jugendlichen Spielen im Freien, Ausflügen in die nächste Umgebung ausgefüllt. Auf einer solchen Fe-

rienreise lernte Seebach die grossartige Alpennatur des Salzkammergutes kennen und bestieg den Watzmann. Die angeborene Beobachtungsgabe des Knaben fand bei solcher Lebensart reichliche Anregung, die Freude an der Natur wurde geweckt und der Keim für den zukünftigen Beruf gelegt.

Mit dem 15. Jahre kehrte er in's elterliche Haus zurück und trat in das Gymnasium seiner Vaterstadt ein, an dessen Spitze seit 1845 Hermann Sauppe stand. Die klassischen Studien traten nun in ihre Rechte, ohne dass die ein mal liebgewonnene Beschäftigung mit der Natur zurückgedrängt worden wäre. Für diese Beschäftigung war es von ganz besonderer Bedeutung, dass Seebach's Vater sich vom Militair zurückgezogen hatte und dadurch dem Sohne sich sehr widmen konnte. Freiherr von Seebach war in jungen Jahren ein Liebling Goethe's gewesen, der ihm wiederholt seine eigene Mineraliensammlung gezeigt, erläutert und selbst eine kleine Sammlung angelegt hatte. Diese ward vervollständigt, geordnet; daneben wurden vom jungen Seebach die Versteinerungen der Umgegend gesammelt und so die Grundlage zu dem Material gelegt, auf Grund dessen er sich später den Doctorgrad erwarb. Seine erste wissenschaftliche Arbeit über die Entomostraceen Thüringens stammt sogar noch aus der Gymnasialzeit (1857).

Sämmtliche Sammlungen Seebach's, auch die, welche er später auf seinen Reisen zusammenbrachte, hat er in hochherziger Weise dem geologischen Museum der Universität Göttingen geschenkt, dem sie dauernd zur Zierde gereichen werden.

Von hervorragendstem Einfluss auf die ganze Geistesrichtung Seebach's war es aber, dass er grade die Zeit, in der das Gemüth noch für hohe und hehre Eindrücke besonders empfänglich und durch sie bildsam ist, im Vaterhause zubrachte. Musste es nicht auf das Günstigste auf ihn einwirken, dass eine Reihe bedeutender Männer, in denen die Traditionen des alten Weimar lebendig waren, daselbst verkehrten! In solcher Umgebung konnte der hohe Sinn entwickelt werden, der dem Wesen des Mannes später ein so eigenartiges Gepräge verlieh und all sein Thun und Lassen kennzeichnete.

Zu Ostern 1859 verliess Seebach nach vorzüglich bestandenem Exa-

men das Gymnasium. Zunächst widmete er sich zu Kamsdorf den praktisch-bergmännischen Arbeiten, bald aber wurde der Drang nach wissenschaftlicher Beschäftigung so mächtig, dass er nach einem Jahre die Universität Breslau bezog, um unter Ferd. Römer's Leitung sich der Geologie und Paläontologie ganz zuzuwenden.

Die Breslauer Zeit hat zu den glücklichsten seines Lebens gehört und er gedachte ihrer und seines von ihm hochverehrten Lehrers stets mit vieler Liebe.

Von Breslau ging er Ostern 1861 nach Göttingen und vollendete seine Studien unter Beyrich's Leitung in Berlin.

In die Zeit des Breslauer Aufenthalts fällt eine von Seebach unternommene Reise in die Karpathen, dann ging er mit Römer nach Russland und besuchte später Dänemark und England.

Seine Arbeiten und seine ausgedehnten Bekanntschaften, nicht minder endlich seine ganze hervorragende Persönlichkeit, hatten früh die Aufmerksamkeit weiterer Kreise auf ihn gelenkt und so geschah es — ein gewiss seltener Fall — dass noch bevor er promovirt hatte ihm die Uebernahme der neu begründeten ausserordentlichen Professur für Geologie und Paläontologie in Göttingen angetragen wurde.

Dabei ward die Erwartung ausgesprochen, dass er demnächst eine grössere wissenschaftliche Arbeit veröffentlichen werde. Sein Werk über den hannover'schen Jura erfüllte jene Vorbedingung.

1862 promovirte Seebach in Göttingen mit seiner Arbeit über die Conchylien-Fauna der Weimar'schen Trias und trat 1863 die Professur an mit dem Vorbehalte jedoch im nächsten Jahre noch eine grössere wissenschaftliche Reise unternehmen zu können. Er unternahm dieselbe 1864 nach Centralamerika. Dort wandte er sich ganz vorzugsweise dem Studium der Vulkane zu und hat seine Beobachtungen in einem grösseren Werke, der Hauptarbeit seines Lebens, das leider durch den Umstand nicht veröffentlicht werden konnte, dass seine epochemachenden Untersuchungen über das mitteldeutsche Erdbeben v. 6. März 1872 dazwischen kamen, niedergelegt. Möge es gelingen jenes Werk im Geiste des Entschlafenen zu veröffentlichen und so dem wissenschaftlichen Publikum seinen reichen Inhalt zugänglich zu machen!

Von seiner Rückkehr aus Centralamerika bis zu seinem Tode wirkte Seebach ununterbrochen als Lehrer in Göttingen. 1870 zum ordentlichen Professor ernannt, betheiligte er sich nun noch mehr als früher an den Angelegenheiten der Universität, der er, trotz eines verlockenden Rufs nach Strassburg, treu blieb. — 1876 ehrte ihn die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften durch Ernennung zum ordentlichen Mitgliede.

In den Ferien betheiligte er sich an den Arbeiten der preussischen geologischen Landesaufnahme und bearbeitete mehrere thüringische Sectionen der grossen Karte. Auch die Umgegend von Göttingen zog er in den Kreis seiner Beobachtungen, es war ihm aber nicht mehr beschieden diese Arbeit zum Abschluss zu bringen.

Einer wissenschaftlichen Reise nach Santorin, in den Frühjahrsferien des Jahres 1866 unternommen, ist hier noch zu gedenken.

Im Frühjahre 1867 verheirathete er sich mit Bertha Sauppe, der zweiten Tochter des Geh. Reg. Raths H. Sauppe. Kein schöneres und innigeres, auf gegenseitiges Verständniss und Liebe gegründetes Familienleben, dessen Kreis vier prächtige Kinder zierten, kann gedacht werden, und sicher hat jeder Freund und Fachgenosse, der von der Gastfreundschaft des Hauses Seebach Gebrauch machte, diesen wohlthuenden Eindruck empfangen.

In seiner Eigenschaft als Lehrer war es Seebach, wie wenig Andern, gegeben, anzuregen und zu zünden. Von der studirenden Jugend hochverehrt, die begeistert an den Lippen ihres Lehrers hing, hat er es verstanden dem Fache Jünger in ansehnlicher Zahl zuzuführen und über die Kreise derselben hinaus seine Wissenschaft geehrt und angesehen zu machen.

Eine seiner grössten Leistungen ist die Gründung der geologisch-paläontologischen Sammlung, die heute in dem neuen grossen Gebäude prächtig aufgestellt, ein ausgezeichnetes Lehr- und Arbeitsmaterial darbietet. Und wie ganz anders war es als Seebach die Stelle antrat! Von einer Sammlung nur soviel vorhanden, theilt er in seinen Aufzeichnungen mit, als eine mittelmässige Realschule heutzutage besitzt, dabei

in ungleichmässigster Art durcheinander, Kostbares und Werthloses gleich schlecht behandelt und nur erst durch langes Mühen, entsagende emsige Arbeit in den Zustand zu bringen, in dem durch jahrelange Pflege die Sammlung heute ist und von der wie eine Fabel das Wort klingt, das Seebach, als er sie übernahm, niederschrieb:

„Nie in meinem Leben habe ich etwas so Trauriges gesehen, als der Zustand der academischen Sammlung damals war." —

Wohl stand er vor der Vollendung seines Werks auf der Höhe seiner Entwickelung, eine imponirende, vornehme Erscheinung, aber dem aufmerksamen Beobachter entging nicht eine leise Veränderung in seinem Wesen: der Keim jener entsetzlichen Krankheit, der er erliegen sollte, hatte sich in seine Brust gesenkt.

„Ich kann nichts mehr arbeiten, lieber Freund," das waren die Worte, die er mir fast täglich wiederholte, und die ich Anfangs im Glauben, es handle sich um eine vorübergehende Abspannung immer, aber leider stets erfolglos, ihm auszureden suchte.

So kam der Herbst 1877 heran. Auf der Versammlung der deutschen geologischen Gesellschaft zu Wien fasste man den Beschluss im kommenden Herbste die Versammlung in Göttingen abzuhalten und Seebach, in Wien anwesend, konnte und mochte sich den Wünschen seiner Fachgenossen nicht entziehen. Nun galt es den Umzug der Sammlungen und die Aufstellung in's Werk zu setzen! Eine Schonung war dabei nicht möglich, denn die Zeit drängte.

Zu all dem gesellte sich bei Seebach im Winter 1877/78 ein heftiger Katarrh, der beim Aufenthalt in den schlecht heizbaren und zum Theil überhaupt nicht zu erwärmenden Räumlichkeiten immer mehr um sich griff und edlere Theile in Mitleidenschaft zog. Alles Bitten, alle ernsten Vorstellungen waren umsonst, zu einer Schonung seiner Person war Seebach nicht zu bringen. Der Sommer 1878 brachte wenig Besserung, mit knapper Noth ward die Vorlesung zu Ende geführt. Im Herbst 1878 fanden die Theilnehmer der deutschen geologischen Gesellschaft ein vorzüglich geordnetes und eingerichtetes Institut vor — aber Seebach's Kräfte waren erschöpft. Viele, die ihn in den Jahren seiner

Kraft gekannt hatten, erschracken ob seines Aussehens, kaum konnte er während der Tage der Versammlung sich aufrecht halten.

Es musste nun ernstlich daran gedacht werden, etwas zur Wiedererlangung der Gesundheit zu thun und so fasste Seebach den Beschluss den Winter im Süden zuzubringen. Er wählte hierzu Portugal, welches Land ihm auch überdies in geologischer Beziehung Manches zu bieten schien. Aber gerade hierin lag vielleicht etwas Verderbliches für ihn. Von der Schönheit des südlichen Portugal angeregt und durch den geologisch interessanten Bau des Landes zur Erforschung desselben getrieben, arbeitete Seebach dort rastlos, wie ein Gesunder. Zeuge dessen sind die erheblichen Sammlungen, die er in kurzer Zeit zusammenbrachte. Von der portugiesischen Regierung aufs Liberalste unterstützt, konnte er Material und Daten zu einer neuen Arbeit sammeln, die er nach der Heimkehr vorzunehmen gedachte.

Leider hielt die Besserung nach der Rückkunft nur kurze Zeit an. Bald wurde er kränker als je, und als der Winter kam, mussten sich seine Freunde sagen, dass es um ihn geschehen sei.

Er selbst mag sein herannahendes Ende nur ganz vorübergehend gefühlt haben, jedenfalls hat er unter der aufopfernden Pflege seiner Gattin und seiner Schwester Anna doch recht oft wieder der Hoffnung auf Besserung Raum und Ausdruck gegeben.

Noch kurz vor seinem Hinscheiden sprach er mit mir eingehend über das im Sommer Vorzunehmende. Da verschlimmerte sich gegen den 18. Januar 1880 sein Befinden merklich, grosse Abspannung trat ein und am Morgen des 21. entschlief er ruhig und sanft.

Am 24. Januar wurde er unter grosser Betheiligung von Universität und Bürgerschaft, die ihn seines treuen nationalen Sinnes wegen hoch verehrte, bestattet. — Der Tag war bitterkalt und Strauch und Baum bereift, prangte die Landschaft in winterlicher Pracht, — es war als ob die Natur ihr Festkleid angelegt hätte um den im Tode zu ehren, dem sie so oft im Leben ihre Geheimnisse entschleiert hatte.

Von der grossen Vielseitigkeit des zu früh Geschiedenen legt die nachfolgende Liste seiner Arbeiten, nach dem zugänglichen Material zusammengestellt, Zeugniss ab. Die Bedeutung Seebach's als Gelehrter hat sein nächster Fachcollege Prof. Benecke in einem Nachrufe mit folgenden Worten hervorgehoben:

„Dass die Umgebung in der er aufwuchs, Seebach zunächst zu paläontologisch-stratigraphischen Arbeiten anregte, ist begreiflich. Die Trias und ihre organischen Einschlüsse war Gegenstand seiner ersten Untersuchungen. Zu einer in grossen Zügen gegebenen Zusammenfassung des hannöverschen Jura veranlasste ihn der Aufenthalt in Göttingen. Eine Reihe kleinerer Arbeiten rein paläontologischen Inhalts zeugen von seiner ausserordenlichen Combinationsgabe, wir erinnern nur an die „Phyllosomen". Am liebsten beschäftigte er sich jedoch mit den Vulkanen.

Seine umfassenden Studien über dieselben sollten in dem grossen Werke über Centralamerika niedergelegt werden. Die Vulkane leiteten zu den Erdbeben hinüber und die Arbeit über das mitteldeutsche Erdbeben ist ein sprechender Beweis seines ausserordentlichen Talents. Selten wird es vorkommen, dass ein Forscher, dessen Untersuchungen sich bisher ausschliesslich in dem sogenannten beschreibenden Gebiete bewegten, sich plötzlich der exacten Richtung mit solchem Erfolge zuwendet".

---

1857. Entomostraceen aus der Trias Thüringens. Zeitschr. d. d. geol. Ges. Bd. IX. S. 198.
1860. Über den wahrscheinlichen Ursprung des sogen. tellurischen Eisens von Gross-Kamsdorf. Das. Bd. XII. S. 189.
1861. Die Conchylienfauna der Weimarischen Trias. Das. Bd. XIII. S. 551 und Inaugural-Dissertation. Göttingen, 1862.
1862. Notiz über ein neues Vorkommen von Analcim. Nachricht. d. kgl. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen. S. 334.
1864. Über *Orophocrinus*, ein neues Crinoidengeschlecht aus der Abtheilung der Blastoideen. Das. S. 110.
— Der Hannover'sche Jura. Berlin.

1865. Reise durch Guanacaste (Costa Rica) 1864 und 1865. Petermann's geogr. Mittheil. Bd. 1865. S. 241.

— Besteigung des Vulkans Turrialba in Costa Rica. Das. S. 321.

— Beiträge zur Geologie der Insel Bornholm. Zeitschr. d. d. geolog. Gesellsch. Bd. XVII. S. 338.

— Über den Vulkan Jzalko und den Bau der centralamerikanischen Vulkane im Allgemeinen. Nachricht. d. kgl. Ges. der Wissensch. zu Göttingen. S. 521.

1866. Bericht über die vulkanischen Neubildungen bei Santorin. Das. S. 149.

— Die *Zoantharia perforata* der paläozoischen Periode. Zeitschr. d. d. geolog. Gesellsch. Bd. XVIII. S. 304.

— Über die diluviale Säugethierfauna des oberen Leinethals und über einen neuen Beweis des Alters des Menschengeschlechts. Nachricht. d. kgl. Ges. d. Wissensch. S. 293.

— Vorläufige Mittheilung über die typische Verschiedenheit im Bau der Vulkane und deren Ursache. Zeitschr. d. d. g. Ges. Bd. XVIII. S. 643.

1867. Erster Bericht über die geognostisch-paläontologische Sammlung der Universität Göttingen. Nachricht. d. kgl. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen. S. 19.

— Zur Kritik der Gattung *Myophoria* Bronn und ihrer triasinischen Arten. Das. S. 375.

— Der Vulkan von Santorin, nach einem Besuch im März und April 1866. Virchow-Holtzendorff, Vorträge. No. 38.

— Über den Vulkan von Santorin und die Eruption von 1866. Abhandl. d. kgl. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen. Bd. XIII.

1868. Über die Entwickelung der Kreideformation im Ohmgebirge. Nachr. d. kgl. Ges. d. Wissensch. in Göttingen. S. 128.

— Über die vulkanischen Erscheinungen in Centralamerika. Verhandl. d. geolog. Reichsanst. S. 219. (Brief an Prof. v. Hochstetter.)

— Über *Estheria Albertii* Voltz sp. Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wissensch. z. Göttingen. S. 281.

1869. Zweiter Bericht über die geognostisch-paläontologische Sammlung der Universität Göttingen. Das. S. 71.

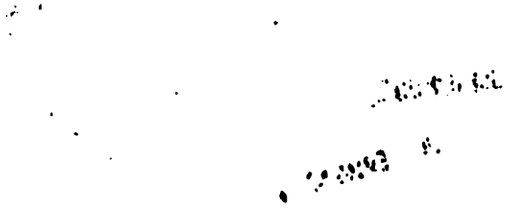
— Über die Eruption von Methana im 3. Jahrhundert v. Chr. Geb. Zeitschr. d. d. geol. Gesellsch. Bd. XXI. S. 275.

1870. Dritter Bericht über die geognostisch-paläontologische Sammlung der Universität Göttingen. Nachrichten d. kgl. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen. S. 7.

1871. Vierter Bericht über die geognostisch-paläontologische Sammlung der Universität Göttingen. Das. S. 158.

— Über *Pemphix Albertii* aus dem unteren Nodosus-Kalk des Hainberges. Das. S. 185.

1872. Über die Wellen des Meeres. Virchow-Holtzendorff, Vorträge, No. 153.
— Blatt Worbis No. 274 der geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten.
— Blatt Niederorschla N. 295 ders. Karte.
1873. Das mitteldeutsche Erdbeben vom 6. März 1872. Ein Beitrag zur Lehre vom Erdinnern. Leipzig.
— Centralamerika und der interoceanische Kanal. Virchow-Holtzendorff, Vorträge. No. 183.
— Über fossile Phyllosomen von Solenhofen. Zeitschr. d. d. geol. Ges. Bd. XXV. S. 340.
1877. Über den Bau des Vulkan del Fuego und dessen Besteigung. Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen. S. 734. (Vortrag, wurde nicht gedruckt.)
1879. Vorläufige Mittheilungen über den Foyait und die Sierra de Monchique. Das. S. 81.



3 2044 010 628 139

THE BORROWER WILL BE CHARGED AN OVERDUE FEE IF THIS BOOK IS NOT RETURNED TO THE LIBRARY ON OR BEFORE THE LAST DATE STAMPED BELOW. NON-RECEIPT OF OVERDUE NOTICES DOES NOT EXEMPT THE BORROWER FROM OVERDUE FEES.

WIDENER
BOOK
SEP 1 0 1990
CANCELLED
AUG 16 1990